ove la somma è estesa a tutti i posti sui punti singolari di $\mathscr{C}$. Il termine $m_{\mathfrak{P}}(\mathscr{C}') - m_{\mathfrak{P}} + 1$ viene talvolta indicato con $c_{\mathfrak{P}}$, e si indica con c_P la somma dei $c_{\mathfrak{P}}$ con $P = \mathfrak{P}(0)$ (posti di centro P della curva); ogni c_P è pari.

Questa formula si può usare con una polare generica $\mathscr{C}'$ e anche usando polari diverse da posto a posto, purché per ogni posto si usi una polare generica per quel posto, cioè tale che $m_{\mathfrak{P}}(\mathscr{C}')$ sia minimo tra le polari.

In particolare abbiamo i seguenti casi speciali:

7.2.5. NODI. Un nodo ha due posti lineari, ciascuno dei quali ha molteplicità di intersezione 1 con la polare, e dà contributo nullo alla ramificazione; quindi ogni nodo contribuisce con $-(1+1)/2 = -1$ alla formula generalizzata.

7.2.6. CUSPIDI. Una cuspide ordinaria ha un solo posto di molteplicità 2, ha molteplicità di intersezione 3 con la polare, e dà contributo 1 alla ramificazione; quindi ogni cuspide contribuisce con $-(3-1)/2 = -1$ alla formula generalizzata.

7.2.7. CURVE DI PLÜCKER. Quindi per curve di Plücker, cioè curve che hanno solo nodi e cuspidi ordinarie come singolarità, abbiamo che

$$g(\mathscr{C}) = \frac{(d-1)(d-2)}{2} - \tau - \kappa \ ,$$

ove τ è il numero dei nodi, e κ quello delle cuspidi. In particolare, coincide con la deficienza della curva $\mathscr{C}$.

7.2.8. PUNTI ORDINARI. Un punto ordinario m-uplo ha m posti lineari, ciascuno dei quali ha molteplicità di intersezione $m-1$ con la polare, e dà contributo nullo alla ramificazione; quindi ogni punto ordinario contribuisce con $-m(m-1)/2$ alla formula generalizzata.

7.2.9. SUPERCUSPIDI ORDINARIE. Una supercuspide ordinaria di molteplicità r (come punto singolare) ha un solo posto di molteplicità r, ha molteplicità di intersezione r^2-1 con la polare, e dà contributo $r-1$ alla ramificazione; quindi ogni supercuspidi ordinaria contribuisce con $-(r^2-1-r+1)/2 = -r(r-1)/2$ alla formula generalizzata.

7.2.10. In particolare, per curve che abbiano solo singolarità ordinarie o supercuspidi ordinarie abbiamo una formula per il genere data da

$$g(\mathscr{C}) = \frac{(d-1)(d-2)}{2} - \frac{\sum_P m_P(m_P-1)}{2} \ ,$$

ove la somma è estesa ai punti singolari e m_P è la molteplicità dei punti (anche qui coincide con la deficienza).

7.2.11. PROBLEMA. Determinare il contributo alla formula generalizzata di singolarità di molteplicità due, con unica tangente che interseca la curva con molteplicità $p \geqslant 3$ (il caso $p = 3$ è quello delle cuspidi ordinarie); conviene distinguere i casi pari e dispari di p.

Altro caso interessante è quello di punti di molteplicità m, con una unica tangente che interseca la curva con molteplicità $p \geqslant m+1$ (il caso $p = m+1$ è quello delle supercuspidi ordinarie).

7.3. ALTRI ESEMPI.

7.3.1. Le curve di equazioni $Y^3 = \prod_{i-1}^{d}(X-\alpha_i)$ con $d \geqslant 4$ (e $\alpha_i \neq \alpha_j$ se $i \neq j$) hanno genere dato da

$$g(\mathscr{C}) = \begin{cases} d-2 & \text{se } d \equiv 0(3) \\ d-1 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Dunque otteniamo questa tabellina grado-genere:

grado	4	5	6	7	8	9	10	11	12	⋯
genere	3	4	4	6	7	7	9	10	10	⋯

7.3.2. Le curve di equazioni $Y^4 = \prod_{i-1}^{d}(X-\alpha_i)$ con $d \geqslant 5$ (e $\alpha_i \neq \alpha_j$ se $i \neq j$) hanno genere dato da

$$g(\mathscr{C}) = \begin{cases} 3d/2-3 & \text{se } d \equiv 0(4) \\ 3d/2-2 & \text{se } d \equiv 2(4) \\ 3(d+1)/2-3 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$