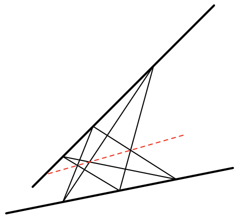
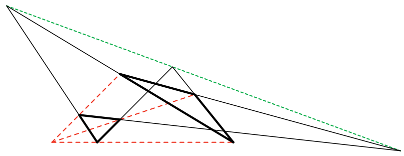
(2) configurazione del teorema di Pappo (asse di collineazione): $(9_3, 9_3)$:

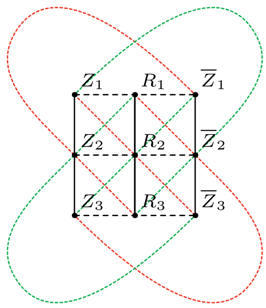


(3) configurazione del teorema di Desargues (triangoli prospettici e omologici): $(10_3, 10_3)$;



(4) configurazione del quadrangolo piano completo: $(4_3, 6_2)$ e del quadrilatero piano completo $(6_2, 4_3)$ (quadrilateri e quadrangoli piani completi insieme a punti e rette diagonali non danno configurazioni: perché?); le figure sono già state viste: dove?

(5) configurazione dei flessi di una cubica non singolare: $(9_4, 12_3)$:

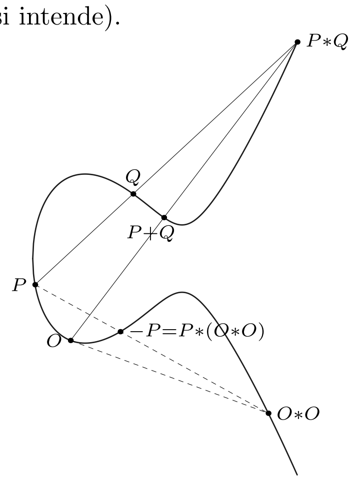


(è possibile fare il disegno meglio di così?). Cosa rappresenta $(12_3, 9_4)$?

(6) che configurazione danno n punti "abbastanza generali" (un n-angolo) e n rette "abbastanza generali" (un n-latero)?

7.5. Legge di Gruppo su una Cubica Irriducibile. Una importante caratteristica che rende le cubiche irriducibili uno strumento fondamentale per molte applicazioni della matematica è che sui punti del supporto si può definire canonicamente una struttura di gruppo di "natura geometrica" (daremo dopo una panoramica generale che spiegherà cosa si intende).

7.5.1. Costruzione generale. Data una cubica liscia $\mathscr{C}$, siano P e Q punti del suo supporto. La retta $P \vee Q$ interseca la cubica in un ciclo $(P \vee Q) \cdot \mathscr{C}$ di ordine 3; definiamo $P * Q = (P \vee Q) \cdot \mathscr{C} - P - Q$ (divisore di $P \vee Q$ d'ordine 1 che identifichiamo con un punto). Si noti che per $P = Q$ la definizione si applica usando come retta $P \vee P$ la tangente in P a $\mathscr{C}$. Per esempio, se P è un flesso, allora $P * P = P$.



Se ora fissiamo O qualsiasi punto della curva, definiamo la seguente legge di composizione su $\mathscr{C}$: $P + Q := O*(P*Q)$. È chiaro allora dalla definizione che $P+Q = Q + P$ e che $O + P = P$ per ogni P e Q.

7.5.2. Esercizio. Come caratterizzare i punti di 2-torsione (punti di ordine 2 per l'operazione introdotta)? Sono quelli per cui $P + P = O$, cioè $O * (P * P) = O$, cioè $P * P = O * O$, quindi sono i punti di tangenza di tangenti spiccate da $O * O$ (dunque sono 4 punti).

Come caratterizzare i punti di 3-torsione?