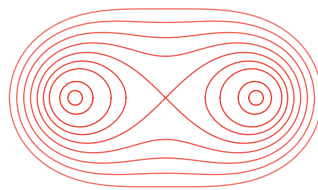


**4.13.1. CURVE DI CASSINI.** Dati due punti  $O, O'$  del piano euclideo a distanza  $2a$ , i punti  $P$  tali che il prodotto  $d(O, P)d(O', P) = c^2$  ove  $c$  è una fissata costante formano curve algebriche, dette di Cassini (per  $a = c$  si chiama lemniscata di Bernoulli). Cosa c'entrano con Perseo?



**4.14. CURVE DI LISSAJOUS.** Si ottengono dalle rappresentazioni parametriche

$$\begin{cases} X = a \cos(\alpha t + \alpha_0) \\ Y = b \cos(\beta t + \beta_0) \end{cases}$$

al variare di  $t$  ( $a, b, \alpha, \alpha_0, \beta, \beta_0$  costanti). Mostrare che si tratta di curve algebriche se e solo se il rapporto  $\alpha/\beta$  è un numero razionale. Altrimenti?

**4.14.1.** Andare in un laboratorio di Fisica e costruire delle curve di Lissajous usando un oscilloscopio e due oscillatori indipendenti. Si riuscirà a vedere le seguenti curve “in movimento” (perché?):

