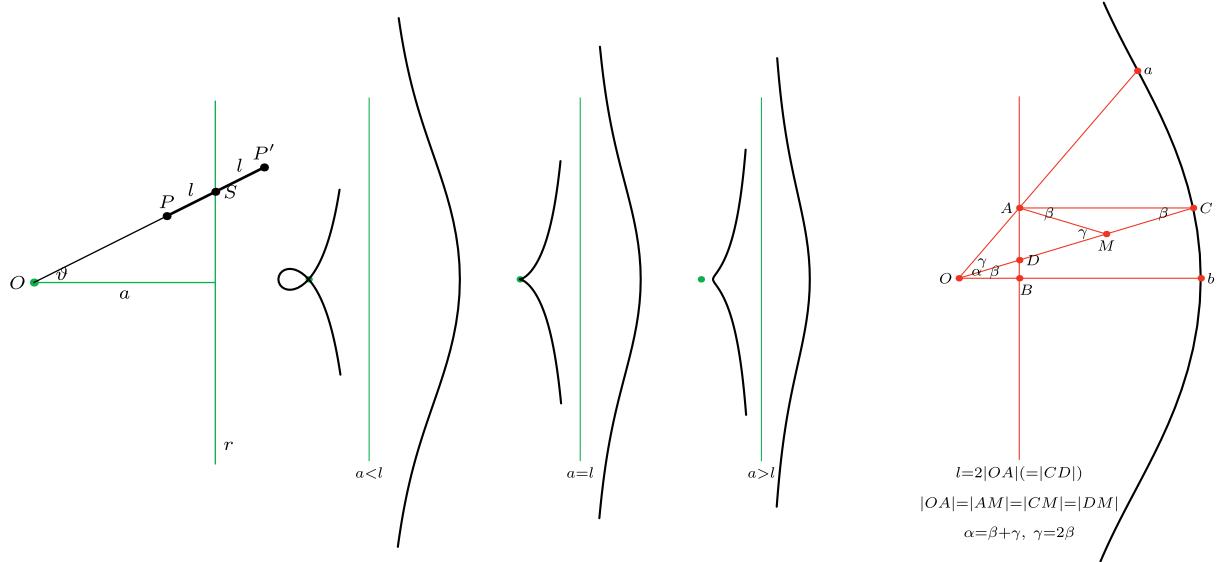
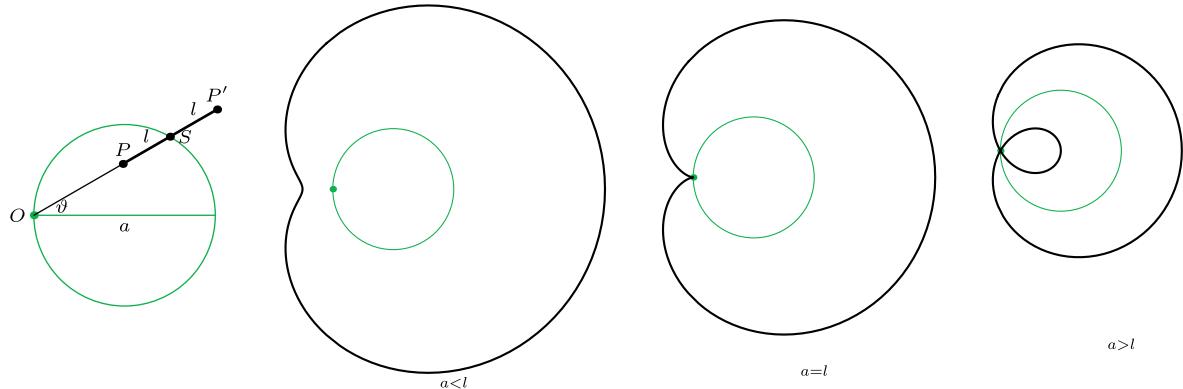


si può fare in generale?



4.11. CONCOIDE DEL CERCHIO (LUMACHE o CHIACCIOLE DI PASCAL). Dato un punto O di una circonferenza di diametro a , per ogni retta s per O consideriamo l'altro punto S di intersezione con la circonferenza, e consideriamo i due punti P e P' di s di distanza assegnata l da S . Il luogo di tali punti è una curva algebrica descritta in un opportuno riferimento dalle equazioni polari $\rho = a \cos \vartheta \pm l$ ovvero dalle equazioni cartesiane $(X^2 + Y^2 - aX)^2 = l^2(X^2 + Y^2)$. La curva assume forme diverse a seconda che l sia maggiore (ventaglio), uguale (cardioide) o minore (anello doppio) di a .



4.11.1. PARAMETRIZZAZIONE. Nel caso $a = l = 1$ e intersecando la curva con il fascio di coniche tangente in O alle ascisse e passanti per i punti ciclici del piano (si tratta dei cerchi tangente in O alle ascisse), si scopre che ogni punto della concoide si può esprimere come $\left(\frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{2\alpha^2(\alpha^2 - \beta^2)}, \frac{2\alpha^2(\alpha^2 - \beta^2)}{4\alpha^3\beta} \right)$ al variare di $\left(\frac{\alpha}{\beta} \right) \in \mathbb{P}^1$. Cosa si può fare in generale?

4.12. CONCOIDI. In generale si dice concoide di una curva \mathcal{C} rispetto ad un punto P la curva disegnata dalle coppie di punti sulle rette del fascio per P di fissata distanza l dai punti di intersezione della retta con \mathcal{C} .

4.13. SEZIONI SPIRICHE O TORICHE DI PERSEO. Studiare le sezioni “lateralì” piane di un toro immerso nello spazio euclideo usuale. Partendo dalla seguente rappresentazione cartesiana del toro:

$$(X^2 + Y^2 + Z^2 - R^2 - r^2)^2 = 4R^2(r^2 - X^2),$$
e usando i piani $Z = c$, mostrare che si tratta di curve di grado 4 e prevederne l’aspetto grafico.

