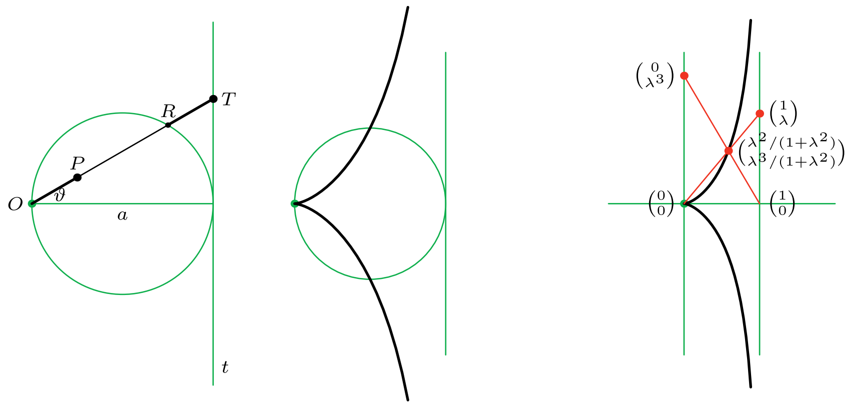
4.8. TRISEZIONE DELL'ANGOLO. Dato un angolo α, cerchiamo una costruzione geometrica per determinare $\alpha/3$. Dalla ben nota formula di trigonometria (se non è nota, calcolare $(\cos\xi+i\sin\xi)^3$ nei due modi ovvi) $\sin 3\xi = 3\sin\xi - 4\sin^3\xi$, si vede che si tratta ancora di trovare uno zero del polinomio di terzo grado $4T^3 - 3T + \sin\alpha$, che di nuovo è impedito usando solo riga e compasso da Galois.

Si può fare disponendo di opportune coniche?

4.9. CISSOIDE DI DIOCLE. Data una circonferenza di diametro a del piano euclideo usuale, un suo punto O e la tangente t nel punto diametralmente opposto. Per ogni retta r per O, siano O e R le intersezioni con il cerchio, e T l'intersezione con t. Sia P il punto di r tale che $d(O,P) = d(R,T)$. Mostrare che il luogo descritto da tali punti P è una curva algebrica che in un opportuno riferimento ha equazioni polari $\varrho = \frac{a}{\cos\vartheta} - a\cos\vartheta$ ovvero equazioni cartesiane $(X^2+Y^2)X = aY^2$.



4.9.1. PARAMETRIZZAZIONE. Intersecando la cissoide con le rette del fascio per O, si scopra che ogni punto della cissoide si può esprimere come $\begin{pmatrix} \beta(\alpha^2+\beta^2) \\ a\alpha^2\beta \\ a\alpha^3 \end{pmatrix}$ al variare di $\binom{\alpha}{\beta} \in \mathbb{P}^1$.

4.9.2. ANCORA SULLA DUPLICAZIONE DEL CUBO. Usare la cissoide per duplicare il cubo.

4.9.3. GENERAZIONE DI NEWTON. Un meccanismo per costruire la cissoide (tracciatore di cissoide) dovuto a Newton è il seguente: una squadra rettangola (cioè un angolo retto) con un braccio di lunghezza fissa $2r$ si muove sul piano con i seguenti vincoli: il braccio di lunghezza fissa ha l'estremo su una fissata retta, e l'altro braccio passa per un fissato punto a distanza $2r$ dalla fissata retta. Allora il punto medio del braccio di lunghezza fissa descrive una cissoide.

Anche gli altri punti di quel braccio descrivono delle curve, che sono delle "deformazioni" della cissoide...

4.10. CONCOIDE DELLA RETTA (CONCHIGLIE DI NICOMEDE). Dati una retta r e un punto O a distanza a da r, per ogni s retta per O sia S l'intersezione di r e s. Consideriamo i punti P e P' di s di distanza assegnata l da S. Mostrare che il luogo descritto da tali punti è una curva algebrica descritta in un opportuno riferimento dalle equazioni polari $\varrho = \frac{a}{\cos\vartheta} \pm l$ ovvero dalle equazioni cartesiane $(X^2+Y^2)(X-a)^2 = l^2X^2$.

4.10.1. TRISEZIONE DELL'ANGOLO. Usare una concoide per trisecare l'angolo.

4.10.2. ANCORA SULLA DUPLICAZIONE DEL CUBO. Usare una concoide per duplicare il cubo.

4.10.3. PARAMETRIZZAZIONE. Nel caso $a = l = 1$ e intersecando la curva con il fascio di coniche bitangente in O alle ascisse, e nel punto improprio della concoide alla retta ivi asintotica, si scopra che ogni punto della concoide si può esprimere come $\begin{pmatrix} (\alpha^2+\beta^2)(\alpha^2-\beta^2) \\ 2\alpha^2(\alpha^2-\beta^2) \\ 4\alpha^3\beta \end{pmatrix}$ al variare di $\binom{\alpha}{\beta} \in \mathbb{P}^1$. Cosa