



# QUIZ DI MATEMATICA

$$\binom{n}{n-k}$$

$$\sqrt{\quad}$$

- ★ **1** Determinare quale dei seguenti numeri non è un quadrato perfetto:

- ☐ A 800
- ☐ B 256
- ☐ C  $12 \cdot 27$
- ☐ D 10 000
- ☐ E  $11 \cdot 44$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 2012)

- 🔍 Per risolvere l'esercizio scomponi i numeri in fattori primi:

$$800 = 2^3 \cdot 10^2 = 2 \cdot 2^2 \cdot 10^2 = 2 \cdot (20)^2$$

$$256 = 2^8 = (2^4)^2 = 16^2$$

$$12 \cdot 27 = 2^2 \cdot 3 \cdot 3^3 = 2^2 \cdot 3^4 = 2^2 \cdot (3^2)^2 = (2 \cdot 9)^2 = 18^2$$

$$10\,000 = 100^2$$

$$11 \cdot 44 = 11 \cdot 4 \cdot 11 = 11^2 \cdot 2^2 = (11 \cdot 2)^2 = 22^2$$

Osserva che tutti i numeri sono quadrati perfetti tranne 800, che è il doppio del quadrato di 20.

- 2** Per quali numeri risulta divisibile 1250?

- ☐ A È divisibile solo per 2 per 5 e per 10
- ☐ B È divisibile solo per 2 e per 5
- ☐ C Solo per 10
- ☐ D Nessuno
- ☐ E Nessuna delle risposte indicate è corretta

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 57, 2000)

- 🔍 La risposta D è errata in quanto il numero 1250 è divisibile, per esempio, per 2.

Le risposte A, B e C sono errate perché, per esempio, il numero 1250 è divisibile anche per 50.

In generale, il numero 1250 si fattorizza in  $5^4 \cdot 2$  e quindi esso risulterà divisibile per tutti i numeri costituiti dal prodotto di  $5^k$  (con  $k$  compreso tra 0 e 4, estremi inclusi) e  $2^h$  (con  $h$  compreso tra 0 e 1, estremi inclusi).

- 3** Un numero è sempre divisibile per 4 se:

- ☐ A il numero formato dalle sue due prime cifre è divisibile per 4
- ☐ B la sua ultima cifra è 4 oppure 8
- ☐ C il numero formato dalle sue due ultime cifre è divisibile per 4
- ☐ D la sua ultima cifra è pari
- ☐ E la somma delle sue cifre è divisibile per 4

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 89, 1997)

Un numero è divisibile per 4 se le sue ultime due cifre formano un numero divisibile per 4. Quindi per esempio il numero 3524 è divisibile per 4, perché 24 è divisibile per 4.

- 🔍 La risposta corretta è la C: essa descrive infatti la definizione di numero divisibile per 4.

Facciamo dei contro-esempi per escludere le altre risposte:

La risposta A è errata: il numero 161 non è divisibile per 4.

La risposta B è errata: il numero 34 non è divisibile per 4.

La risposta D è errata: il numero 14 non è divisibile per 4.

La risposta E è errata: il numero 121 non è divisibile per 4.

- 4** Dato il prodotto  $N = 2010 \cdot 2011 \cdot 2012$ , determinare quale dei seguenti interi non è divisore di  $N$ .

- ☐ A 4022
- ☐ B 15
- ☐ C 18
- ☐ D 20
- ☐ E 12

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 69, 2011)

Un numero è divisibile per 3 se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

- 🔍 Il numero 2010 è divisibile per 3, per il criterio relativo, mentre non lo sono i due numeri successivi 2011 e 2012. Affinché il prodotto  $2010 \cdot 2011 \cdot 2012$  possa essere divisibile per 18 (che si scompone come  $3^2 \cdot 2$ ), il numero 2010 dovrebbe essere divisibile per 9. Ma  $2010 : 9 = 223$  con resto 3. Quindi il numero 2010 non è divisibile per 9 e di conseguenza il numero  $2010 \cdot 2011 \cdot 2012$  non è divisibile per 18.

- 5** Se due numeri sono primi tra loro, allora:

- ☐ A il loro prodotto è un numero primo
- ☐ B almeno uno dei due deve essere primo
- ☐ C il loro massimo comun divisore è 1
- ☐ D il loro minimo comune multiplo è il maggiore dei due numeri
- ☐ E sono entrambi numeri primi

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2002)

Due numeri sono primi tra loro (o "coprimi") se il M.C.D. è 1. Alcuni esempi di numeri primi tra loro: (4, 7); (5, 9); (4, 9).

- 🔍 La risposta A è errata: 4 e 7 sono primi tra loro e il loro prodotto è 28.

La risposta B è errata: 4 e 9 sono primi tra loro ma nessuno è primo.

La risposta D è errata: è sempre vero che il minimo comune multiplo tra due numeri coprimi è maggiore di ognuno di essi.

La risposta E è errata: 4 e 7 sono primi tra loro ma non sono entrambi numeri primi.

**6** I valori del massimo comun divisore e del minimo comune multiplo dei numeri: 15; 45; 105 sono:

- ☐ A 5 e 210
- ☐ B 5 e 420
- ☐ C 15 e 315
- ☐ D 15 e 105
- ☐ E 15 e 210

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 59, 2000)

Ricorda che per calcolare il m.c.m. di una serie di numeri, devi scomporli in fattori primi e prendere per ogni fattore (comune e non comune) quello con esponente più grande.

 Per prima cosa scomponi i numeri in fattori primi:

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$45 = 3^2 \cdot 5$$

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Quindi, applicando la regola, si ottiene:

$$\text{M.C.D.}(15, 45, 105) = 3 \cdot 5 = 15$$

$$\text{m.c.m.}(15, 45, 105) = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 315$$

**7** Antonio, Fabio e Giuseppe sono autotrasportatori di un'azienda di distribuzione merci. Antonio trasporta vini e compie il suo giro in 9 giorni mentre Fabio e Giuseppe distribuiscono l'uno pasta e l'altro olio e compiono i loro giri in 8 e 6 giorni rispettivamente. Se oggi partono contemporaneamente, fra quanti giorni si ritroveranno ancora insieme in azienda la prossima volta?

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A 432 | <input type="checkbox"/> D 72  |
| <input type="checkbox"/> B 23  | <input type="checkbox"/> E 144 |
| <input type="checkbox"/> C 36  |                                |

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2007)

 Per arrivare al risultato scomponi 9, 8, 6 in fattori primi:

$$9 = 3^2$$

$$8 = 2^3$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

Si ottiene dunque, applicando la regola:

$$\text{m.c.m.}(9, 8, 6) = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$$

La risposta A è errata: è vero, infatti, che gli autotrasportatori si ritroveranno tutti in azienda dopo 432 giorni, ma essi si incontrano anche prima, per altre 5 volte.

Partendo nello stesso giorno, i tre autotrasportatori si incontreranno di nuovo dopo 72 giorni. Infatti 72 è il minimo comune multiplo (m.c.m.) di 9, 8, 6.

La risposta B è errata: dopo 23 giorni nessuno si trova in azienda.


La risposta C è errata: si incontrano in azienda solo Antonio e Giuseppe.

La risposta E è errata: è vero, infatti, che gli autotrasportatori si ritroveranno tutti in azienda dopo 144 giorni, ma ciò accade anche prima (una sola volta, appunto dopo 72 giorni).

**8** Tre orologi suonano, il primo ogni 3 ore, il secondo ogni 4 ore e il terzo ogni 5 ore. Oggi, martedì, suonano contemporaneamente alle ore 16. In quale giorno e a quale ora suoneranno ancora contemporaneamente la prossima volta?

- ☐ A Venerdì, alle ore 12
- ☐ B Giovedì, alle ore 4
- ☐ C Venerdì, alle ore 4
- ☐ D Mercoledì, alle ore 16
- ☐ E Giovedì, alle ore 16

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 2007)

 I tre orologi suonano insieme alle 16 di martedì. Suoneranno di nuovo insieme dopo 60 ore. Infatti 60 è il minimo comune multiplo (m.c.m.) di 3, 4, 5.

Scomponi 3, 4, 5 in fattori primi:

$$3 = 3 \text{ (infatti 3 è un numero primo)}$$

$$4 = 2^2$$

$$5 = 5 \text{ (infatti 5 è un numero primo)}$$

Quindi, applicando la regola si ottiene:

$$\text{m.c.m.}(3, 4, 5) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60.$$

Osserva ora che 60 ore corrispondono a 2 giorni e 12 ore. Dunque se i tre orologi hanno suonato insieme alle 16 di martedì, suoneranno contemporaneamente di nuovo alle 4 del mattino di venerdì.

La risposta A è errata: suona solo il secondo orologio.

La risposta B è errata: suonano solo il primo e il secondo orologio.

La risposta D è errata: suonano solo il primo e il secondo orologio.


La risposta E è errata: suonano solo il primo e il secondo orologio.

**9** Quale fra le seguenti espressioni rappresenta il triplo del quadrato del successivo di un numero naturale  $n$ ?

- ☐ A  $3n^2 + 1$
- ☐ B  $3(n^2 + 1)$
- ☐ C  $3(n + 1)^2$
- ☐ D  $(3n + 1)^2$
- ☐ E  $[3(n + 1)]^2$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 64, 2001)

Il successivo di un numero  $n$  è  $n + 1$  e il suo quadrato è  $(n + 1)^2$ . Infine il triplo è  $3 \cdot (n + 1)^2$ .

 La risposta A è errata: questo è il successivo del triplo del quadrato di  $n$ .

La risposta B è errata: questo è il triplo del successivo del quadrato di  $n$ .

La risposta D è errata: questo è il quadrato del successivo del triplo di  $n$ .

La risposta E è errata: questo è il quadrato del triplo del successivo di  $n$ .

## I numeri naturali e i numeri interi

**10** Tra i primi 100 numeri naturali, sono contemporaneamente divisibili per: 2, 3, 4, 5:

- ☐ A 2 numeri
- ☐ B 3 numeri
- ☐ C 0 numeri
- ☐ D non è possibile stabilirlo
- ☐ E 1 numero

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 87, 1999)

🔍 Osserva che 3, 4, 5 sono primi tra loro, quindi un numero che è divisibile per tutti e tre è  $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$  (che è anche divisibile per 2). Il successivo numero che gode di tale proprietà è 120, che però è maggiore di 100. Quindi esiste un unico numero minore di 100 che risulti divisibile contemporaneamente per 2, per 3, per 4 e per 5.

**11** Sono dati tre numeri naturali  $x, y$  e  $z$  e si sa che  $x$  è il triplo di  $z$  mentre  $z$  è quattro volte  $y$ . Quanto vale il quoziente tra il doppio di  $x$  e la metà di  $y$ ?

- ☐ A  $4/3$
- ☐ B 48
- ☐ C 54
- ☐ D 12
- ☐ E  $3/4$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2007)

🔍 Se  $x$  è il triplo di  $z$  significa che  $x = 3z$ . Analogamente se  $z$  è 4 volte  $y$  ciò vuol dire che  $z = 4y$ . Da questo si ricava che  $y = z/4$ .

Il quoziente richiesto dunque è:

$$\frac{2x}{\frac{1}{2}y} = 4 \cdot \frac{x}{y} = 4 \cdot \frac{3z}{\frac{z}{4}} = 4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$$

☆ **12** La somma, la differenza ed il prodotto di due numeri stanno tra loro come 7, 3 e 40. Quali sono questi due numeri?

- ☐ A 15 e 30
- ☐ B 20 e 8
- ☐ C 4 e 10
- ☐ D 15 e 6
- ☐ E 2 e 5

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 1999)

🔍 Per risolvere l'esercizio è conveniente prendere in esame le risposte proposte nel quesito: considera i numeri 20 e 8. La loro somma è 28, la loro differenza è 12 e il loro prodotto è 160. Osserva ora che 28, 12 e 160 stanno tra loro come 7, 3 e 40, infatti la seconda terna si ottiene dalla prima dividendo per 4.

☆ **13** Quali sono i due numeri la cui somma risulta 56 e che sono proporzionali a 2 e 5 secondo lo stesso coefficiente?

- ☐ A I due numeri sono 16 e 40
- ☐ B Le informazioni non sono sufficienti per poter calcolare i due numeri
- ☐ C I due numeri sono 27 e 29
- ☐ D I due numeri sono 35 e 26
- ☐ E I due numeri sono 20 e 36

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 58, 2000)

🔍 Per risolvere l'esercizio è conveniente prendere in esame le risposte proposte nel quesito: la somma dei due numeri deve essere 56 e quindi escludi subito la risposta D. Osserva ora che 16 e 40 hanno somma 56 e sono proporzionali a 2 e 5 secondo lo stesso coefficiente (se si dividono per 8 i numeri 16 e 40, si ottengono appunto 2 e 5).

Le altre risposte sono errate perché le coppie di numeri non sono proporzionali a 2 e 5 secondo lo stesso coefficiente.

**14** 4 893 moltiplicato per 8 754 896 è uguale a:

- ☐ A 42 837 706 126
- ☐ B 42 837 706 124
- ☐ C 42 837 706 125
- ☐ D 42 837 706 129
- ☐ E 42 837 706 128

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 85, 1998)

L'ultima cifra del prodotto di due numeri si può ottenere osservando l'ultima cifra del prodotto delle ultime cifre dei due numeri di partenza. Chiariamo con un esempio: l'ultima cifra di  $105 \cdot 207$  è 5 (infatti  $105 \cdot 207 = 21735$ ). 5 è anche l'ultima cifra del numero 35 ottenuto dal prodotto di 5 (ultima cifra di 105) e di 7 (ultima cifra di 207).

🔍 Per le regole sul calcolo dell'ultima cifra di un prodotto, il numero richiesto finisce per 8 (poiché  $6 \cdot 3 = 18$ ). L'unica delle opzioni di risposta il cui numero finisce con 8 è la E che quindi è la risposta esatta.

ATTENZIONE: ricorda che durante il test è vietato l'uso della calcolatrice!

**15**  $5^0 =$

- ☐ A -12
- ☐ B  $1/12$
- ☐ C 1
- ☐ D 0
- ☐ E 12

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 83, 1998)

Qualsiasi numero (purché sia diverso da zero) elevato alla zero dà 1.  
 $0^0$  invece è indeterminato.

**16** Una potenza perfetta è un numero intero che si può scrivere nella forma  $a^b$ , con  $a$  e  $b$  interi maggiori o uguali a 2. Determinare quale dei seguenti interi NON è una potenza perfetta.

- A** 125                      **D** 1000  
**B** 216                      **E** 2500  
**C** 500

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 2011)

**17** Fattorizza tutti i numeri presenti nelle risposte:

$$125 = 5^3$$

$$216 = 6^3$$

$$500 = 2^2 \cdot 5^3$$

$$1000 = 2^3 \cdot 5^3 = 10^3$$

$$2500 = 5^5$$

Osserva dunque che il numero 500 non è una potenza perfetta poiché è il quintuplo del quadrato di 10.

**17** Il doppio di  $2^{15}$  è:

- A**  $2^{30}$                       **C**  $2^{16}$                       **E**  $4^{15}$   
**B**  $4^{16}$                       **D**  $4^{30}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2008)

Ricorda che il doppio di un numero  $n$  è  $2 \cdot n$ . Inoltre tieni a mente che il prodotto di potenze di uguale base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti.

**18** Il doppio di  $2^{15}$  è  $2 \cdot 2^{15} = 2^{1+15} = 2^{16}$  (negli ultimi passaggi sono state applicate le proprietà delle potenze).

**18** La terza parte di  $9^6$  è:

- A**  $9^2$                       **C**  $3^2$                       **E**  $3^{11}$   
**B**  $9^5$                       **D**  $3^6$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 2008)

La terza parte di un numero  $n$  è  $n/3$ .

**19** La terza parte di  $9^6$  è  $9^6 : 3 = (3^2)^6 : 3 = 3^{12} : 3 = 3^{12-1} = 3^{11}$  (negli ultimi passaggi sono state applicate le proprietà delle potenze).

**19** Qual è la millesima parte di  $10^{15}$ ?

- A**  $\left(\frac{3}{1000}\right)^{15}$   
**B** un centimiliardesimo  
**C**  $\frac{10^{15}}{100}$   
**D** cento miliardi  
**E** mille miliardi

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 83, 1998)

La millesima parte di un numero  $n$  è  $n/1000$ .

**20** La millesima parte di  $10^{15}$  è  $10^{15} : 1000 = 10^{15} : 10^3 = 10^{15-3} = 10^{12}$  (negli ultimi passaggi sono state applicate le proprietà delle potenze).

Osserva che  $10^{12} = 10^3 \cdot 10^9$  quindi  $10^{12}$  corrisponde a mille ( $10^3$ ) miliardi ( $10^9$ ). Dunque la risposta esatta è la E. La risposta C rappresenta la centesima parte di  $10^{15}$ . La risposta D è la millesima parte di  $10^{14}$ .

**20** La potenza  $[(X^2)^4]^5$  è uguale a:

- A**  $X^{11}$                       **C**  $X^{10}$                       **E**  $X^{30}$   
**B**  $X^{40}$                       **D**  $X^6$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 1999)

La potenza di una potenza è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti.

**21** Applicando le proprietà delle potenze si ha che  $[(X^2)^4]^5 = X^{2 \cdot 4 \cdot 5} = X^{40}$

Presta molta attenzione alla risposta A: sarebbe esatta se dovessimo calcolare  $X^2 \cdot X^4 \cdot X^5 = X^{2+4+5} = X^{11}$ .

**21** L'espressione  $[(a^2)^0 - 1]^0$  con  $a$  numero reale:

- A** si può calcolare solo se  $a$  è diverso da zero  
**B** non si può calcolare per nessun valore di  $a$   
**C** vale 0  
**D** vale -1  
**E** vale 1

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 2002)

**22** Per le proprietà delle potenze con esponente 0, anche se  $a$  fosse diverso da zero, otterremmo in ogni caso una forma del tipo  $0^0$ , che è indeterminata. Infatti, con  $a \neq 0$ , abbiamo  $[(a^2)^0 - 1]^0 = [1 - 1]^0 = 0^0$ .

Presta attenzione alla risposta E: sarebbe esatta se il risultato della parentesi quadra non fosse uguale a 0.

**22** Siano  $a, b, c$  numeri naturali diversi da zero. Se  $a$  è il doppio di  $b$  e  $c$  è la metà di  $b$ , qual è il quoziente fra  $a$  e il quadruplo di  $c$ ?

- A**  $\frac{1}{2}$                       **C** 2                      **E**  $\frac{1}{4}$   
**B** 1                      **D** 4

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 2002)

**23** Se  $a$  è il doppio di  $b$  significa che  $a = 2b$ . Analogamente se  $c$  è la metà di  $b$  significa che  $c = b/2$ . Da ciò si ricava che  $4c = 2b$ . Dunque, dato che  $b \neq 0$ , il quoziente richiesto è:

$$\frac{a}{4c} = \frac{2b}{4 \cdot \frac{b}{2}} = \frac{2b}{2b} = 1.$$

## I numeri naturali e i numeri interi

**23** La somma di tre numeri, ciascuno elevato a zero:

- ☐ A è sempre uguale a 1
- ☐ B è positiva
- ☐ C è zero
- ☐ D è negativa
- ☐ E può essere positiva o negativa, a seconda dei valori dei tre numeri

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 85, 1998)

🔍 Dato che qualsiasi numero (escluso lo 0), elevato alla 0 dà 1, la somma di tre numeri (tutti diversi da 0), ciascuno elevato alla 0, dà come risultato 3, che è un numero positivo.

**24** Il triplo di  $3^8$  è:

- ☐ A  $3^{24}$
- ☐ B  $9^{24}$
- ☐ C  $9^9$
- ☐ D  $3^9$
- ☐ E  $9^8$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2008)

Il triplo di un numero  $n$  è  $3 \cdot n$ .

🔍 Il triplo di  $3^8$  è  $3 \cdot 3^8 = 3^{1+8} = 3^9$  (negli ultimi passaggi sono state applicate le proprietà delle potenze).

**25** La centesima parte di  $100^{100}$  è:

- ☐ A  $10^{190}$
- ☐ B  $100^1$
- ☐ C  $100^{99}$
- ☐ D  $(0,01)^{100}$
- ☐ E  $1^{100}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 2003)

La centesima parte di un numero  $n$  è  $n/100$ .

🔍 Quindi la centesima parte di  $100^{100}$  è  $100^{100} : 100 = 100^{99}$ . Nell'ultimo passaggio si sono applicate le proprietà delle potenze.

**26** La millesima parte di  $1000^{10}$  è:

- ☐ A  $100^{27}$
- ☐ B  $1000^9$
- ☐ C  $10^{29}$
- ☐ D  $1^{10}$
- ☐ E  $1000^{11}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2003)

🔍 La millesima parte di  $1000^{10}$  è  $1000^{10} : 1000 = 1000^{10-1} = 1000^9$ .

**27** La millesima parte di  $10^{1000}$  è:

- ☐ A  $(0,001)^{1000}$
- ☐ B  $(0,01)^{1000}$
- ☐ C  $10^{1002}$
- ☐ D  $10^{997}$
- ☐ E  $10^1$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2003)

🔍 La millesima parte di  $10^{1000}$  è  $10^{1000} : 1000 = 10^{1000} : 10^3 = 10^{1000-3} = 10^{997}$ .

**28** Determinare la somma:  $3^{30} + 3^{30} + 3^{30}$

- ☐ A  $9^{30}$
- ☐ B  $3^{31}$
- ☐ C  $27^{30}$
- ☐ D  $3^{90}$
- ☐ E  $27^{90}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 2011)

🔍 Si ha che  $3^{30} + 3^{30} + 3^{30} = 3 \cdot 3^{30} = 3^{1+30} = 3^{31}$  (negli ultimi passaggi sono state applicate le proprietà delle potenze).

**29** L'espressione  $y = K^{a-b}$  è uguale a:

- ☐ A  $y = K^a \cdot K^b$
- ☐ B  $y = K^a + K^b$
- ☐ C  $y = \frac{K^a}{K^b}$
- ☐ D  $y = a^K + b^K$
- ☐ E  $y = K^a - K^b$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 1999)

Il rapporto tra due potenze con la stessa base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti.

🔍 Attenzione alla risposta A:  $y = K^a \cdot K^b = K^{a+b}$ , e non  $K^{a-b}$ .

29 C	22 B	15 C	8 C	1 A
28 B	23 B	16 C	9 C	2 E
27 D	24 D	17 C	10 E	3 C
26 B	25 C	18 E	11 B	4 C
25 C	26 B	19 E	12 B	5 C
24 D	27 D	20 B	13 A	6 C
23 B	28 B	21 B	14 E	7 D

Soluzioni:

**1** Quanto fa  $0,036/0,9$ ?

- A** 0,4                      **D** 400  
**B** 0,04                    **E** 0,004  
**C** 0,0004

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2009)

Innanzitutto, scrivi i numeri decimali sotto forma di frazione:

$$0,036 = 36/1000$$

$$0,9 = 9/10$$

Quindi il quoziente richiesto è:

$$\frac{0,036}{0,9} = \frac{36}{1000} \cdot \frac{10}{9} = \frac{4}{100} = 0,04$$

Le altre risposte sono errate.

**2** Quale è il risultato corretto della seguente operazione aritmetica?  $X = 23,45 \cdot 0,0123$ 

- A**  $X = 0,288436$   
**B**  $X = 0,288435$   
**C**  $X = 0,288437$   
**D**  $X = 0,288439$   
**E**  $X = 0,288438$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 81, 1999)

Anche per i numeri decimali, vale la regola seguente: l'ultima cifra del prodotto di due numeri è l'ultima cifra del prodotto delle ultime cifre dei due numeri.

Per esempio  $32,4 \cdot 6,54 = 211,896$  ha come ultima cifra 6 poiché  $4 \cdot 4 = 16$  (la cui ultima cifra è appunto 6).

Il numero richiesto ha come ultima cifra il numero 5 perché  $5 \cdot 3 = 15$ .

L'unica opzione il cui numero termina con la cifra 5 è la B: questa dunque è la risposta esatta.

**3** Se al numero 0,776 si aggiungono due centesimi si ottiene:

- A** 0,778  
**B** 0,7762  
**C** 0,976  
**D** 0,7702  
**E** 0,796

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2007)

Due centesimi sono pari a 0,02.

La risposta A è errata: sarebbe stata giusta se avessimo aggiunto 2 millesimi.

La risposta B è errata: sarebbe stata giusta se avessimo aggiunto 2 decimillesimi.

La risposta C è errata: sarebbe stata giusta se avessimo aggiunto 2 decimi.

**4** Per  $a = 10^{-1} \cdot 5^4$  e  $b = 5^3 \cdot 2^0 \cdot 7^{-1}$ ,  $\frac{a}{b} =$ 

- A**  $\frac{5}{70}$   
**B** 3,5  
**C** 0  
**D** 7,0  
**E** un numero diverso da quelli delle precedenti risposte

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 81, 1997)

Innanzitutto ricorda che:

$$10^{-1} = 1/10$$

$$7^{-1} = 1/7$$

$$2^0 = 1$$

$$5^4/5^3 = 5$$

Appurato questo, il quoziente richiesto sarà:

$$\frac{a}{b} = \frac{10^{-1} \cdot 5^4}{5^3 \cdot 2^0 \cdot 7^{-1}} = \frac{5 \cdot 7}{10} = \frac{35}{10} = 3,5$$

**5**  $x$  elevato a  $-y$  è uguale:

- A** all'opposto di  $y$  elevato a  $x$   
**B** al reciproco di  $y$  elevato a  $x$   
**C** a  $y$  elevato a  $x$   
**D** al reciproco di  $x$  elevato a  $y$   
**E** all'opposto di  $x$  elevato a  $y$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 1998)

“ $x$  elevato a  $-y$ ” si scrive in simboli come  $x^{-y}$ .

Si ha poi che  $x^{-y} = 1/x^y$  che in linguaggio naturale si legge: “ $x$  elevato a  $-y$  è uguale al reciproco di  $x$  elevato a  $y$ ”. Ricorda infatti che per esempio:  $7^{-1} = 1/7$ .

**6** L'espressione  $(0,025 \cdot 10^3) \cdot (4 \cdot 10^{208})/(10^{10})$  corrisponde a:

- A**  $0,1 \cdot 10^{219}$                       **C**  $10^{-220}$                       **E**  $10^{220}$   
**B**  $10^{200}$                               **D**  $1^{200}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 2002)

L'espressione si può risolvere come segue:

$$\frac{(0,025 \cdot 10^3) \cdot (4 \cdot 10^{208})}{(10^{10})} = \left(\frac{25}{1000} \cdot 10^3\right) (4 \cdot 10^{208}) \cdot 10^{-10} =$$

$$= 100 \cdot 10^{208} \cdot 10^{-10} = 10^2 \cdot 10^{208} \cdot 10^{-10} = 10^{200}.$$

È utile ricordare che  $0,025 = 25/1000$  e tenere a mente le proprietà delle potenze.

**7** La differenza fra un decimillesimo e  $10^{-4}$ :

- A** è un numero negativo  
**B** vale un decimo  
**C** vale 0  
**D** vale un centesimo  
**E** vale un millesimo

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, 2001)

# I numeri razionali

Un decimillesimo è uguale a  $1/10\,000$ .

- Un decimillesimo corrisponde a  $10^{-4}$ , quindi la differenza tra un decimillesimo e  $10^{-4}$  vale 0.

## 8 Il prodotto fra un miliardesimo e $10^{-9}$ vale:

- A**  $100^{-9}$  **D**  $10^{-18}$   
**B**  $20^{-9}$  **E**  $-10^{-18}$   
**C**  $2 \cdot 10^{-9}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 2004)

Un miliardesimo è uguale a  $10^{-9}$ .

- Il prodotto tra  $10^{-9}$  e  $10^{-9}$  è uguale a:  
 $10^{-9} \cdot 10^{-9} = 10^{-18}$ .

## 9 $5^3/5^{-3} =$

- A** 5 **C** 0 **E** 25  
**B** 15 625 **D** 1

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 86, 1998)

- L'espressione può essere risolta come segue:

$$5^3/5^{-3} = 5^{3-(-3)} = 5^{3+3} = 5^6 = 15\,625.$$

Osserva, guardando le opzioni di risposta, che non è necessario effettuare l'ultimo calcolo per dare la risposta esatta.

Fai molta attenzione alla risposta D:

$$5^3/5^3 = 1 \text{ ma } 5^3/5^{-3} \neq 1.$$

## 10 Quanto vale l'espressione:

$$a^b - b^c + c^a, \text{ per } a = 1, b = -1, c = 2?$$

- A** -4 **C** 2 **E** -2  
**B** 0 **D** 4

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 2010)

- Sostituendo nell'espressione i valori indicati si ha:

$$1^{-1} - (-1)^2 + 2^1 = 1 - (+1) + 2 = 1 - 1 + 2 = 2.$$

## 11 Quale delle seguenti quaterne di numeri è ordinata secondo valori crescenti?

- A**  $\frac{12}{1001}$ ;  $0,12 \cdot 10^{-1}$ ;  $121 \cdot 10^{-4}$ ;  $\frac{12}{999}$   
**B**  $\frac{12}{999}$ ;  $0,12 \cdot 10^{-1}$ ;  $\frac{12}{1001}$ ;  $121 \cdot 10^{-4}$   
**C**  $0,12 \cdot 10^{-1}$ ;  $\frac{12}{1001}$ ;  $121 \cdot 10^{-4}$ ;  $\frac{12}{999}$   
**D**  $\frac{12}{1001}$ ;  $\frac{12}{999}$ ;  $0,12 \cdot 10^{-1}$ ;  $121 \cdot 10^{-4}$   
**E**  $\frac{12}{1001}$ ;  $0,12 \cdot 10^{-1}$ ;  $\frac{12}{999}$ ;  $121 \cdot 10^{-4}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 2005)

- Riscrivi sotto forma di frazione la quaterna della risposta E:

$$\frac{12}{1001}; \frac{12}{1000}; \frac{12}{999}; \frac{12,1}{1000}$$

I primi tre valori sono in ordine crescente, poiché il numeratore è costante e il denominatore diminuisce).

Per verificare che  $\frac{12}{999} < \frac{12,1}{1000}$ , puoi osservare che  $12 \cdot 1000 < 12,1 \cdot 999$ .

## 12 L'ordine crescente dei numeri

$$x = 0,8; y = 0,63; z = \frac{13}{20}; t = \frac{7}{25} \text{ è:}$$

- A**  $x, y, z, t$  **D**  $y, z, t, x$   
**B**  $y, t, z, x$  **E**  $t, y, z, x$   
**C**  $t, y, x, z$

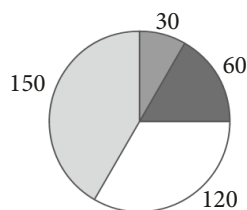
(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 89, 1998)

- Per risolvere l'esercizio trasforma la frazione  $13/20$  nel corrispondente numero decimale 0,65 (per dividere per 20 a mente puoi dividere prima per 10 e poi per 2). Osserva poi che  $7/25$  è minore di 0,5 poiché 7 è minore della metà di 25.

In conclusione, ordinando, si trova che l'ordine corretto è il seguente:

$$7/25; 0,63; 13/20; 0,8.$$

## 13 La composizione del parlamento di uno Stato, che conta complessivamente 420 parlamentari, è rappresentata dall'areogramma sottoriportato (i numeri segnati in corrispondenza di ciascun settore si riferiscono all'ampiezza in gradi del rispettivo angolo al centro).



Quali delle seguenti quaterne di numeri indica la composizione esatta del parlamento in questione?

- A** 36; 72; 144; 180 **D** 32; 64; 144; 180  
**B** 36; 72; 144; 168 **E** 35; 70; 135; 180  
**C** 35; 70; 140; 175

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 2007)

In una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

- In totale, i parlamentari sono 420 ed essi corrispondono all'angolo giro che misura  $360^\circ$ . Quindi per determinare, per esempio, quanti parlamentari corrispondono al settore di  $30^\circ$  devi risolvere la proporzione:  
 $420 : 360^\circ = x : 30^\circ$ .

Quindi, ricordando la proprietà fondamentale delle proporzioni, si ha

$$x \cdot 360^\circ = 420 \cdot 30^\circ, \text{ che dà come soluzione } x = 35.$$

Questa informazione, ti permette di eliminare le risposte A, B, D.

Notando ora che  $30^\circ$  è sottomultiplo di tutti gli altri settori, puoi ricavare il numero dei parlamentari moltiplicando il numero 35 rispettivamente per 2, per 4 e per 5. Hai ottenuto quindi il numero di parlamentari di ogni settore: 35; 70; 140; 175.

In maniera analoga si potrebbe trovare la risposta esatta risolvendo anche le altre tre proporzioni:

$$420 : 360^\circ = x : 60^\circ$$

$$420 : 360^\circ = x : 120^\circ$$

$$420 : 360^\circ = x : 150^\circ$$

La risposta E è errata:  $120^\circ$  corrisponde a un terzo dell'angolo giro. Quindi i parlamentari di quel settore sono un terzo di 420, ossia 140.

- 14** Con il contenuto di una botte di vino si riempiono 160 fiaschi della capacità di un litro e mezzo. Quante bottiglie della capacità di litri 0,80 si potrebbero riempire con la stessa quantità di vino?

- A** 360                      **D** 320  
**B** 280                      **E** 300  
**C** 240

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 2008)

- 🔍 Osserva innanzitutto che, se con il contenuto della botte di vino si possono riempire 160 fiaschi da 1,5 litri, con la stessa quantità di vino si potranno riempire poco meno di 320 fiaschi da 0,8 litri (poiché 0,8 rappresenta poco più della metà di 1,5). Quindi, sulla base di questo ragionamento, puoi scartare subito le risposte A e D. Calcola ora che 160 fiaschi da 1,5 litri contengono 240 litri di vino. Dividendo 240 litri per 0,8 litri, otterrai il numero di bottiglie da 0,8 che sarà possibile riempire:  $240 / 0,8 = 300$  bottiglie.

- ★ **15** Un fiorista olandese deve piantare in una serra bulbi di tulipani contenuti in un sacchetto. Il numero dei bulbi è compreso tra 300 e 400. Il fiorista scava fossetti nel terreno e in ognuno di essi mette 6 bulbi. Gli restano 5 bulbi per l'ultimo fossetto. Prova a metterne 7 e poi 8. In entrambi i casi gli avanzano sempre 5 bulbi per l'ultimo fosso. Quanti sono esattamente i bulbi?

- A** 341                      **D** 350  
**B** 360                      **E** 336  
**C** 320

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 2008)

- 🔍 Proponiamo due soluzioni per arrivare alla conclusione corretta.

**SOLUZIONE 1:**

Osserva che se si divide il numero di bulbi per 6, per 7 e per 8, il resto delle divisioni deve essere sempre 5. Esamina quindi le opzioni di risposta e vai per esclusione.

La risposta A è esatta, infatti:

$$341 / 6 = 56 \text{ con resto } 5;$$

$$341 / 7 = 48 \text{ con resto } 5;$$

$$341 / 8 = 42 \text{ e resto } 5.$$

La risposta B è errata:  $360 / 6 = 60$  con resto 0!

La risposta C è errata:  $320 / 6 = 53$  con resto 2!

La risposta D è errata:  $350 / 6 = 58$  con resto 2!

La risposta E è errata:  $336 / 6 = 56$  con resto 0!

**SOLUZIONE 2:**

Con un altro ragionamento, puoi pensare che, affinché le divisioni per 6, per 7 e per 8 diano tutte come resto 5, il numero di bulbi deve essere la somma di 5 e di un multiplo del m.c.m.  $(6, 7, 8) = 168$ .

Dato che il numero di bulbi deve essere compreso tra 300 e 400, la risposta corretta sarà:  $341 = 2 \cdot 168 + 5$

- ★ **16** Un soggetto abituato a bere un quarto di vino al giorno deve osservare una dieta che prevede al massimo un quinto di litro di vino al giorno. A quale quantità giornaliera minima di vino dovrà rinunciare?

- A** 100 mL                      **D** 75 mL  
**B** 25 mL                      **E** 10 mL  
**C** 50 mL

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 2010)

- 🔍 Il soggetto è abituato a bere  $1/4$  L di vino. Ora deve bere al massimo  $1/5$  L, quindi dovrà rinunciare ad almeno  $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$  L di vino, ossia 50 mL.

In maniera analoga, puoi procedere osservando che, se un quarto di litro corrisponde a 250 mL e un quinto di litro corrisponde a 200 mL, si ha che il soggetto deve rinunciare a  $250 \text{ mL} - 200 \text{ mL} = 50 \text{ mL}$ .

- 17**  $(0,4) \cdot (0,4) \cdot (0,4)$  è uguale a:

- A** 0,64                      **D** 0,064  
**B** 0,0064                      **E** 0,016  
**C** 0,16

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2009)

- 🔍 Scrivi il numero 0,4 sotto forma di frazione:  $4/10$ . Quindi il prodotto da considerare è il seguente:

$$(0,4) \cdot (0,4) \cdot (0,4) = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{64}{1000} = 0,064.$$

- 18** Centomila moltiplicato per un millesimo è uguale a:

- A** un centomillesimo  
**B** un centesimo  
**C** un centomillesimo  
**D** cento milioni  
**E** cento

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 1998)

- 🔍 Il prodotto che devi considerare è il seguente:

$$100\,000 \cdot 1/1000 = 100$$

La risposta A è errata: sarebbe stata giusta se avessimo diviso un millesimo per centomila.

Le risposte B, C, D sono errate per motivi di calcolo.

# I numeri razionali

**19** A cosa è uguale  $a^{-b}$ ?

- A**  $a^{-b} = \frac{1}{ab}$
- B**  $a^{-b} = \frac{1}{a^b}$
- C**  $a^{-b} = \frac{a}{b}$
- D**  $a^{-b} = -a^{-b}$
- E**  $a^{-b} = -b^{-a}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 1999)

Per definizione si ha che  $a^{-b} = 1/a^b$ .

**20** Quale delle seguenti quaterne di numeri è ordinata secondo valori crescenti?

- A**  $2,7 \cdot 10^{-1}$ ;  $\frac{27}{101}$ ;  $\frac{27}{99}$ ;  $271 \cdot 10^{-3}$
- B**  $\frac{27}{101}$ ;  $2,7 \cdot 10^{-1}$ ;  $271 \cdot 10^{-3}$ ;  $\frac{27}{99}$
- C**  $271 \cdot 10^{-3}$ ;  $2,7 \cdot 10^{-1}$ ;  $\frac{27}{101}$ ;  $\frac{27}{99}$
- D**  $\frac{27}{101}$ ;  $2,7 \cdot 10^{-1}$ ;  $\frac{27}{99}$ ;  $271 \cdot 10^{-3}$
- E**  $\frac{27}{101}$ ;  $\frac{27}{99}$ ;  $271 \cdot 10^{-3}$ ;  $2,7 \cdot 10^{-1}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 2007)

Riscrivi sotto forma di frazione la quaterna della risposta B:

$$\frac{27}{101}; \frac{27}{100}; \frac{27,1}{100}; \frac{27}{99}$$

I primi tre sono in ordine crescente poiché il numeratore è costante o aumenta e il denominatore diminuisce o è costante.

Per verificare che  $\frac{27,1}{100} < \frac{27}{99}$ , puoi osservare che  $27,1 \cdot 99 < 27 \cdot 100$ .

**21** In una successione ereditaria nella quale gli eredi sono 4 fratelli, al maggiore di essi la defunta madre ha riservato la quota disponibile, cioè  $1/3$  dell'eredità. Supponendo che i quattro fratelli divideranno fra loro in parti uguali la rimanente quota dei  $2/3$ , quale frazione dell'eredità spetterà al fratello maggiore?

- A**  $\frac{1}{2}$
- B**  $\frac{1}{6}$
- C**  $\frac{1}{5}$
- D**  $\frac{1}{4}$
- E**  $\frac{1}{3}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 2010)

Osserva innanzitutto che al fratello maggiore viene dato da subito un terzo dell'eredità, quindi tutte le risposte minori di  $1/3$  sono da escludere.

I restanti due terzi di eredità vengono divisi in 4 parti uguali, quindi al fratello maggiore vanno anche  $(1/4) \cdot (2/3) = 1/6$  della totale eredità. Ne segue che al fratello maggiore va  $1/3 + 1/6 = 3/6 = 1/2$  dell'eredità totale.

**22** Quale delle seguenti disuguaglianze è VERA?

- A**  $10^{100} < 100^{10}$
- B**  $100^{-10} < 10^{-100}$
- C**  $10^{100} < -10^{10}$
- D**  $10^{-100} < 100^{-10}$
- E**  $(-10)^{100} < (-100)^{10}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 87, 1999)

Per quanto sai sulle potenze con esponente negativo:

$$10^{-100} = 1/10^{100}$$

$$100^{-10} = (10^2)^{-10} = 1/10^{20}$$

Da ciò si conclude che  $10^{-100} < 100^{-10}$

Attenzione! La risposta C è errata: il primo membro (che è positivo) non può essere minore del secondo (che è negativo).

22 D

15 A	16 C	17 D	18 E	19 B	20 B	21 A
8 D	9 B	10 C	11 E	12 E	13 C	14 E
1 B	2 B	3 E	4 B	5 D	6 B	7 C

Soluzioni:

**1** Determinare quale dei seguenti numeri coincide con

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- A**  $\sqrt{8}$
- B**  $\frac{4}{4\sqrt{2}}$
- C** 2
- D**  $\frac{1}{2}$
- E**  $\frac{1}{4\sqrt{2}}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2012)

Il numero coincide con  $\frac{4}{\sqrt{2}}$

Razionalizzando si ottiene:

$$\frac{4}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}.$$

**2** Quale, fra i seguenti, è un numero irrazionale?

- A**  $\frac{1}{3}$
- B**  $\sqrt{36}$
- C**  $\sqrt[3]{4}$
- D**  $\sqrt{\frac{9}{16}}$
- E**  $13, \overline{17}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 57, 2000)

Un numero irrazionale è un numero che non si può scrivere come rapporto tra due numeri interi.

Un numero decimale finito o periodico si può scrivere sotto forma di frazione.

Esamina le opzioni di risposta:

$1/3$  è un numero razionale.

$\sqrt{36} = 6$  è un numero naturale, e quindi razionale.

$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$  è un numero razionale.

$13, \overline{17}$  è un numero razionale poiché è decimale periodico.

$\sqrt[3]{4}$  è un numero irrazionale perché non si può scrivere come rapporto tra numeri interi.

**3** Qual è il numero intero che approssima meglio il numero

$$\frac{5 + \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}}?$$

- A** 0
- B** 5
- C** 10
- D** 3
- E** 1

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 63, 2001)

Osserva che  $\sqrt{5} \approx 2,24$ .

$$\text{Quindi } \frac{5 + \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} \approx \frac{7,24}{2,76} \approx 3.$$

Attenzione: puoi approssimare  $\sqrt{5}$  a "poco più di 2" (dato che  $\sqrt{4} = 2$ ) e ottenere lo stesso risultato.

Le altre risposte sono errate per motivi di calcolo.

**4** La radice quadrata positiva di un numero  $x$  maggiore di 0 e minore di 1 è:

- A** un numero maggiore di 1
- B** non esiste nel campo dei numeri reali
- C** un numero minore di  $x$
- D** un numero maggiore di  $x$
- E**  $x/2$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 82, 1997)

La radice quadrata di un numero  $x$  non è sempre minore di  $x$ . Infatti, ciò è vero solamente se  $x > 1$ . Per esempio: se  $x = 81$ , la radice di  $x$  vale  $9 < 81$ .

Invece, se  $0 < x < 1$ , la radice quadrata di  $x$  è maggiore di  $x$ . Per esempio: se

$x = 0,25$ , la radice di  $x$  vale  $0,5 > 0,25$ .

Per  $x = 1$ , infine, la radice quadrata di  $x$  è uguale a  $x$ .

La radice quadrata di un numero è diversa dal numero stesso (se questo è diverso da 1) e quindi sarà o maggiore o minore di esso. Dovrai ricercare la risposta esatta tra la C e la D

**5**  $\sqrt{x^2}$ , intesa come radice aritmetica, è uguale a:

- A**  $x^{1/2}$
- B**  $|x^{1/2}|$
- C**  $x$
- D**  $|x|$
- E**  $\pm x$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2005)

Attenzione! Si ha  $\sqrt{x^2} = |x|$  (VERA!) e non  $\sqrt{x^2} = x$  (FALSA!) come molti erroneamente pensano.

$\sqrt{x^2} = x$  risulta infatti non verificata per le  $x$  negative. Per  $x = -3$ , si otterrebbe  $3 = -3$  che è evidentemente falsa.

**6** Il radicale  $\sqrt[6]{3}$  è uguale a:

- A**  $\sqrt[6]{6561}$
- B**  $\sqrt[10]{32}$
- C**  $\sqrt[8]{12}$
- D**  $\sqrt[6]{6}$
- E**  $\sqrt[6]{27}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2005)

## I numeri reali e i radicali

Per le proprietà dei radicali, si possono moltiplicare l'indice della radice e l'esponente del radicando per uno stesso numero, ottenendo un radicale equivalente al radicale di partenza.

Applicando le proprietà dei radicali otterrai:  
 $\sqrt{3} = \sqrt[2]{3^1} = \sqrt[2 \cdot 3]{3^{1 \cdot 3}} = \sqrt[6]{3^3} = \sqrt[6]{27}$

**7**  $\sqrt{18} + \sqrt{32}$  è uguale a:

- A**  $20\sqrt{2}$
- B**  $\sqrt{98}$
- C** 10
- D**  $\sqrt{20}$
- E**  $\sqrt{50}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 53, 2000)

Applicando le proprietà dei radicali otterrai:  
 $\sqrt{18} + \sqrt{32} = \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{16 \cdot 2} = 3\sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{98}$ .

Attenzione alla risposta E: la somma dei radicali NON è il radicale che ha per somma i radicandi.

**8** Quale dei valori sotto riportati costituisce la migliore approssimazione della radice quadrata di 814 420?

- A** 407 270
- B** 90
- C** 900
- D** 9000
- E** 81 442

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 90, 1999)

Esamina l'opzione di risposta C. Puoi scrivere 900 come  $9 \cdot 10^2$ . Il quadrato di  $9 \cdot 10^2$  è  $(9 \cdot 10^2)^2 = 81 \cdot 10^4 = 810\,000$ . Quindi tra i valori riportati, quello che costituisce la migliore approssimazione della radice quadrata di 814 420 è 900.

La risposta A è errata: è circa la metà (e non la radice quadrata) di 814 420.

La risposta E è errata: è circa un decimo (e non la radice quadrata) di 814 420.

**9** Se A è un numero negativo, allora  $(-A)^{0,5}$  è sicuramente un numero:

- A** in tutti i casi: nullo
- B** in tutti i casi: intero
- C** sempre uguale a 0,5
- D** reale
- E** uguale a uno

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 57, 2000)

Elevare un numero all'esponente  $\frac{1}{2}$  significa estrarre la radice quadrata di quel numero. Infatti  $x^{\frac{1}{2}}$  equivale a  $\sqrt{x}$ .

○ Osserva innanzitutto che se  $A < 0$ , allora  $-A > 0$ . Quindi esiste la radice quadrata di  $-A$ , che dunque è un numero reale.

Le risposte A, C, E sono errate: per  $A = -4$ ,  $(-A)^{\frac{1}{2}} = 2$ .

La risposta B è errata: per  $A = -5$ ,  $(-A)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ .

**10** Nella proporzione  $5 : x = x : -125$  il valore del medio proporzionale:

- A** è uguale a -25
- B** è uguale a  $\frac{1}{25}$
- C** non esiste nel campo dei numeri reali
- D** è uguale a 25
- E** è un numero irrazionale

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 1998)

In una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

○ Osserva che  $x^2 = -500$ , che non ha soluzioni nei reali in quanto un quadrato non può essere negativo.

**11** Quale fra i seguenti numeri è il più grande?

- A**  $\sqrt{0,00000001}$
- B**  $10^{-5}$
- C**  $(0,01)^{\frac{1}{2}}$
- D** 0,001
- E**  $(0,001)^2$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 2001)

○ Riscrivi i numeri sotto forma di potenze di 10:

$$\sqrt{0,00000001} = \sqrt{10^{-8}} = 10^{-4}$$

$$10^{-5}$$

$$(0,01)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10^{-2}} = 10^{-1}$$

$$0,001 = 10^{-3}$$

$$(0,001)^2 = (10^{-3})^2 = 10^{-6}$$

Il numero più grande risulta  $10^{-1}$ , ovvero  $(0,01)^{\frac{1}{2}}$ .

**12** Quale delle seguenti quaterne di numeri è ordinata secondo valori decrescenti?

- A**  $31,4 \cdot 10^{-3}; \pi \cdot 10^{-2}; 3144 \cdot 10^{-5}; 315 \cdot 10^{-4}$
- B**  $315 \cdot 10^{-4}; \pi \cdot 10^{-2}; 315 \cdot 10^{-3}; 3144 \cdot 10^{-5}$
- C**  $3144 \cdot 10^{-5}; 31,4 \cdot 10^{-3}; 315 \cdot 10^{-4}; \pi \cdot 10^{-2}$
- D**  $315 \cdot 10^{-4}; 3144 \cdot 10^{-5}; \pi \cdot 10^{-2}; 31,4 \cdot 10^{-3}$
- E**  $\pi \cdot 10^{-2}; 3144 \cdot 10^{-5}; 31,4 \cdot 10^{-3}; 315 \cdot 10^{-4}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 2006)

Un numero è scritto in notazione scientifica se è il prodotto di due termini: un coefficiente (maggiore o uguale a 1 e minore di 10) e una potenza di 10.

- 🔍 Riscrivi la quaterna D in notazione scientifica:  
 $3,15 \cdot 10^{-2}$ ;  $3,144 \cdot 10^{-2}$ ;  $3,141 \dots \cdot 10^{-2}$ ;  $3,14 \cdot 10^{-2}$ .  
 Osserva che i numeri sono disposti in ordine decrescente.  
 Attenzione! Per risolvere correttamente il quesito, è necessario conoscere l'approssimazione di  $\pi$  fino a 3,141...

★ 13 ●●● Quale delle seguenti quaterne di numeri è ordinata secondo valori crescenti?

- A**  $141,3 \cdot 10^{-4}$ ;  $\sqrt{2} \cdot 10^{-2}$ ;  $14150 \cdot 10^{-6}$ ;  $14,1 \cdot 10^{-3}$   
**B**  $14150 \cdot 10^{-6}$ ;  $\sqrt{2} \cdot 10^{-2}$ ;  $14,1 \cdot 10^{-3}$ ;  $141,3 \cdot 10^{-4}$   
**C**  $14,1 \cdot 10^{-3}$ ;  $141,3 \cdot 10^{-4}$ ;  $\sqrt{2} \cdot 10^{-2}$ ;  $14150 \cdot 10^{-6}$   
**D**  $141,3 \cdot 10^{-4}$ ;  $14150 \cdot 10^{-6}$ ;  $14,1 \cdot 10^{-3}$ ;  $\sqrt{2} \cdot 10^{-2}$   
**E**  $\sqrt{2} \cdot 10^{-2}$ ;  $14,1 \cdot 10^{-3}$ ;  $141,3 \cdot 10^{-4}$ ;  $14150 \cdot 10^{-6}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2006)

- 🔍 Riscrivi i numeri della risposta C in notazione scientifica:  
 $1,41 \cdot 10^{-2}$ ;  $1,413 \cdot 10^{-2}$ ;  $1,414 \dots \cdot 10^{-2}$ ;  $1,415 \cdot 10^{-2}$ .  
 Osserva che i numeri sono disposti in ordine crescente.  
 Attenzione! Per risolvere correttamente il quesito, è necessario conoscere l'approssimazione della radice quadrata di 2 fino a 1,414...

★ 14 ●●● Qual è il più grande tra i seguenti numeri  $12^{\frac{3}{5}}$ ,  $6^{\frac{7}{10}}$ ,  $50^{\frac{1}{3}}$ ,  $50^{\frac{2}{5}}$ ,  $6^{\frac{2}{3}}$ ?

- A**  $6^{\frac{2}{3}}$   
**B**  $50^{\frac{1}{3}}$   
**C**  $50^{\frac{2}{5}}$   
**D**  $12^{\frac{3}{5}}$   
**E**  $6^{\frac{7}{10}}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 2010)

- 🔍 Riscrivi tutti i numeri sotto forma di potenze con esponenti con lo stesso denominatore (pari a 30):

$$6^{2/3} = 6^{20/30}$$

$$50^{1/3} = 50^{10/30}$$

$$50^{2/5} = 50^{12/30}$$

$$12^{3/5} = 12^{18/30}$$

$$6^{7/10} = 6^{21/30}$$

Hai allora tre possibilità:  $50^{12/30}$  o  $6^{21/30}$  oppure  $12^{18/30}$ .  
 Ma osserva che  $50^{12/30} > 48^{12/30} = (6 \cdot 8)^{12/30} = 6^{12/30} \cdot 8^{12/30}$ .  
 Inoltre  $6^{21/30} = 6^{12/30} \cdot 6^{9/30}$ .

Da ciò si ricava che  $6^{12/30} \cdot 8^{12/30} > 6^{12/30} \cdot 6^{9/30}$ , poiché  $8^{12/30} > 6^{9/30}$ .

Inoltre  $12^{18/30} = (12^3)^{\frac{6}{30}}$ , mentre  $50^{12/30} = (50^2)^{\frac{6}{30}}$ .

Da ciò si ricava che  $(12^3)^{\frac{6}{30}} < (50^2)^{\frac{6}{30}}$  poiché  $12^3 = 1728 < 50^2 = 2500$ .

In conclusione, il numero più grande è  $50^{12/30}$ .

15 ●●● Siano  $a$  e  $b$  due numeri reali tali che  $a + b < 0$  e  $ab > 0$ .  
 Quale delle seguenti proposizioni è vera?

- A**  $a > -b$   
**B**  $a > 0$  e  $b > 0$   
**C**  $a < 0$  e  $b < 0$   
**D**  $b > -a$   
**E**  $a > 0$  e  $b < 0$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 2009)

- 🔍  $a$  e  $b$  sono due numeri reali che hanno prodotto positivo e somma negativa.

Se hanno prodotto positivo, significa che sono concordi: o entrambi positivi o entrambi negativi. Di conseguenza, se sono concordi e hanno somma negativa, significa che sono entrambi negativi.

La risposta B è errata: la somma sarebbe positiva.

La risposta E è errata: il prodotto sarebbe negativo.

16 ●●● Il radicale  $\sqrt[3]{4}$  è uguale a:

- A**  $\sqrt[9]{32}$   
**B**  $\sqrt[12]{256}$   
**C**  $\sqrt[3]{12}$   
**D**  $\sqrt[12]{24}$   
**E**  $\sqrt[6]{8}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2007)

- 🔍 Applicando le proprietà dei radicali si ottiene:

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4^{1 \cdot 4}} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}.$$

15	C	16	B
8	C	9	D
14	C	13	C
7	B	6	E
3	D	4	D
2	C	1	A
10	C	11	C
12	D	13	C

Soluzioni:

**1** Quale fra le frasi seguenti non è corretta?

- A** La moltiplicazione di polinomi gode della proprietà commutativa.
- B** Due monomi opposti hanno somma uguale al monomio nullo.
- C** Se due monomi sono uguali, il loro quoziente è 1.
- D** Due monomi simili sono uguali.
- E** Il prodotto di un monomio e di un polinomio è ancora un polinomio.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2002)

Due monomi simili hanno la stessa parte letterale quindi  $3ab$  e  $5ab$  sono simili, ma non sono uguali, in quanto non hanno la stessa parte numerica.

- La risposta A è corretta: anche per i polinomi la moltiplicazione gode della proprietà commutativa.  
 La risposta B è corretta: due monomi opposti hanno somma nulla.  
 La risposta C è corretta: se due monomi sono uguali, il loro quoziente è 1.  
 La risposta E è corretta: il prodotto di un monomio per un polinomio è un polinomio.

**2** Il grado di un polinomio corrisponde:

- A** al grado del monomio di grado minimo
- B** al numero dei fattori letterali diversi
- C** al grado del monomio di grado massimo
- D** alla somma dei gradi di tutti i monomi addendi
- E** al minimo comune multiplo dei gradi dei monomi addendi

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 1998)

Il grado di un polinomio è il grado del monomio di grado massimo.

Per esempio il polinomio  $3a^2 + 2bc^2 - 4c^2$  è di terzo grado perché  $2bc^2$  è un monomio di terzo grado.

**3** Il polinomio  $ax^4 - 3x^2 + 1$  con  $a$  numero reale:

- A** ha come zero  $x = 2$  per il valore di  $a$  uguale a uno
- B** si scompone in  $(x^2 - 1)(ax^2 - 1)$  per ogni valore di  $a$
- C** ha come zero  $x = -1$  per il valore di  $a$  uguale a uno
- D** ha come zero  $x = 1$  in corrispondenza di un valore di  $a$  positivo
- E** è irriducibile per ogni valore di  $a$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 2004)

Gli zeri di un polinomio  $P(x)$  sono quei valori di  $x$  per cui il polinomio vale zero.

- Sostituendo nel polinomio il valore  $x = 1$  e ponendo il polinomio pari a zero, si ha che  $a - 3 + 1 = 0$  e quindi  $a = 2$ .

Si conclude che il polinomio ha come zero  $x = 1$  in corrispondenza di un valore di  $a$  positivo (in particolare  $a = 2$ ).

La risposta A è errata: per  $x = 2$ , si ha  $16a - 12 + 1 = 0$ , da cui  $a = 11/16$ .

La risposta B è errata: è sufficiente eseguire il prodotto per verificarne la falsità.

La risposta C è errata: per  $x = -1$ , si ha  $a - 3 + 1 = 0$ , quindi  $a = 2$ .

La risposta E è falsa.

★ **4** Quale dei seguenti polinomi è un quadrato perfetto?

- A**  $4x^2 + 9$
- B**  $4x^2 - 12x - 9$
- C**  $4x^2 - 12x + 9$
- D**  $4x - 6x + 9$
- E**  $4x^2 - 6x + 9$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2007)

Ricorda la seguente uguaglianza:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- Applica la formula del quadrato di un binomio per osservare che  $4x^2 - 12x + 9$  è un quadrato perfetto.

**5**  $x$  e  $y$  sono due numeri naturali il cui prodotto dà un numero  $a$  e  $x$  è il successivo di  $y$ . Quanto vale  $x^2 + y^2$ ?

- A**  $1 - 2a$
- B**  $2a - 1$
- C**  $2a + 1$
- D**  $2a^2 + 1$
- E**  $a + 1$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2004)

- Si ha che  $x \cdot y = a$  e  $x = y + 1$ . Eleva al quadrato entrambi i membri di  $x = y + 1$ , così da ottenere  $x^2 = (y + 1)^2$ . Ora aggiungi a entrambi i membri il monomio  $y^2$ :

$$x^2 + y^2 = (y + 1)^2 + y^2.$$


Svolgi ora i calcoli algebrici:

$$x^2 + y^2 = (y + 1)^2 + y^2 = 2y^2 + 2y + 1 = 2y \cdot (y + 1) + 1 = 2y \cdot x + 1 = 2a + 1.$$

**6** Il valore di  $(3^{3/2} + 3^{1/3})^2 - 27 - 3^{2/3}$  è pari a:

- A**  $2 \cdot 3^{4/5}$
- B**  $2 \cdot 3^{2/3}$
- C**  $2 \cdot 3^{3/2}$
- D**  $2 \cdot 3^{11/6}$
- E**  $2 \cdot 3^{10/6}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 83, 1997)


 Sviluppando il quadrato del binomio, si ha:  
 $(3^{3/2} + 3^{1/3})^2 - 27 - 3^{2/3} = 3^3 + 2 \cdot 3^{3/2} \cdot 3^{1/3} + 3^{2/3} - 27 - 3^{2/3} =$   
 $= 27 + 2 \cdot 3^{11/6} + 3^{2/3} - 27 - 3^{2/3} = 2 \cdot 3^{11/6}$   
 Le altre risposte sono errate per motivi di calcolo.

★ **7** Sia  $a = 1001^2 - 999^2$ . Determinare quale delle seguenti relazioni è verificata.

- ☐ A  $5000 < a < 7000$
- ☐ B  $3000 < a < 5000$
- ☐ C  $a > 7000$
- ☐ D  $a < 1000$
- ☐ E  $1000 < a < 3000$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 71, 2011)


Ricorda che il prodotto tra la somma e la differenza di due numeri è uguale alla differenza tra il quadrato del primo e il quadrato del secondo:  
 $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$ .

 Applica i prodotti notevoli così da ottenere:  
 $1001^2 - 999^2 = (1001 + 999) \cdot (1001 - 999) = 2000 \cdot 2 = 4000$ .

**8** Sapendo che  $x + y = 2$ , quanto vale  $x^2 + y^2$ ?

- ☐ A  $2x + y^2$
- ☐ B  $2 + xy$
- ☐ C  $4$
- ☐ D  $4 - 2xy$
- ☐ E Nessuno dei valori precedenti

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 60, 2000)


 Se  $x + y = 2$ , si ha che  $(x + y)^2 = 4$ .  
 Quindi, sviluppando il quadrato del binomio si ottiene:  
 $x^2 + 2xy + y^2 = 4$  da cui  $x^2 + y^2 = 4 - 2xy$ .  
 Attenzione: la risposta C è chiaramente errata:  
 se  $x + y = 2$ , non è vero che  $x^2 + y^2 = 4$ .  
 Anche la risposta A è errata: c'è una asimmetria tra  $x$  e  $y$  che non è giustificata dalle ipotesi.

**9** Il resto della divisione del polinomio:  
 $x^4 + 5x^3 - 7x + 6$  per  $x - 2$  è:

- ☐ A  $-4$
- ☐ B  $x - 46$
- ☐ C  $48$
- ☐ D  $3x - 5$
- ☐ E  $6$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 2010)


Il teorema del resto afferma che il resto della divisione di un polinomio  $P(x)$  per il binomio  $x - a$ , è  $P(a)$ .

 Applica il teorema del resto sostituendo nel polinomio  $P(x)$  il valore 2 al posto dell'incognita. Otterrai così  
 $P(2) = 2^4 + 5 \cdot 2^3 - 7 \cdot 2 + 6 = 48$ .

**10** Il polinomio  $x^4 - 3x^2 + a$  con  $a$  numero reale:

- ☐ A ha come zero  $x = 2$  per il valore di  $a$  uguale a uno
- ☐ B ha come zero  $x = 2$  in corrispondenza di un valore di  $a$  positivo
- ☐ C ha come zero  $x = 2$  in corrispondenza di un valore di  $a$  negativo
- ☐ D si può scomporre in  $(x + a)(x^2 - 1)$
- ☐ E è irriducibile per ogni valore di  $a$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2004)

 Sostituendo nel polinomio il valore  $x = 2$  e ponendo il polinomio pari a zero, si ha  $16 - 12 + a = 0$ .  
 Quindi  $a = -4$ . Si conclude che il polinomio ha come zero  $x = 2$  in corrispondenza di un valore di  $a$  negativo (in particolare  $a = -4$ ).  
 Le risposte A e B sono errate: per  $x = 2$ , si hanno altri valori di  $a$ .  
 La risposta D è errata: è sufficiente eseguire il prodotto per verificarne la falsità.  
 La risposta E è falsa.

**11**  $(a + b)^2 =$

- ☐ A  $a^2 + b^2$
- ☐ B  $a^2 + b^2 - 2ab$
- ☐ C  $a^2 - b^2$
- ☐ D  $a^2 + b^2 + 2ab$
- ☐ E  $2a + 2b$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 1998)

 Attenzione alla risposta B:  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Soluzioni:  
 1 D 2 C 3 D 4 C 5 C 6 D 7 B

★ **1** Il minimo comune multiplo dei polinomi  $x + y$  e  $x^2 - y^2$  è:

- A**  $(x + y)(x - y)$       **C**  $(x - y)^2$       **E**  $(x - y)$   
**B**  $(x + y)^2$       **D**  $(x + y)$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2001)

🔍 Scomponiamo in fattori il polinomio

$$x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y).$$

Quindi il minimo comune multiplo è  $(x + y) \cdot (x - y)$ .

La risposta B è errata perché non è multiplo di  $x^2 - y^2$ .

Le risposte C ed E sono errate perché non sono multipli di nessuno dei due polinomi.

La risposta D è errata perché non è multiplo di  $x^2 - y^2$ .

●● **2** L'espressione  $X^2 + Y^2 - 2XY - 1$  può anche scriversi nella forma:

- A**  $(X + Y + 1) \cdot (X - Y - 1)$       **D**  $(XY - X) \cdot (YX + X) - 1$   
**B**  $(X + Y) \cdot (X - Y) - 1$       **E**  $(X + Y + 1) \cdot (-XY - 1)$   
**C**  $(X - Y)^2 - 1$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 84, 1999)

🔍 Per la formula del quadrato di un binomio si ha che:

$X^2 + Y^2 - 2XY = (X - Y)^2$ , quindi sottraendo 1 a entrambi i membri dell'uguaglianza si ottiene:

$$X^2 + Y^2 - 2XY - 1 = (X - Y)^2 - 1$$

Attenzione alla risposta A: c'è un errore di segno.

●● **3** L'espressione algebrica  $\frac{3}{2-a} - \frac{a}{a-2}$  è uguale a:

- A**  $\frac{3-a}{a-2}$       **C**  $\frac{a+3}{2+a}$       **E**  $\frac{3+a}{a-2}$   
**B**  $\frac{3+a}{2-a}$       **D**  $\frac{3-a}{2-a}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 2005)

🔍 Puoi risolvere l'espressione algebrica come segue:

$$\frac{3}{2-a} - \frac{a}{a-2} = \frac{3}{2-a} + \frac{a}{2-a} = \frac{3+a}{2-a}.$$

Le altre risposte sono errate per motivi di calcolo.

★ **4** L'espressione  $\frac{4+2x+12y}{2}$  si può ridurre a:

- A**  $2+2x+6y$       **D**  $2+x+6y$   
**B**  $2+2 \cdot (x+6y)$       **E**  $4+y+6x$   
**C**  $4+x+6y$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 69, 1997)

🔍 Fattorizza un 2 al numeratore, per ottenere

$$\frac{4+2x+12y}{2} = \frac{\cancel{2}(2+x+6y)}{\cancel{2}} = 2+x+6y.$$

●● **5** L'espressione  $[(a^2)^2 - b^4] : (a^2 - b^2)^2$  con  $a, b$  numeri reali:

- A** si può calcolare solo se  $a$  e  $b$  sono diversi da zero  
**B** vale  $\frac{a+b}{a-b}$

**C** vale 1

**D** non si può calcolare se  $a = \pm b$

**E** vale  $\frac{1}{a-b}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, 2002)

Ricorda che il denominatore di una frazione deve essere sempre diverso da zero.

🔍 La frazione algebrica è definita per tutti i valori che non annullano il denominatore, quindi devi porre  $a^2 - b^2 \neq 0$ , ovvero  $a \neq \pm b$ .

Le altre risposte sono errate per motivi di calcolo.

●● **6** L'espressione algebrica  $\frac{4}{a-1} + \frac{a}{1-a}$  è uguale a:

- A**  $\frac{4+a}{a-1}$       **C**  $\frac{4-a}{a-1}$       **E**  $\frac{a-4}{a-1}$   
**B**  $a+1$       **D**  $\frac{a+4}{1+a}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 2007)

🔍 Puoi risolvere l'espressione algebrica come segue:

$$\frac{4}{a-1} + \frac{a}{1-a} = \frac{4}{a-1} - \frac{a}{a-1} = \frac{4-a}{a-1}.$$

Le altre risposte sono errate per motivi di calcolo.

★ **7**  $\frac{a^8 - b^4}{a^2 - b} =$

- A**  $a^2 + b^2$       **D**  $(a^4 + b^2) \cdot (a^2 + b)$   
**B**  $(a^2 - b) \cdot (a^2 + b)$       **E**  $a^6 - b^3$   
**C**  $a^4 - b^4$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 1997)

🔍 Per risolvere l'espressione, applica la formula relativa alla differenza dei quadrati in due passaggi consecutivi, ottenendo

$$\begin{aligned} \frac{a^8 - b^4}{a^2 - b} &= \frac{(a^4 + b^2)(a^4 - b^2)}{a^2 - b} = \\ &= \frac{(a^4 + b^2)(a^2 - b)(a^2 + b)}{a^2 - b} = (a^4 + b^2)(a^2 + b). \end{aligned}$$

★ **8** Semplificare la seguente espressione:  $\frac{x}{x+2} - \frac{x-2}{x}$

- A**  $\frac{4}{x(x+2)}$       **C**  $\frac{-4}{x(x+2)}$       **E**  $\frac{4}{x+2}$   
**B**  $\frac{x-2}{x+2}$       **D**  $\frac{2x^2-4}{x(x+2)}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 54, 2013)

Svolgendo la somma delle frazioni algebriche si ottiene:

$$\frac{x}{x+2} - \frac{x-2}{x} = \frac{x^2 - x^2 + 4}{x(x+2)} = \frac{4}{x(x+2)}$$

**1** Due equazioni si dicono equivalenti quando ammettono lo stesso insieme di soluzioni. In quale delle seguenti coppie, le equazioni sono equivalenti?

- A**  $x = 3$  e  $x(x - 3) = 0$   
**B**  $4 - 2x = 10$  e  $x = 3$   
**C**  $x = 1$  e  $x = -1$   
**D**  $|x| = 1$  e  $x^2 = 1$   
**E**  $5x - 2 = 4x + 8$  e  $x = 6$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 2005)

Due equazioni si dicono equivalenti se hanno lo stesso insieme di soluzioni.

Esaminiamo l'opzione di risposta D.

$|x| = 1$  ha soluzioni  $x = \pm 1$ .

$x^2 = 1$  ha soluzioni  $x = \pm 1$ .

Quindi le equazioni sono equivalenti.

La risposta A è errata: la prima equazione ha soluzione  $x = 3$ , la seconda equazione ha soluzioni  $x = 0$  e  $x = 3$ .

La risposta B è errata: la prima equazione ha soluzione  $x = -3$ , la seconda equazione ha soluzione  $x = 3$ .

La risposta C è errata: la prima equazione ha soluzione  $x = 1$ , la seconda equazione ha soluzione  $x = -1$ .

La risposta E è errata: la prima equazione ha soluzione  $x = 10$ , la seconda equazione ha soluzione  $x = 6$ .

**2** Quali fra le seguenti equazioni sono equivalenti fra loro?

- 1)  $6x - 4 = 8$                       3)  $x(6x - 4) = 8x$   
 2)  $6x - 1 = 2$                       4)  $3x - 6 = 0$

**A** la 1) e la 2)

**B** la 3) e la 2)

**C** la 2) e la 4)

**D** la 1) e la 4)

**E** la 1) e la 3)

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 2003)

Troviamo le soluzioni delle equazioni:

- 1)  $x = 2$   
 2)  $x = \frac{1}{2}$   
 3)  $x = 0$  e  $x = 2$   
 4)  $x = 2$

Quindi la 1) e la 4) sono equivalenti.

**3** Relativamente alla soluzione dell'equazione algebrica di primo grado  $Ax - B = 0$  quale delle seguenti affermazioni è CORRETTA?

- A** L'equazione ha soluzioni reali solo se:  $A > 0, B > 0$ .  
**B** L'equazione non ha soluzioni reali se:  $A > 0, B < 0$ .  
**C** L'equazione ha soluzioni reali sempre (purché A sia diverso da 0).

**D** L'equazione non ha soluzioni reali se:  $A > 0, B = 0$ .

**E** L'equazione non ha soluzioni reali se:  $A < 0, B < 0$ .

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 81, 1999)

L'equazione  $Ax - B = 0$  ha la seguente soluzione:  $x = B/A$  che è un numero reale se A è diverso da zero.

La risposta A è errata: infatti, per esempio,  $2x - (+1) = 0$  ha soluzione reale  $x = +1/2$  e per lo stesso motivo risulta errata anche la risposta B.

La risposta D è errata: infatti, per esempio,  $2x = 0$  ha soluzione reale  $x = 0$ .

La risposta E è errata:  $-2x + 1 = 0$  ha soluzione reale  $x = 1/2$ .

**4** Quale fra le seguenti equazioni ha soluzioni nell'insieme dei numeri reali?

**A**  $\frac{1}{a-x} = 0$  con a numero reale

**B**  $\frac{\log^2 x + \sqrt{2}}{x^2 + \sqrt{2}} = 0$

**C**  $2 \sin^2 x - 3 = 0$

**D**  $\frac{1}{a-x} = a-x$  con a numero reale

**E**  $(3x - 2)^2 = b$  con b numero reale negativo

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2003)

L'equazione della risposta A non ha soluzione perché il numeratore è 1 e non può essere nullo.

L'equazione della risposta B non ha soluzione. L'equazione è definita solo per  $x > 0$  (argomento del logaritmo); per  $x > 0$ , il membro di sinistra è strettamente positivo (numeratore e denominatori sempre positivi per  $x > 0$ ) e il membro di destra è zero.

Anche l'equazione della risposta C non ha soluzione: lo puoi provare osservando che il valore massimo che può assumere il seno di un angolo è 1.

Infine, l'equazione della risposta E non ha soluzione perché il quadrato di un binomio non può mai essere negativo.

Per esclusione puoi quindi concludere che la risposta esatta è la D. Infatti l'equazione  $\frac{1}{a-x} = a-x$ , che è definita per  $x \neq a$ , si risolve come segue:  $(a-x)^2 = 1$ , quindi  $a-x = \pm 1$  e in conclusione  $x = a \mp 1$ .

**5** L'equazione  $\frac{\sqrt{-x^2-1}}{x} = 3$

**A** è equivalente all'equazione  $\frac{-\sqrt{x^2+1}}{x} = 3$

**B** ammette come soluzione  $x = -1$

**C** è indeterminata

**D** è razionale

**E** è impossibile

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 54, 2000)

Il radicando di una radice quadrata deve essere sempre maggiore o uguale a zero.

## Le equazioni

- 🔍 Osserviamo che  $-x^2 - 1$  è un'espressione sempre negativa, quindi l'equazione è impossibile. Ne consegue che la risposta A è errata, così come la risposta C. Inoltre anche la risposta B non è corretta, infatti, sostituendo  $-1$  al posto di  $x$  non si ottiene un'uguaglianza. La risposta D è anch'essa errata poiché l'equazione è irrazionale.

**6** Se il discriminante di un'equazione di secondo grado è negativo, le radici dell'equazione:

- ☐ A sono una reale e una immaginaria
- ☐ B sono entrambe reali, ma irrazionali
- ☐ C sono due reali coincidenti
- ☐ D non sono reali
- ☐ E sono due, entrambe reali e di segno opposto

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 1998)

Ricorda che:

- se il discriminante è positivo, le radici dell'equazione sono reali e distinte;
- se il discriminante è nullo, le radici dell'equazione sono reali e coincidenti;
- se il discriminante è negativo, le radici dell'equazione non sono reali.

**7** Un'equazione di secondo grado ha come unica radice  $-1$ . Il suo discriminante è:

- ☐ A  $-1$
- ☐ B  $< 0$
- ☐ C  $0$
- ☐ D un numero immaginario
- ☐ E  $> 0$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 1999)

- 🔍 Le risposte A e B sono errate: se il discriminante è negativo, le radici dell'equazione non sono reali. La risposta D è errata: il discriminante è sempre un numero reale (se l'equazione di secondo grado è a coefficienti reali). La risposta E è errata: se il discriminante è positivo, le radici dell'equazione sono reali e distinte.

**8** Se l'equazione  $x^2 + ax + b = 0$  ha soluzioni 5 e 1, il discriminante vale:

- ☐ A 6
- ☐ B 56
- ☐ C 4
- ☐ D 16
- ☐ E 29

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 71, 1997)

Ricorda che la differenza tra le due radici di un'equazione di secondo grado è uguale al rapporto tra la radice quadrata del discriminante e il coefficiente del termine di primo grado (eventualmente cambiato di segno).

Ricorda anche il trinomio notevole:  $x^2 - sx + p = 0$  che ha come radici  $x_1$  e  $x_2$  dove  $x_1 + x_2 = s$  e  $x_1 \cdot x_2 = p$ .

- 🔍 Applica le regole sulla differenza tra le radici di un'equazione e ottieni:  $5 - 1 = \frac{\sqrt{\Delta}}{1} \rightarrow \sqrt{\Delta} = 4 \rightarrow \Delta = 16$ . Altrimenti puoi ricordare che un'equazione del tipo  $x^2 + ax + b = 0$  ha soluzioni  $x = 1$  e  $x = 5$  se  $a = -(5+1) = -6$  e  $b = (5 \cdot 1) = 5$ . A questo punto vai a sostituire i valori di  $a$  e  $b$  che hai trovato, ottenendo  $x^2 - 6x + 5 = 0$  e calcola il discriminante:  $\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 20 = 16$ .

★ **9** L'equazione di secondo grado  $ax^2 + b = 0$  ha radici reali quando:

- ☐ A  $a$  e  $b$  sono entrambi negativi
- ☐ B  $a$  e  $b$  sono entrambi positivi
- ☐ C  $a < 0$  e qualunque sia il segno di  $b$
- ☐ D  $b < 0$  e qualunque sia il segno di  $a$
- ☐ E  $a$  e  $b$  hanno segni opposti

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 69, 1998)

Ricorda che l'equazione  $ax^2 + b = 0$  ha radici reali se  $a$  e  $b$  sono discordi. Infatti, le soluzioni di queste equazione sono  $x = \pm \sqrt{-\frac{b}{a}}$ , che sono reali se  $-\frac{b}{a} \geq 0$ , ovvero se  $a$  e  $b$  sono discordi.

Per esempio  $2x^2 - 8 = 0$  e  $-2x^2 + 8 = 0$  hanno soluzioni reali, mentre  $2x^2 + 8 = 0$  e  $-2x^2 - 8 = 0$  risultano impossibili nell'insieme dei numeri reali.

★ **10** Una radice dell'equazione  $2^{x+2} \cdot 3^x = \frac{1}{9}$ .

- ☐ A  $\frac{2}{3}$
- ☐ B 2
- ☐ C  $-2$
- ☐ D  $\frac{1}{2}$
- ☐ E 0

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2005)

Una radice di un'equazione è una soluzione dell'equazione. Per verificare se un numero è soluzione, è sufficiente sostituire il numero al posto di  $x$  e vedere se si ottiene un'uguaglianza.

- 🔍 Osserva che  $-2$  è radice dell'equazione perché se sostituisce tale valore all'incognita  $x$ , ottieni:  $2^0 \cdot 3^{-2} = 1/9$  e quindi  $1/9 = 1/9$  che è un'identità.

Esamina quindi adesso le altre modalità di risposta.  
La risposta A è errata, poiché sostituendo  $x = 2/3$  ottieni  $2^{8/3} \cdot 3^{2/3} \neq 1/9$ .  
La risposta B è errata, poiché sostituendo  $x = 2$  ottieni  $2^4 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 \neq 1/9$ .  
La risposta D è errata, poiché sostituendo  $x = 1/2$  ottieni  $2^{5/2} \cdot 3^{1/2} \neq 1/9$ .  
La risposta E è errata, poiché sostituendo  $x = 0$  ottieni  $2^2 \cdot 3^0 = 4 \neq 1/9$ .

★ **11** Un numero intero tale che la differenza tra il suo quadrato e i  $3/2$  del numero stesso sia uguale a 52 è:

- ☐ A non esiste alcun numero intero che soddisfa la relazione
- ☐ B  $-13/2$
- ☐ C 8
- ☐ D 15
- ☐ E nessuna delle altre 4 risposte

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 85, 1997)

🔍 Il quesito richiede che la soluzione sia un "numero intero" e quindi possiamo subito scartare la risposta B. Sia ora  $x$  il numero da determinare. Si risolve l'equazione  $x^2 - (3/2)x = 52$  e quindi  $2x^2 - 3x - 104 = 0$ , che ha soluzioni reali:

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 832}}{4} = \frac{3 \pm 29}{4}.$$

Allora le soluzioni sono  $x_1 = 8$  e  $x_2 = -(13/2)$ , ma poiché il testo richiede un numero intero, l'unica soluzione accettabile è  $x = 8$ .

★ **12** Considera l'equazione  $0,01^x + 4 = 14$  ha come soluzione:

- ☐ A  $-2$
- ☐ B  $0,02$
- ☐ C  $0,5$
- ☐ D  $-0,5$
- ☐ E 2

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 1998)

🔍 Osserva che  $-0,5$  è soluzione dell'equazione perché se si sostituisce tale valore al posto di  $x$ , si ottiene:  $14 = 0,01^{-0,5} + 4 = (10^{-2})^{-0,5} + 4 = 10 + 4$  che è effettivamente un'uguaglianza.

Esamina ora le opzioni di risposta.

La risposta A è errata:

sostituendo  $x = -2$  si ha  $10^4 + 4 \neq 14$ .

La risposta B è errata:

sostituendo  $x = -0,02$  si ha  $10^{1/25} + 4 \neq 14$

La risposta C è errata:

sostituendo  $x = 0,5$  si ha  $(1/10) + 4 \neq 14$

La risposta E è errata:

sostituendo  $x = 2$  si ha  $10^{-4} + 4 \neq 14$ .

★ **13** L'equazione algebrica di secondo grado:  $Ax^2 + 2Bx + C = 0$ . In uno dei casi seguenti NON ha soluzioni nel campo reale. In quale caso?

- ☐ A  $A > 0, B = 0, C < 0$
- ☐ B  $(B^2 - AC) = 0$
- ☐ C  $A > 0, B = 0, C > 0$
- ☐ D  $(B^2 - AC) > 0$
- ☐ E  $A = 0, B > 0, C < 0$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 1999)

🔍 Osserva che per  $A > 0, C > 0$  e  $B = 0$  l'equazione diventa  $Ax^2 + C = 0$  che non ha soluzioni nei numeri reali poiché A e C non sono discordi.

La risposta A è errata: per esempio, l'equazione  $2x^2 - 8 = 0$  ha soluzioni  $x_1 = -2$  e  $x_2 = 2$ .

La risposta E è errata: per esempio, l'equazione  $2x - 8 = 0$  ha soluzione  $x = 4$ .

★ **14** Le soluzioni dell'equazione  $\frac{3}{x^2 - 1} = \frac{1}{x^2 - 3}$  sono:

- ☐ A l'equazione non ha soluzione
- ☐ B  $-2; 2$
- ☐ C  $1; 3$
- ☐ D  $-2; 0$
- ☐ E  $-4; 4$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 1997)

🔍 Sostituisci le radici proposte nelle modalità di risposta all'interno delle equazioni e verifica l'esattezza della risposta B:  $3 / (4 - 1) = 1 / (4 - 3)$  e da ciò ricavi  $1 = 1$ . Fai attenzione: se l'equazione ha soluzioni, queste devono essere opposte (per esempio  $-3, +3$  oppure  $-2, +2$ ) in quanto l'incognita  $x$  è presente solo al quadrato. Di conseguenza puoi subito escludere le risposte C e D.

★ **15** L'equazione  $\sqrt{-x^3} = 27$

- ☐ A è impossibile perché non esiste la radice quadrata di un numero negativo
- ☐ B ha come soluzione  $x = 9$
- ☐ C ha come soluzione  $x = -9$
- ☐ D ha come soluzione  $x = -3$
- ☐ E ammette soluzioni diverse da quelle indicate nelle risposte precedenti

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 60, 2000)

🔍 Per risolvere l'esercizio puoi sostituire le soluzioni proposte nelle modalità di risposta all'interno dell'equazione e verificare così l'esattezza della risposta C:  $\sqrt{-(-9)^3} = 27 \rightarrow \sqrt{729} = 27 \rightarrow 27 = 27$ .

Attenzione alla risposta A: è vero che non esiste in  $\mathbb{R}$  la radice quadrata di un numero negativo, ma è proprio per questo che il numero da sostituire a  $x$  deve essere negativo. Con questa osservazione puoi escludere anche la risposta B.

★ **16** La soluzione dell'equazione  $\sqrt{4 + \sqrt{4 + x}} = 4$  è:

- ☐ A 12
- ☐ B 140
- ☐ C 4
- ☐ D  $-4$
- ☐ E  $-140$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 2001)

🔍 Per risolvere l'esercizio puoi sostituire le soluzioni proposte nelle modalità di risposta all'interno dell'equazione e verificare così l'esattezza della risposta B:  $\sqrt{4 + \sqrt{4 + 140}} = 4 \rightarrow \sqrt{4 + \sqrt{144}} = 4 \rightarrow \sqrt{4 + 12} = 4 \rightarrow \sqrt{16} = 4$ , che è un'uguaglianza.

La risposta E è da scartare subito poiché l'ultimo radicando sarebbe diventato negativo.

## Le equazioni

**17** L'equazione  $\sqrt{x-1} - k^2 + 2k - 1 = 0$  nell'incognita  $x$ , con  $k$  parametro reale, ha soluzione:

- A** solo per valori di  $k$  non negativi
- B** per ogni valore di  $k$
- C** solo per  $k$  uguale a zero
- D** solo per  $k$  uguale a uno
- E** solo per valori positivi di  $k$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2003)



L'equazione equivale

$$\sqrt{x-1} = k^2 - 2k + 1 \rightarrow \sqrt{x-1} = (k-1)^2.$$

Quindi per ogni valore di  $k$ , il secondo membro sarà non negativo, come il primo membro (pur considerando valori di  $x$  maggiori o al più uguali a 1).

**18** Moltiplicando i due membri di un'equazione per il numero  $-1$ , le soluzioni dell'equazione che si ottiene:

- A** hanno legami con le soluzioni dell'equazione di partenza che dipendono dal grado dell'equazione stessa
- B** sono l'inverso delle soluzioni dell'equazione di partenza
- C** sono le stesse di quella di partenza
- D** non hanno alcun legame con le soluzioni dell'equazione di partenza
- E** sono l'opposto di quelle dell'equazione di partenza

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 2003)

Il secondo principio di equivalenza afferma che "moltiplicando entrambi i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da 0, si ottiene un'equazione equivalente alla precedente (ossia con le stesse soluzioni)".



**19** L'equazione  $9 = 3x/4$  ha soluzione:

- A**  $x = 108$
- B**  $x = 12$
- C**  $x = \frac{27}{4}$
- D**  $x = \frac{12}{9}$
- E**  $x = 3$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 1999)



Applicando il secondo principio di equivalenza puoi moltiplicare i due membri per  $4/3$ , così l'equazione  $9 = (3/4)x$  diventa  $x = 9 \cdot (4/3) = 12$ .

Verifica ora l'erroneità delle altre opzioni di risposta.

La risposta A è errata: sostituendo  $x = 108$  ottieni  $9 = 81$  che non è un'uguaglianza.

La risposta C è errata: sostituendo  $x = 27/4$  ottieni  $9 = 81/16$  che non è un'uguaglianza.

La risposta D è errata: sostituendo  $x = 12/9 = 4/3$  ottieni  $9 = 1$  che non è un'uguaglianza.

La risposta E è errata: sostituendo  $x = 3$  ottieni  $9 = 9/4$  che non è un'uguaglianza.

**20** Data l'equazione  $2x^2 + bx + c = 0$ , qual è la coppia di valori di  $b$  e  $c$  che produce le soluzioni 11 e 3?

- A**  $b = -28 \quad c = -33$
- B**  $b = 14 \quad c = -66$
- C**  $b = -28 \quad c = 66$
- D**  $b = -7 \quad c = 33/2$
- E**  $b = 14 \quad c = -33$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, 1997)



Sostituisci prima  $x = 11$  e poi  $x = 3$  nell'equazione e ottieni così il seguente sistema:

$$\begin{cases} 242 + 11b + c = 0 \\ 18 + 3b + c = 0 \end{cases}$$

Risolvi ora il sistema ricavando  $c$  dalla seconda equazione e sostituendolo nella prima (metodo di sostituzione).

$$\text{Ottieni così } \begin{cases} 242 + 11b - 18 - 3b = 0 \\ c = -18 - 3b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = -28 \\ c = +66 \end{cases}$$

**21** L'equazione di secondo grado che ammette per soluzioni

$$x_1 = \sqrt{3} \text{ e } x_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ è:}$$

- A**  $2x^2 - (2\sqrt{3} - \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$
- B**  $2x^2 + (2\sqrt{3} - \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$
- C**  $2x^2 + (2\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$
- D**  $2x^2 - (2\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$
- E**  $x^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2006)



È sufficiente sostituire le soluzioni nelle equazioni proposte per verificare l'esattezza della risposta D. Inoltre, riscrivendo l'equazione D nella forma  $x^2 - [\sqrt{3} - (\sqrt{2}/2)]x - (\sqrt{6}/2) = 0$ , puoi riconoscere in  $\sqrt{3} - (\sqrt{2}/2)$  la somma delle soluzioni e in  $-\sqrt{6}/2$  il loro prodotto.

15 C	16 B	17 B	18 C	19 B	20 C	21 D
8 D	9 E	10 C	11 C	12 D	13 C	14 B
1 D	2 D	3 C	4 D	5 E	6 D	7 C

Soluzioni:

★ **1** Quanti sono i numeri naturali diversi da zero che soddisfano la condizione “il loro triplo diminuito della loro metà è un numero naturale minore di due”?

- ☐ A Uno ☐ D Cinque  
☐ B Tutti ☐ E Quattro  
☐ C Nessuno

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 2003)

🔍 Chiamiamo  $N$  il numero cercato.  
 Traduciamo ora la proposizione in linguaggio matematico:  $3N - \frac{1}{2} \cdot N < 2$ .

Quindi  $\frac{5}{2} \cdot N < 2$  da cui  $N < \frac{4}{5}$ .

Osserva che  $\frac{4}{5}$  è strettamente minore di 1 quindi non esiste un numero naturale (diverso da zero) minore di  $\frac{4}{5}$ .

La risposta A sarebbe stata esatta se non fosse stato richiesto “diverso da 0”.

Le altre risposte sono errate per motivi di calcolo.

★ **2** Quali sono i numeri reali che soddisfano la condizione “diminuiti della loro metà sono maggiori del loro doppio”?

- ☐ A Non esistono numeri che soddisfano la condizione richiesta  
☐ B Tutti quelli maggiori di uno  
☐ C Tutti quelli minori di zero  
☐ D Tutti quelli compresi tra zero e uno  
☐ E Tutti quelli maggiori di zero

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2003)

🔍 Chiamiamo  $x$  il numero reale cercato. La condizione richiesta equivale, in linguaggio matematico, a  $x - x/2 > 2x$ .

Risolviamo la disequazione:  $x/2 > 2x$  che è equivalente a  $3x < 0$  e quindi ha soluzione per qualsiasi  $x$  strettamente negativo.

Osserva che, anche senza risolvere la disequazione, potevi trovare la risposta esatta con un ragionamento di questo tipo: ogni numero positivo  $X$  diminuito della sua metà risulta minore di  $X$  e quindi non può essere maggiore del suo doppio. Esaminando le risposte potevi escludere tutte le soluzioni contenenti numeri positivi.

★ **3** Quanti sono i numeri reali che soddisfano la condizione “aumentati del loro doppio sono minori del loro triplo diminuito di due”?

- ☐ A Uno ☐ D Tutti  
☐ B Tre ☐ E Nessuno  
☐ C Due

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, 2003)

🔍 Chiamiamo  $x$  il numero reale cercato. La condizione nel testo dell'esercizio equivale, in linguaggio matematico, a  $x + 2x < 3x - 2$ .

Risolviamo la disequazione e otteniamo  $0 < -2$  che è impossibile. Quindi puoi concludere che non esistono numeri reali che soddisfano la condizione richiesta.

Anche senza risolvere la disequazione, potevi trovare la risposta esatta con un ragionamento di questo tipo: ogni numero  $X$  aumentato del suo doppio è uguale al suo triplo. Quindi puoi concludere osservando che un numero aumentato del suo doppio non può essere minore del suo triplo diminuito di 2.

**4** Consideriamo i tre numeri generici  $A, B, C$ .

●●● Supponiamo:

– che il numero  $A$  sia minore del numero  $B$

– che il numero  $C$  sia maggiore o uguale al numero  $B$ .

Quale delle seguenti affermazioni è SEMPRE VERA?

- ☐ A  $A$  è maggiore di  $C$   
☐ B  $A$  è uguale a  $B$   
☐ C  $B$  è maggiore di  $C$   
☐ D  $A$  è minore o uguale a  $C$   
☐ E  $A$  è minore di  $C$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 55, 2000)

🔍 Per risolvere l'esercizio osserva che se  $A < B$  e  $B \leq C$ , allora per la transitività della relazione d'ordine in  $R$  si ha che  $A < C$ .

**5**  $x$  e  $y$  sono due numeri reali positivi tali che  $y < x$ .

●●● Di conseguenza:

- ☐ A  $1 > \frac{x}{y}$  ☐ D  $y + x < x + y$   
☐ B  $1 < \frac{x}{y}$  ☐ E  $y < x^2$   
☐ C  $x^2 < xy$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 2001)

🔍 Si ha, per ipotesi, che  $y < x$ .

Dividi membro a membro per  $y$  (reale e positivo), ottenendo  $1 < x/y$ .

Nota bene! Puoi subito escludere la risposta D: non è vero che  $y + x < x + y$ , poiché i due membri della disequazione sono uguali (nell'insieme dei numeri reali vale la proprietà commutativa).

Osserva poi che dovrai ricercare la risposta esatta tra la A e la B, infatti  $x$  e  $y$  sono numeri reali positivi diversi tra loro (poiché per ipotesi  $y < x$ ) e quindi il loro rapporto è diverso da 1. Ne verrà che  $x/y$  sarà o maggiore o minore di 1.

**6** Se per ipotesi si ha  $0 < x < y < 1$  allora:

- ☐ A  $x^2 > y$  ☐ D  $x \cdot y < x$   
☐ B  $y^{1/2} < x$  ☐ E  $x \cdot y > x$   
☐ C  $x^2 > x$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 1997)

## Le disequazioni

- 🔍 Per ipotesi si ha in particolare che  $y < 1$ . Moltiplica membro a membro per  $x$  (che è positivo per ipotesi), ottenendo  $x \cdot y < x$ .  
Osserva inoltre che dovrai ricercare la risposta esatta tra la D e la E, poiché  $y \neq 1$  e  $x \neq 0$  e quindi il loro prodotto sarà diverso da  $x$ . Ne verrà che  $x \cdot y$  sarà o maggiore o minore di  $x$ .

### 7 La disequazione $-x^2 - a > 0$ , con $a$ numero reale:

- ☐ A ha sempre un numero finito di soluzioni
- ☐ B ha come insieme delle soluzioni l'insieme  $\mathbb{R}$  per ogni valore di  $a$
- ☐ C ha come insieme delle soluzioni l'insieme  $\mathbb{R}$  se  $a$  è positivo
- ☐ D non ha soluzioni se  $a$  è positivo
- ☐ E per ogni valore di  $a$  non ha soluzioni

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 2002)

- 🔍 Osserva che se  $a > 0$ , la disequazione  $-x^2 - a > 0$  è impossibile, perché la somma algebrica di grandezze negative non può mai essere maggiore di zero.  
La risposta A è errata: per  $a < 0$ , la disequazione ha infinite soluzioni nell'insieme dei numeri reali.  
La risposta B è errata, perché abbiamo già osservato che esistono dei valori di  $a$  per cui la disequazione risulta impossibile.  
La risposta C è errata: se  $a > 0$ , la disequazione non ha come soluzione l'insieme dei numeri reali, bensì essa risulta impossibile.  
La risposta E è errata: per esempio, per  $a = -4$ , l'equazione  $-x^2 + 4 > 0$ , ha come soluzione  $-2 < x < 2$ .

### 8 Nell'insieme dei numeri reali la disequazione $|x - 1| \leq 2$ è verificata per:

- ☐ A  $-1 \leq x \leq 2$
- ☐ B  $-1 < x \leq 2$
- ☐ C  $-1 \leq x \leq 3$
- ☐ D  $-2 \leq x \leq 2$
- ☐ E  $1 \leq x \leq 3$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2008)

- 🔍 Osserva innanzitutto che l'equazione  $|x - 1| \leq 2$  ha soluzioni quando l'argomento del modulo è compreso (estremi inclusi) tra  $-2$  e  $2$ , quindi quando  $-2 \leq x - 1 \leq 2$ . Sommando il valore  $1$  a tutti i termini si ottiene:  $-1 \leq x \leq 3$ .  
La risposta A e la risposta B sono errate: anche per  $x = 3$  la disequazione è soddisfatta.  
La risposta D è errata: per  $x = -2$  la disequazione non è soddisfatta.  
La risposta E è errata: anche per  $x = 0$  la disequazione è soddisfatta.

### 9 La seguente disequazione: $(x - 8)/(x^2 + 5x - 6)$ uguale o maggiore di zero è verificata:

- ☐ A mai
- ☐ B sempre
- ☐ C per  $-6 < x < 1$  e  $x \geq 8$
- ☐ D per  $x < -6$  e  $x > 8$
- ☐ E per  $x < -6$  e  $x > 1$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 82, 1997)

- 🔍 La risposta corretta è  $-6 < x < 1$  e  $x \geq 8$ .  
Per trovare la soluzione tra quelle proposte, per esempio, puoi verificare che  $x = 10$  è soluzione della disequazione (escludendo così l'opzione A); puoi poi verificare che anche  $x = 0$  è soluzione (escludendo così le opzioni D ed E) e infine puoi osservare che  $x = -10$  non è soluzione (escludendo così l'opzione B).

### 10 La doppia disequazione $16 < x^2 < 36$ è verificata:

- ☐ A per  $4 < x < 6$
- ☐ B per  $-6 < x < -4$  oppure  $4 < x < 6$
- ☐ C per  $-6 < x < -4$
- ☐ D per  $-6 < x < 4$
- ☐ E per  $-4 < x < 6$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2001)

- 🔍 Per risolvere l'esercizio, devi trovare quei numeri che, elevati al quadrato, risultano compresi tra  $16$  e  $36$ .  
Se i numeri da cercare fossero positivi, dovrebbero essere compresi tra  $4$  e  $6$ : quindi  $4 < x < 6$ .  
Se i numeri da cercare fossero negativi, dovrebbero essere compresi tra  $-6$  e  $-4$ : quindi  $-6 < x < -4$ .  
La risposta A è errata: anche  $x = -5$  è soluzione.  
La risposta C è errata: anche  $x = 5$  è soluzione.  
La risposta D e la risposta E sono errate:  $x = 0$  non è soluzione.

### 11 Siano $a, b, c$ tre numeri reali positivi tali che $a \cdot b > c$ . Quale delle seguenti disuguaglianze risulta falsa?

- ☐ A  $-a < -\frac{c}{b}$
- ☐ B  $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$
- ☐ C  $\frac{b^2}{c} > \frac{b}{a}$
- ☐ D  $-b < \frac{c}{a}$
- ☐ E  $abc > c^2$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 81, 1998)

Ricorda che quando si moltiplicano entrambi i membri di una disequazione per un numero negativo si deve cambiare verso alla disuguaglianza.

- 🔍 **Attenzione:** devi segnare la risposta falsa!  
 Si ha per ipotesi che  $a \cdot b > c$  dove  $a, b$  e  $c$  sono positivi.  
 Dividendo per  $b$  e per  $c$  entrambi i membri, si ha  $a/c > 1/b$  che è in contraddizione con la risposta B.  
 La risposta A è vera, quindi da non segnare: lo puoi provare dividendo per  $b$  e moltiplicando per  $-1$  entrambi i membri.  
 La risposta D è vera, quindi da non segnare: lo puoi provare dividendo per  $a$  e per  $c$  e moltiplicando per  $b$  entrambi i membri.  
 La risposta D è vera, quindi da non segnare: il membro di sinistra è negativo, quello di destra positivo.  
 La risposta E è vera, quindi da non segnare: lo puoi provare moltiplicando per  $c$  entrambi i membri.

**12** La disequazione  $\sqrt{\frac{x^2 - 1}{|x|}} \leq 0$ :

- 
- ☐ A è verificata per ogni  $x \neq 0$
  - ☐ B è verificata per  $x < -1$  oppure  $x > 1$
  - ☐ C non è mai verificata
  - ☐ D è verificata solo da  $x = \pm 1$
  - ☐ E è verificata per ogni  $x$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 71, 2001)

Ricorda che una radice quadrata, quando esiste, non è mai negativa.

- 🔍 La disequazione sarà verificata solo quando il membro di sinistra si annulla, ovvero quando il numeratore del radicando è uguale a zero. Si ha per questo  $x^2 - 1 = 0$  per  $x = \pm 1$ .  
 Le risposte A, B, E sono errate: per esempio, per  $x = 5$  la disequazione non è verificata.  
 La risposta C è errata: per esempio, per  $x = 1$  la disequazione è verificata.

**13** La disequazione  $x(x + 1) < 0$  è verificata per valori di  $x$ :

- 
- ☐ A esterni all'intervallo  $(-1; 0)$
  - ☐ B interni all'intervallo  $(-1; 0)$  estremi inclusi
  - ☐ C interni all'intervallo  $(-1; 0)$  estremi esclusi
  - ☐ D negativi
  - ☐ E di un insieme diverso da quello delle risposte precedenti

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 1997)

- 🔍 La risposta corretta è  $-1 < x < 0$ .  
 Per trovare la soluzione tra quelle proposte, per esempio, puoi verificare che  $x = -2$  non è soluzione della disequazione (escludendo così le risposte A e D) e poi puoi osservare che  $x = 0$  non è soluzione (escludendo così la risposta B).  
 Per escludere la risposta E è necessario risolvere la disequazione e applicare la regola del prodotto dei segni.

**1** Dei seguenti sistemi lineari UNO SOLO è indeterminato (ha infinite soluzioni). Quale di essi?

**A**  $\begin{cases} x = 2y - 1 \\ 2x = 2y - 1 \end{cases}$

**B**  $\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{1}{2}x = 2 - \frac{1}{2}y \end{cases}$

**C**  $\begin{cases} 2x - y - 9 = 2 \\ -x + 2y + 6 = 0 \end{cases}$

**D**  $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x - \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \end{cases}$

**E**  $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x = 2x + 3 \end{cases}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, 2005)

Ricorda che un sistema di due equazioni è indeterminato quando un'equazione si ottiene dall'altra moltiplicando tutti i suoi membri per uno stesso numero.

**2** Dei seguenti sistemi lineari uno solo è determinato (ha una ed una sola soluzione). Quale di essi?

**A**  $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x - \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \end{cases}$

**B**  $\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{1}{2}x = 2 - \frac{1}{2}y \end{cases}$

**C**  $\begin{cases} 2x - y - 9 = 0 \\ -x + 2y + 6 = 0 \end{cases}$

**D**  $\begin{cases} x = 2y - 1 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{cases}$

**E**  $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 2007)

Il sistema della risposta A e quello della risposta D sono indeterminati: in entrambi i casi la prima equazione si ottiene dalla seconda moltiplicandola per 2.

Il sistema della risposta B è impossibile: moltiplicando la seconda equazione per 2 si ottiene una contraddizione.

Il sistema della risposta E è impossibile: è una contraddizione.

Il sistema della risposta C ammette una e una sola solu-

zione: lo potevi osservare anche senza risolvere il sistema. Le equazioni del sistema si riferiscono a due rette con coefficiente angolare diverso che quindi si intersecano in un punto.

**3** Il sistema  $\begin{cases} x + y = a \\ xy = 1 \end{cases}$  con  $a$  numero reale:

**A** per ogni valore di  $a$  non ha soluzione

**B** ha soluzioni solo se  $a$  è negativo

**C** ha due soluzioni distinte se  $a > 2$  oppure  $a < -2$

**D** ha soluzioni solo se  $a$  è positivo

**E** ha due soluzioni per ogni valore di  $a$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 2002)

Usa il metodo di sostituzione:

$$\begin{cases} y = a - x \\ xy = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = a - x \\ x(a - x) = 1 \end{cases}$$

Risolvi ora  $x(a - x) = 1$  ottenendo  $-x^2 + ax - 1 = 0$ . Calcola ora il discriminante di questa equazione:  $\Delta = a^2 - 4$ . Se  $\Delta > 0$  (ossia se  $a > 2$  oppure  $a < -2$ ) il sistema ha quindi due soluzioni distinte.

**4** Il sistema  $\begin{cases} x^2 + y^2 + a = 0 \\ x - y = b \end{cases}$  con  $a, b$  numeri reali:

**A** ha soluzioni solo se  $a$  e  $b$  sono negativi

**B** ha infinite soluzioni per ogni valore di  $a$  e di  $b$

**C** può avere soluzioni solo se  $a$  è negativo

**D** ha soluzioni solo se  $a$  e  $b$  sono positivi

**E** ha sempre due soluzioni

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 2002)

Nota subito che se  $a > 0$  il sistema non ha soluzioni perché l'equazione  $x^2 + y^2 + a = 0$  è impossibile. Quindi puoi da subito concludere che il sistema può avere soluzioni solo se  $a$  è negativo. Anche nell'opzione A  $a$  è negativo.

Attenzione: in realtà, c'è un'imprecisione nel quesito: il sistema può avere soluzioni anche se  $a = 0$ , (con  $b = 0$ ); sarebbe stato più corretto quindi scrivere "può avere soluzioni solo se  $a$  è non positivo".

**5** Si considerino i seguenti sistemi di due equazioni in due incognite:

1.  $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2y + 4x = -1 \end{cases}$

2.  $\begin{cases} x + y = 0 \\ y - x = 0 \end{cases}$

3.  $\begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2x + 6y = 0 \end{cases}$

4.  $\begin{cases} x + y = 1 \\ y - x = 1 \end{cases}$

Tra essi sono presenti sistemi che ammettono nel campo reale una e una sola soluzione, nessuna soluzione o infinite soluzioni. Indicare quale delle seguenti affermazioni è VERA.



## I sistemi lineari

- 🔍 Usa il metodo di sostituzione, ricavando  $y = (-4/3) \cdot x$  dalla seconda equazione e sostituendo nella prima.  
La prima equazione allora diventa:  
 $4x^2 - 9[(-4/3) \cdot x]^2 - 36 = 0$ .  
Per risolverla, svolgi il quadrato ottenendo:  
 $4x^2 - 16x^2 - 36 = 0$  che è equivalente a  $-12x^2 - 36 = 0$  che non ammette soluzioni in quanto è una somma di termini negativi. Inoltre puoi verificare che  $\Delta < 0$ .  
La risposta A è errata: il  $\Delta$  dell'equazione di secondo grado associata al sistema non è uguale a 0.  
La risposta E è errata: il  $\Delta$  dell'equazione di secondo grado associata al sistema non è maggiore di 0.

### 11 Il sistema, per $x, y$ reali

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 9 = 0 \\ y = x - 5 \end{cases}$$

- ☐ A Ha due soluzioni distinte  
☐ B Ha due soluzioni coincidenti  
☐ C Non ha soluzioni  
☐ D Ha una sola soluzione  
☐ E Ha infinite soluzioni

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 2009)

- 🔍 Usa il metodo di sostituzione, sostituendo la seconda equazione  $y = x - 5$  nella prima equazione.  
La prima equazione allora diventa:  $x^2 + (x - 5)^2 - 9 = 0$ .  
Per risolverla, svolgi il quadrato di binomio ottenendo  
 $2x^2 - 10x + 16 = 0$  che non ammette soluzioni in quanto  
 $\Delta = 100 - 8 \cdot 16 = -28 < 0$ .  
La risposta A è errata: il  $\Delta$  dell'equazione di secondo grado associata al sistema non è maggiore di 0.  
La risposta B è errata: il  $\Delta$  dell'equazione di secondo grado associata al sistema non è uguale a 0.

### 12 Se $2x - 3y = 2$ e $y = 2$ , quanto vale $3x - 2y$ ?

- ☐ A -2 ☐ D 6  
☐ B 3 ☐ E 8  
☐ C 0

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2007)

- 🔍 Se  $y = 2$ ,  $2x - 6 = 2$  e quindi  $x = 4$ . Di conseguenza  
 $3x - 2y = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 12 - 4 = 8$ .

### 13 Indicare tutti e soli i valori del parametro reale " $a$ " per i quali il seguente sistema ammette soluzioni reali nelle incognite $x$ e $y$ .

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = a \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}$$

- ☐ A nessun valore di  $a$   
☐ B  $a \geq 1$   
☐ C  $a \geq 0$   
☐ D  $a > 0$   
☐ E  $a > 1$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 2008)

- 🔍 Effettua innanzitutto un cambio di variabili, chiamando  $x' = \sqrt{x}$  e  $y' = \sqrt{y}$ .  
Usa ora il metodo di sostituzione nel "nuovo" sistema:

$$\begin{cases} x' + y' = a \\ x' - y' = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x' = \frac{a+1}{2} \\ y' = \frac{a-1}{2} \end{cases}$$

A questo punto, ricordando le regole sul segno della radice di indice pari, osserva che  $x'$  e  $y'$  devono assumere valori positivi o nulli, quindi  $a$  dovrà essere contemporaneamente maggiore o uguale a  $-1$  e maggiore o uguale a  $1$ . Quindi, in conclusione, affinché il sistema ammetta soluzioni reali, il parametro  $a$  dovrà assumere valori uguali o maggiori di  $1$ .

**1** L'equazione  $\sqrt{e^x + k^2} = 1$  nell'incognita  $x$ , con  $k$  parametro reale, ha soluzione:

- A** per ogni valore di  $k$  non negativo
- B** solo per  $k$  uguale a zero
- C** solo per  $k$  uguale a uno
- D** per ogni valore positivo di  $k$
- E** per ogni valore di  $k$  strettamente compreso tra  $-1$  e  $1$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2003)

Dato che  $e^x > 0$  e  $k^2 \geq 0$ , l'equazione diventa  $e^x + k^2 = 1$  che è equivalente a  $e^x = 1 - k^2$ . Dato che l'esponenziale è sempre maggiore di zero, l'equazione ha soluzioni solo se  $1 - k^2 > 0$ , ossia solo se  $-1 < k < 1$ .

**2** L'espressione  $y = \log_b x$  significa che:

- A**  $x$  è l'esponente da dare a  $b$  per ottenere  $y$
- B**  $x$  è l'esponente da dare a  $y$  per ottenere  $b$
- C**  $y$  è l'esponente di una potenza di base  $b$  e di valore  $x$
- D**  $x$  è il valore di una potenza di base  $y$  ed esponente  $b$
- E**  $x$  è la base di una potenza che vale  $y$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 2005)

Per definizione, il logaritmo in base  $b$  di  $x$  è l'esponente da assegnare a  $b$  per ottenere il valore  $x$ .

**3** Per i logaritmi naturali vale la proprietà:

- A** i logaritmi naturali si calcolano dividendo i corrispondenti logaritmi decimali per  $10/e$
- B** il logaritmo di una potenza è uguale alla somma fra l'esponente ed il logaritmo della base
- C** la potenza del logaritmo di un numero è uguale al prodotto dell'esponente per il numero
- D** il logaritmo di una somma è uguale ai logaritmi degli addendi
- E** il logaritmo di un prodotto è uguale alla somma dei logaritmi dei fattori

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 1998)

Ricorda che vale la proprietà  $\log(A \cdot B) = \log A + \log B$ , con  $A$  e  $B$  positivi. Attenzione! Le proprietà dei logaritmi sono generali e non valgono solo per i logaritmi naturali.

**4** Il logaritmo decimale di un numero compreso fra  $1$  e  $10$

- A** è minore di  $-1$
- B** è compreso fra  $0$  e  $1$
- C** è maggiore di  $1$
- D** non si può calcolare
- E** è compreso fra  $-1$  e  $0$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 2001)

Osserva che  $\log_{10} x$  è compreso tra  $0$  e  $1$  se  $x$  è compreso tra  $1$  e  $10$ .

Esamina ora le opzioni di risposta.

La risposta A è errata: se  $x < 1/10$ , si ha che  $\log_{10} x < -1$ .

La risposta C è errata: se  $x > 10$ , si ha che  $\log_{10} x > 1$ .

La risposta E è errata: se  $1/10 < x < 1$ , allora si ha che  $-1 < \log_{10} x < 0$ .

**5** Quali di questi numeri:  $10$ ;  $e = 2,7183\dots$ ;  $0,1$ ;  $100$ ; possono essere presi come BASE di logaritmi?

- A** Tutti quelli indicati nella domanda (e altri)
- B** Solo i numeri maggiori di  $1$
- C** Solo i numeri minori di  $100$
- D** Solo il numero  $10$  e il numero  $e = 2,7183\dots$  (base dei logaritmi naturali o neperiani)
- E** Solo il numero  $e = 2,7183\dots$  (base dei logaritmi naturali o neperiani)

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 56, 2000)

La base di un logaritmo deve essere un numero maggiore di  $0$  e diverso da  $1$ .

Tutti i valori indicati nella domanda (e altri) possono essere basi di un logaritmo.

Non sono basi di un logaritmo i numeri negativi, lo zero e il numero  $1$ .

**6** Il logaritmo di  $x$  in base  $5$  è un numero  $y$  tale che:

- A**  $10^x = 5y$
- B**  $y^5 = x$
- C**  $5^y = x$
- D**  $10^y = 5x$
- E**  $x^5 = y$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 1998)

Per definizione di logaritmo, il logaritmo di  $x$  in base  $5$  (ovvero  $\log_5 x$ ) è un numero  $y$  tale che  $5^y = x$ . In sintesi, si ha  $\log_5 x = y$  se e solo se  $5^y = x$ .

**7** L'espressione  $\log(x^2)$  equivale a:

- A**  $\log 2 |x|$
- B**  $\log 2$
- C**  $\log \sqrt{x}$
- D**  $2 \log x$
- E**  $2 \log |x|$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 51, 2000)

Ricorda la seguente proprietà dei logaritmi:

$\log A^B = B \cdot \log A$  con  $A > 0$ .

Attenzione! Abbiamo già mostrato precedentemente che  $\sqrt{x^2} = |x|$  mentre è sbagliato scrivere  $\sqrt{x^2} = x$ . Analogo ragionamento coinvolge i logaritmi: è corretto scrivere  $\log x^2 = 2 \cdot \log |x|$  mentre è sbagliato scrivere  $\log x^2 = 2 \cdot \log x$ .

La risposta esatta è quindi la E, ma fai molta attenzione alla D: potrebbe condurti in errore!

## Gli esponenziali e i logaritmi

★ **8** Per  $a$  e  $b$  entrambi positivi,  $\log \frac{a}{b} = ?$

- A**  $\log a \cdot \log b$  **D**  $\log a + \log b$   
**B**  $\log(a - b)$  **E**  $\log a - \log b$   
**C**  $\frac{\log a}{\log b}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 1998)

Ricorda la seguente proprietà dei logaritmi:

$$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b, \text{ con } a \text{ e } b \text{ positivi.}$$

★ **9** Siano  $a$  e  $b$  due numeri maggiori di zero. Quale delle affermazioni seguenti è CORRETTA?

- A**  $\log_a b + \log_a b = \log_a 2b$   
**B**  $\log_a b - \log_b a = 0$   
**C**  $\log_a b + \log_a b = -2 \log_b a$   
**D**  $\log_a b + \log_a b = \log_a b^2$   
**E**  $\log_a b + \log_a b = (\log_a b)^2$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 2004)

🔍 La risposta esatta è la D. Si ha infatti:  
 $\log_a b + \log_a b = 2 \cdot \log_a b = \log_a b^2$ .  
 L'ultima uguaglianza si è ottenuta utilizzando le proprietà dei logaritmi.

★ **10** Se  $\log_a b = c$  allora:

- A**  $c^b = a$  **C**  $b^c = a$  **E**  $a^b = c$   
**B**  $a^c = b$  **D**  $c^a = b$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2002)

Ricorda la definizione di logaritmo:  $\log_a b = c$  se e solo se  $a^c = b$ .

🔍 Se fosse vera la risposta A si avrebbe  $\log_c a = b$ .  
 Se fosse vera la risposta C si avrebbe  $\log_b a = c$ .  
 Se fosse vera la risposta D si avrebbe  $\log_c b = a$ .  
 Se fosse vera la risposta E si avrebbe  $\log_a c = b$ .

★ **11** Per  $x > 0$ , il prodotto di  $x$  per  $\log x$  è uguale a:

- A**  $(\log x)^x$  **D**  $\log(x^2)$   
**B**  $\log(x^x)$  **E**  $\log(x + x)$   
**C**  $e^{\log x}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 1998)

🔍 Applicando la proprietà dei logaritmi puoi ottenere  $x \cdot \log x = \log x^x$ , con  $x > 0$ .  
 Attenzione alla risposta D:  
 $\log x^2$  è equivalente a  $2 \cdot \log x$ , con  $x > 0$ .

★ **12** La relazione:  $Y = \log_{10}(4) + \log_{10}(8)$  si riduce a:

- A**  $Y = \log_{10}(4 + 8)$  **D**  $Y = \log_{10}(4/8)$   
**B**  $Y = \log_{10}(32)$  **E**  $Y = \log_{10}(8/4)$   
**C**  $Y = \log_{10}(48)$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 90, 1999)

🔍 La risposta esatta è la B. Si ha infatti:  $\log_{10} 4 + \log_{10} 8 = \log_{10}(4 \cdot 8) = \log_{10} 32$ .

La risposta D è errata: si ha  $\log_{10} 4 - \log_{10} 8 = \log_{10}(4/8) = \log_{10}(1/2)$ .

La risposta E è errata: si ha  $\log_{10} 8 - \log_{10} 4 = \log_{10}(8/4) = \log_{10} 2$ .

★ **13** Consideriamo le due relazioni:

$$Y = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \log_{10}(100)$$

$$Z = 2 \cdot \log_{100}(10)$$

Quale delle seguenti affermazioni è CORRETTA?

- A** Il numero 100 non può mai essere usato come base dei logaritmi di altri numeri  
**B**  $Y > Z$   
**C** Non esiste il logaritmo di un numero se la base è maggiore del numero stesso  
**D**  $Y = Z$   
**E**  $Y < Z$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 83, 1999)

🔍 Si ha:  
 $Y = (1/2) \cdot \log_{10} 100 = (1/2) \cdot 2 = 1$   
 $Z = 2 \cdot \log_{100} 10 = 2 \cdot (1/2) = 1$   
 Quindi  $Y = Z$ .

La risposta A è sbagliata, poiché 100 è maggiore di 0 e diverso da 1, quindi può essere usato come base dei logaritmi di altri numeri.

La risposta C è sbagliata: esistono i logaritmi con base maggiore dell'argomento. Per esempio  $\log_{100} 10 = 1/2$  poiché  $100^{1/2} = 10$ .

★ **14** Il logaritmo in base un decimo di dieci:

- A** vale  $1/10$   
**B** vale  $-1$   
**C** non si può calcolare  
**D** vale 10  
**E** vale 1

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 2002)

🔍 Ricordando la definizione di logaritmo, si ha che:  
 $\log_{1/10} 10 = c$  se e solo se  $(1/10)^c = 10$ , quindi  $c = -1$ .  
 Attenzione! La risposta E è errata: si ha  $\log_{10} 10 = 1$ .

★ **15** In base alla definizione generale di logaritmo di un numero in una certa base, quanto vale il logaritmo del numero 0,0001 in base 100 (cento)?

- A** 0,01 **C**  $-2$  **E**  $-4$   
**B**  $+2$  **D**  $+4$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 89, 1999)

🔍 Ricordando la definizione di logaritmo, si ha che:  
 $\log_{100} 0,0001 = c$  se e solo se  $(100)^c = 10^{-4}$ , quindi  $c = -2$ .  
 La risposta B è errata: si ha  $\log_{100} 10000 = 2$ .  
 La risposta D è errata: si ha  $\log_{10} 10000 = 4$ .  
 La risposta E è errata: si ha  $\log_{10} 0,0001 = -4$ .

★ **16** Se il  $\log_b M = m$  e se  $\log_b N = n$  il valore di  $\log_b (M/N^k)$  vale:

- A**  $b^m/b^n + k$  **D**  $M - N^k$   
**B**  $m - k \cdot n$  **E**  $M - k \cdot N$   
**C**  $m - k^n$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 1997)

🔍 Utilizzando le proprietà dei logaritmi, si ha:  
 $\log_b (M/N^k) = \log_b (M) - \log_b (N^k) =$   
 $= \log_b (M) - k \cdot \log_b (N) = m - k \cdot n.$

★ **17** Sia  $x$  un numero reale tale che  $x \log x < 0$ . Ciò equivale a:

- A**  $x > 1$  **D**  $x < -1$   
**B**  $-1 < x < 0$  **E**  $0 < x < 1$   
**C**  $x < 0$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2009)

Ricorda che l'argomento di un logaritmo deve sempre essere maggiore di zero.

🔍 Osserva che deve essere necessariamente  $x > 0$ . Quindi  $x \cdot \log x$  è minore di zero quando  $\log x$  è minore di zero, ovvero per  $0 < x < 1$ .  
 La risposta A è errata: per  $x > 1$ , si ha  $x \cdot \log x > 0$ .  
 Le risposte B, C e D sono errate: l'argomento di un logaritmo non può essere negativo.

★ **18** Se il logaritmo in base 9 di  $x$  è  $-3$  allora:

- A** l'equazione non ha senso perché il valore di un logaritmo non può mai essere negativo  
**B**  $\frac{1}{729}$   
**C**  $x = 729$   
**D** l'equazione non ha senso perché la base è maggiore di 1  
**E**  $x = \frac{1}{3}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 84, 1997)

🔍 Per definizione di logaritmo si ha  $\log_9 x = -3$  se e solo se  $x = 9^{-3} = \frac{1}{729}$ .  
 La risposta A è errata:  $\log_9 x$  è negativo se  $0 < x < 1$ .  
 La risposta C è errata:  $x$  sarebbe uguale a 729 se si avesse  $\log_9 x = +3$ .  
 La risposta D è errata: la base di un logaritmo deve essere maggiore di zero e diversa da 1 e il numero 9 soddisfa queste condizioni.  
 La risposta E è errata:  $x$  sarebbe uguale a  $\frac{1}{3}$  se si avesse  $\log_9 x = -1/2$ .

★ **19**  $\log 399\,255\,040\,041\,042$  è un numero compreso tra:

- A** 39 e 40 **D** 14 e 15  
**B** 10 e 11 **E** 11 e 12  
**C** 13 e 14

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 1998)

🔍 Osserva che l'argomento del logaritmo ha 15 cifre, quindi è compreso tra  $10^{14}$  e  $10^{15}$ .  
 Si ha quindi  
 $\log_{10} 10^{14} < \log_{10} 399\,255\,040\,041\,042 < \log_{10} 10^{15}$ .  
 Ricorda infine che  $\log_{10} 10^{14} = 14$  e  $\log_{10} 10^{15} = 15$ .

★ **20** Il logaritmo in base 16 di un numero  $N$  vale  $(-0,5)$ . Quanto vale  $N$ ?

- A**  $(-0,25)$  **D** 8  
**B** 0,25 **E** 4  
**C** 1

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 87, 1999)

🔍 Per definizione di logaritmo si ha:  $\log_{16} N = -0,5$  se e solo se  $N = 16^{-1/2} = 1/\sqrt{16} = 1/4 = 0,25$ .  
 Puoi subito escludere la risposta A poiché  $-0,25$  è un numero negativo e quindi non può essere l'argomento di un logaritmo.  
 La risposta C è errata: se  $N$  fosse uguale a 1 si dovrebbe avere  $\log_{16} N = 0$ .

★ **21** Il logaritmo  $L$  in base 10 di 12 345,6 è uguale a:

- A**  $L = +2 - \log_{10} (12\,345,6)$   
**B**  $L = -2 - \log_{10} (12\,345,6)$   
**C**  $L = -1 + \log_{10} (12\,345,6)$   
**D**  $L = -2 + \log_{10} (12\,345,6)$   
**E**  $L = +1 \cdot \log_{10} (12\,345,6)$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, 1999)

🔍 Scriviamo 12 345,6 sotto forma di frazione  $123\,456/10$  e facciamo il logaritmo in base 10:  
 $\log_{10} (123\,456 / 10) = \log_{10} 123\,456 - \log_{10} 10 =$   
 $= \log_{10} 123\,456 - 1$ .  
 Presta attenzione alla risposta D:  
 $\log_{10} 1234,56 = -2 + \log_{10} 12\,345,6$ .

★ **22** Il valore dell'espressione  $\log_a \sqrt{0,001}$  con  $a$  numero reale positivo:

- A** è uguale a  $-\frac{3}{2}$  per ogni valore di  $a$   
**B** è uguale a  $-\frac{3}{2}$  se il valore della base è 10  
**C** è un numero sempre negativo  
**D** è un numero irrazionale per ogni valore di  $a$   
**E** è un numero sempre positivo

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2002)

🔍 Poniamo  $a = 10$  e otteniamo:  
 $\log_{10} \sqrt{0,001} = \log_{10} \sqrt{10^{-3}} = \log_{10} 10^{-\frac{3}{2}} =$   
 $= -\frac{3}{2} \log_{10} 10 = -\frac{3}{2}$ .

Le risposte A e C sono false, infatti se fossero vere, sarebbe vera anche la B, ma la risposta esatta è solo una!

## Gli esponenziali e i logaritmi

**23** L'equazione  $6^x = -36$ :

- A** ha come unica radice  $-2$
- B** non ammette soluzioni nel campo reale
- C** ha come unica radice  $2$
- D** ha come radici  $2$  e  $-2$
- E** ha due soluzioni irrazionali

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 82, 1998)

Ogni esponenziale è sempre maggiore di zero, quindi puoi osservare subito che l'equazione non ammette nessuna soluzione. La risposta A è errata:  $6^{-2} = 1/36$ . La risposta C è errata:  $6^2 = 36$ . La risposta D è errata come conseguenza di quanto detto qui sopra.

**24** È data l'equazione  $2^{x^2} = 16$ . L'insieme di tutte le sue soluzioni reali è:

- A**  $\{2\}$
- B**  $\{-\frac{1}{2} \ln 16; +\frac{1}{2} \ln 16\}$
- C**  $\{4\}$
- D**  $\{-2; +2\}$
- E**  $\{\sqrt{\log_2 8}\}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 2005)

Poiché  $2^4 = 16$ , l'equazione esponenziale si riduce a  $x^2 = 4$  che equivale a  $x = 2$  oppure  $x = -2$ .

**25** L'equazione  $\log(1 + x^2) = x - 1 - x^2$  non può avere soluzioni. Quale, tra le seguenti, ne è la motivazione?

- A** Né il primo membro né il secondo si annullano mai.
- B** La funzione logaritmica è sempre positiva.
- C** Il secondo membro non si annulla mai.
- D** Il primo membro è sempre positivo o nullo mentre il secondo membro è sempre negativo.
- E** Una funzione logaritmica non può avere intersezioni con una parabola.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 2006)

Esaminiamo il primo membro:  $x^2 + 1$  è sempre maggiore o uguale a 1, quindi  $\log(x^2 + 1)$  è sempre maggiore o uguale a 0.

Esaminiamo il secondo membro:  $-x^2 + x - 1$  è un polinomio di secondo grado con  $\Delta = -3 < 0$  e con  $a < 0$  ed è quindi sempre negativo.

Poiché il primo membro è sempre positivo o nullo, mentre il secondo è sempre negativo, ne consegue che l'equazione non ha soluzioni.

**26** Indicare il valore corretto di  $x$  nella seguente equazione:  $e^x = 5$  (con  $e = 2,7183...$  base dei logaritmi naturali o neperiani)

- A**  $x = \log_5 e$
- B**  $x = \frac{5}{e}$
- C**  $x = \frac{e}{5}$
- D**  $x = \log_e 5$
- E**  $x = \log_{10} 5$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 69, 1999)

Per la definizione di logaritmo si ha:  $e^x = 5$  se e solo se  $\log_e 5 = x$ .

La risposta A è errata: sarebbe esatta se  $5^x$  fosse stato uguale ad  $e$ .

La risposta E è errata: sarebbe esatta se  $10^x$  fosse stato uguale a 5.

**27** L'insieme di tutte le soluzioni dell'equazione:

$2 \log x = \log 5$  è:

- A**  $\{\log \frac{5}{2}\}$
- B**  $\{\sqrt{5}\}$
- C**  $\{-3, +3\}$
- D**  $\{-\sqrt{5}, +\sqrt{5}\}$
- E**  $\{3\}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2005)

Prima di tutto osserva che l'argomento del logaritmo  $x$  deve essere positivo. Ora puoi escludere le risposte C e D.

Per le proprietà del logaritmo si ha:  $2 \cdot \log x = \log x^2$ .

Quindi l'equazione diventa:  $\log x^2 = \log 5$ , ossia  $x^2 = 5$ , le cui soluzioni sono  $x = \pm \sqrt{5}$ . Tra queste non possiamo accettare quella negativa perché  $x > 0$ . In conclusione, l'unica soluzione dell'equazione è  $x = +\sqrt{5}$ .

**28** Sapendo che  $\log_2 x^5 = 15$ , il valore di  $x$  è:

- A** 32
- B**  $2^3$
- C** 3
- D** 5
- E** 22

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 1997)

Per definizione di logaritmo si ha  $x^5 = 2^{15} = (2^3)^5$ . Si conclude che  $x = 2^3$ .

**29** Qual è la soluzione dell'equazione  $\log((2x+1)/x) = 0$ :

- A** 1
- B**  $1/2$
- C** 2
- D**  $-1/2$
- E**  $-1$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 2009)

Ricorda che un logaritmo vale 0 quando il suo argomento è pari a 1.

L'equazione è verificata quando  $(2x+1)/x = 1$  o, equivalentemente, quando  $2x+1 = x$ , ossia se  $x = -1$ .

La risposta A è errata: per  $x = 1$  ottieni come risultato  $\log 3 \neq 0$ .

La risposta B è errata: per  $x = 1/2$  ottieni come risultato  $\log 4 \neq 0$ .

La risposta C è errata: per  $x = 2$ , ottieni come risultato  $\log(5/2) \neq 0$ .

La risposta D è errata: per  $x = -1/2$ , ottieni come risultato  $\log 0$  che non esiste.

**30** L'equazione  $\sqrt{\log_{10} x + k} = 0$  nell'incognita  $x$ , con  $k$  parametro reale, ha soluzione:

- ☐ A solo per valori di  $k$  non negativi
- ☐ B solo per  $k$  uguale a zero
- ☐ C per ogni valore di  $k$
- ☐ D solo per  $k$  uguale a dieci
- ☐ E solo per valori positivi di  $k$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 2003)

Una radice è pari a zero se il suo argomento si annulla.

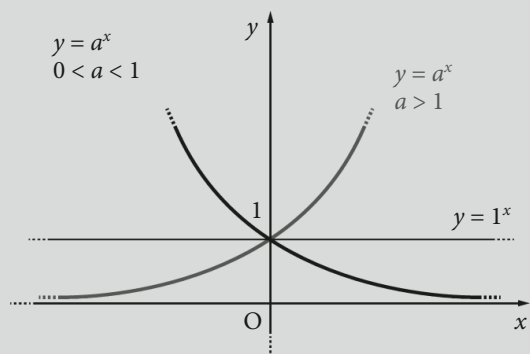
🔑 L'equazione si risolve ponendo uguale a zero l'argomento della radice, quindi risolvendo  $\log_{10} x + k = 0$ , che ha soluzione per ogni valore di  $k$ , in quanto il logaritmo ha codominio  $(-\infty, +\infty)$ .

★ **31** La funzione  $y = a^{-x}$  con  $a > 0$

- ☐ A interseca l'asse delle ascisse
- ☐ B è sempre negativa
- ☐ C è sempre positiva
- ☐ D non interseca l'asse delle ordinate
- ☐ E può essere sia positiva che negativa

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2003)

Il grafico della funzione esponenziale al variare di  $a$  è il seguente:



Si vede quindi che la funzione è sempre positiva.

🔑 La funzione  $y = a^{-x}$  è un'esponenziale e dunque sarà sempre positiva. Il grafico ci permette di escludere le risposte sbagliate.

La risposta A è errata: la funzione non interseca l'asse delle  $x$ .

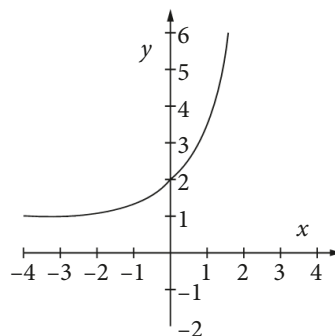
La risposta B è errata: è per esempio la funzione  $y = -(a^x)$  a essere sempre negativa.

La risposta D è errata: la funzione interseca l'asse delle  $y$  nel punto  $(0; 1)$ .

La risposta E è errata: è per esempio la funzione  $y = a^x - 2$  ad essere sia positiva che negativa.

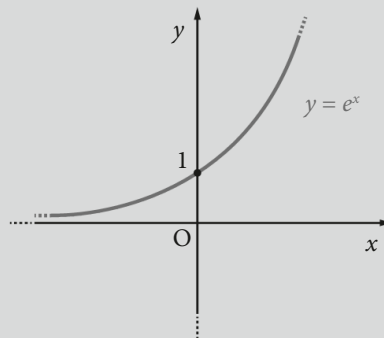
**32** Il grafico rappresentato in figura corrisponde alla funzione:

- ☐ A  $y = e^x$
- ☐ B  $y = e^x - 1$
- ☐ C  $y = e^x - 2$
- ☐ D  $y = e^x + 1$
- ☐ E  $y = e^{|x|} + 1$



(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 2003)

Ricorda il grafico dell'esponenziale con base  $e$ :



Ricorda inoltre che noto il grafico  $y = f(x)$ , il grafico  $y = f(x) + 1$  si ottiene traslando verso l'alto di 1 il grafico di  $y = f(x)$ .

🔑 Il grafico  $y = e^x + 1$  si ottiene traslando verso l'alto di 1 il grafico di  $y = e^x$ , ottenendo proprio quello in figura. La risposta A è errata: il grafico passerebbe per  $(0; 1)$ . La risposta B è errata: il grafico passerebbe per  $(0; 0)$ . La risposta C è errata: il grafico passerebbe per  $(0; -1)$ . La risposta E è errata: la funzione sarebbe pari, quindi simmetrica rispetto all'asse delle  $y$ .

**33** Indicare tutti e soli i valori del parametro reale  $a$  per i quali il seguente sistema ammette soluzioni reali nelle incognite  $x$  e  $y$ .

$$\begin{cases} 2^x + 3^y = a \\ 2^x - 3^y = 1 \end{cases}$$

- ☐ A  $a \geq -1$
- ☐ B ogni valore di  $a$
- ☐ C  $a > 1$
- ☐ D  $a > -1$
- ☐ E  $a \geq 1$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 2008)

🔑 Facciamo innanzitutto un cambio di variabili, chiamando  $x' = 2^x$  e  $y' = 3^y$ .

## Gli esponenziali e i logaritmi

Usiamo il metodo di sostituzione nel “nuovo” sistema:

$$\begin{cases} y' = a - x' \\ y' = x' - 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x' - 1 = a - x' \\ y' = x' - 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x' = \frac{a+1}{2} \\ y' = \frac{a-1}{2} \end{cases}$$

Ricorda che un esponenziale è sempre positivo, quindi  $x'$  e  $y'$  dovranno assumere valori positivi. Di conseguenza si dovrà avere contemporaneamente  $a > -1$  e  $a > 1$ , ovvero il sistema ammette soluzioni solo se  $a > 1$ .

### 34 L'insieme di tutte le soluzioni dell'equazione:

$2 \log x = \log 16$  è:

- A**  $\{-4, +4\}$  **D**  $\{-\log 14, +\log 14\}$   
**B**  $\{\log 8\}$  **E**  $\{\log 14\}$   
**C**  $\{4\}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2007)

Prima di tutto osserva che l'argomento del logaritmo  $x$  deve essere positivo. Ora puoi escludere le risposte A e D.

Per le proprietà del logaritmo si ha:  $2 \cdot \log x = \log x^2$ .  
 Quindi l'equazione diventa:  $\log x^2 = \log 16$ , ossia  $x^2 = 16$ , le cui soluzioni sono  $x = \pm 4$ . Tra queste non possiamo accettare quella negativa perché  $x > 0$ . In conclusione, l'unica soluzione dell'equazione è  $x = +4$ .

### 35 Data l'equazione $5 \log x = \log 32$ , posso affermare che $x$ è uguale a:

- A**  $4/(2)^{-1/2}$  **C** 0,5 **E** -5  
**B** 2 **D** 5

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 81, 1997)

Sapendo che l'argomento del logaritmo  $x$  deve essere positivo, puoi escludere la risposta E.

Per le proprietà del logaritmo si ha:  $5 \cdot \log x = \log x^5$ .  
 Quindi l'equazione diventa:  $\log x^5 = \log 32$ , ossia  $x^5 = 32$  la cui unica soluzione è  $x = 2$ .

### 36 L'andamento di una grandezza nel tempo può essere descritta con una funzione esponenziale se:

- A** la grandezza è inversamente proporzionale al tempo  
**B** la grandezza è direttamente proporzionale al quadrato del tempo  
**C** in intervalli di tempo uguali l'incremento della grandezza è percentualmente costante  
**D** in intervalli di tempo uguali, la grandezza decresce di quantità uguali  
**E** in intervalli di tempo uguali, la grandezza cresce di quantità uguali

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 1998)

Considera la funzione esponenziale  $y = e^t$ , con  $t =$  tempo e  $y =$  grandezza.

Puoi escludere la risposta A: la grandezza non è inversamente proporzionale al tempo.

Puoi escludere la risposta B: la grandezza non è direttamente proporzionale al quadrato del tempo.

Puoi escludere la risposta D: in intervalli di tempo uguali, la grandezza cresce al crescere del tempo.

Puoi escludere la risposta E: in intervalli di tempo uguali, la grandezza cresce al crescere del tempo, ma non di quantità costanti.

### 37 La funzione: $y = A x^B$ con $A$ e $B$ numeri positivi, è equivalente alla funzione:

- A**  $\log y = \log A + \log x + \log B$   
**B**  $y = \frac{\ln x}{AB}$   
**C**  $y = AB \log x$   
**D**  $y = AB \ln \frac{1}{x}$   
**E** nessuna delle precedenti risposte è corretta

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 1997)

Osserva che le risposte A, B, C, D sono errate: applicando il logaritmo a destra e a sinistra dell'uguaglianza, si avrebbe  $\log y = \log A + B \cdot \log x$ , con  $A, B$  e  $x$  positivi.

### 38 Riscrivendo $9^{3x+2}$ nel formato $3^y$ , quale sarà il valore di $y$ ?

- A**  $3x + 4$  **D**  $6x + 4$   
**B**  $3x$  **E**  $9x + 6$   
**C**  $6x + 2$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 56, 2013)

Ricorda una delle proprietà delle potenze:

$$(a^b)^c = a^{bc}$$

Quindi si ha  $9^{3x+2} = 3^{6x+4}$ .

36 C	37 E	38 D
29 E	30 C	31 C
22 B	23 B	24 D
15 C	16 B	17 E
8 E	9 D	10 B
14 B	13 D	12 B
7 E	6 C	5 A
3 E	4 B	3 E
2 C	1 E	36 C
29 E	30 C	31 C
22 B	23 B	24 D
15 C	16 B	17 E
8 E	9 D	10 B
14 B	13 D	12 B
7 E	6 C	5 A
3 E	4 B	3 E
2 C	1 E	36 C

Soluzioni:

- ★ **1** I cateti di un triangolo rettangolo sono lunghi, rispettivamente, 303 e 404. Determinare la lunghezza dell'ipotenusa.

- A** 505 **D** 705  
**B** 707 **E** 575  
**C** 507

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, 2012)

Ricorda che una terna pitagorica è una terna di numeri che soddisfa il teorema di Pitagora. Inoltre data una terna pitagorica, sono terne pitagoriche tutte quelle che si ottengono moltiplicando i tre valori per uno stesso numero.

- 🔍 Applica il teorema di Pitagora e trova che il quadrato della lunghezza dell'ipotenusa è:  $303^2 + 404^2 = 255\,025$ , quindi la lunghezza dell'ipotenusa sarà la radice quadrata di 255025, ossia 505.

Attenzione: senza l'ausilio di una calcolatrice, il calcolo da effettuare non è semplice! Ma poiché 3, 4, 5 è una terna pitagorica puoi osservare che, moltiplicando per 101 tutti e tre i valori, ottieni 303, 404 e 505 che costituiscono quindi a loro volta una terna pitagorica.

- 2** Dati tre segmenti  $AA'$ ,  $BB'$  e  $CC'$  tali che:

$AA' = 2\text{ cm}$ ;  $BB' = 1,5 \cdot AA'$ ;  $CC' = 2 \cdot BB'$

Quale triangolo è possibile costruire con questi lati?

- A** Un triangolo acutangolo  
**B** Non è possibile costruire nessun triangolo  
**C** Un triangolo rettangolo  
**D** Un triangolo ottusangolo  
**E** Un triangolo scaleno

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 1999)

Ricorda che in ogni triangolo, ogni lato deve essere minore della somma degli altri due.

- 🔍 I 3 segmenti hanno le seguenti lunghezze:

$\overline{AA'} = 2\text{ cm}$   $\overline{BB'} = 3\text{ cm}$   $\overline{CC'} = 6\text{ cm}$ .

Osserva che il lato  $CC'$  ha lunghezza 6 cm, ma 6 non è minore di  $3\text{ cm} + 2\text{ cm} = 5\text{ cm}$ . Puoi quindi concludere che non è possibile costruire nessun triangolo.

- 3** Due triangoli sono sicuramente uguali quando sono uguali:

- A** due lati e la somma degli angoli interni  
**B** due lati e l'angolo compreso tra essi  
**C** due lati e l'angolo opposto a uno di essi  
**D** le tre coppie di angoli  
**E** un angolo e il lato opposto

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 84, 1998)

Ricorda il primo criterio di congruenza: due triangoli sono congruenti quando hanno ordinatamente congruenti due lati e l'angolo compreso tra essi.

- 🔍 Attenzione alla risposta D: due triangoli che hanno congruenti le tre coppie di angoli sono simili, non uguali.

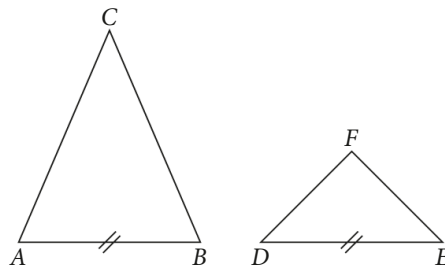
- 4** Affinché due triangoli isosceli siano SIMILI è sufficiente che:

- A** abbiano basi uguali  
**B** abbiano gli angoli al vertice uguali  
**C** abbiano altezze uguali  
**D** due triangoli isosceli sono sempre simili  
**E** abbiano la stessa area

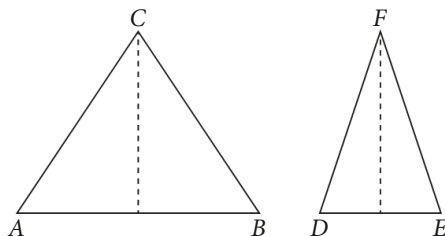
(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 1999)

Ricorda che la somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$ .

- 🔍 Se due triangoli isosceli hanno gli angoli al vertice congruenti, avranno anche gli angoli alla base congruenti. Infatti, chiamando  $\alpha$  l'angolo al vertice, puoi ricavare che ogni angolo alla base avrà ampiezza di  $(180^\circ - \alpha) / 2$ . Quindi se due triangoli isosceli hanno angoli al vertice congruenti, hanno anche tutti gli altri angoli ordinatamente congruenti e risultano simili per il primo criterio. La risposta A è errata, come mostrato in figura:



Le risposte C e D sono errate, come mostrato in figura:



- 5** Quali fra le affermazioni seguenti è possibile dedurre dalla frase "Dato il triangolo ABC, se si prolunga il lato CA di un segmento  $AE = AB$  allora la bisettrice dell'angolo  $BAC$  è parallela alla retta  $EB$ "?

- A** Il triangolo ABC è isoscele  
**B** Il triangolo BCE è isoscele

# La geometria del piano: criteri di congruenza, equivalenza delle superfici e similitudine

- ☐ C Il triangolo  $BAE$  è isoscele
- ☐ D  $A$  è il punto medio del segmento  $CE$
- ☐ E L'angolo  $\widehat{BAC}$  è uguale all'angolo  $\widehat{BAE}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 2002)

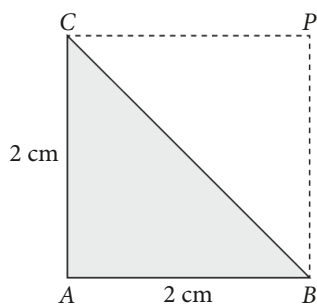
Per costruzione si ha  $AE = AB$ , quindi il triangolo  $BAE$  è isoscele. Nota che non è necessario usare la condizione di parallelismo tra la bisettrice dell'angolo e la retta  $EB$ .

**6** Un triangolo isoscele, che abbia due lati uguali a 2 cm e l'area uguale a  $2\text{ cm}^2$ :

- ☐ A non può esistere
- ☐ B ha il terzo lato uguale a 1 cm
- ☐ C è inscritto in un cerchio di raggio uguale a 2
- ☐ D è anche rettangolo
- ☐ E è anche equilatero

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 1997)

Osserva che un triangolo isoscele rettangolo di lato 2 cm ha area uguale a  $2\text{ cm}^2$  (pari a metà dell'area del quadrato di lato 2 cm), come mostrato in figura:



Attenzione! Con un po' di nozioni di trigonometria, potevi risolvere l'esercizio anche in un altro modo. L'area di un triangolo infatti è data da  $A = \frac{1}{2} \cdot ab \cdot \sin \alpha$  dove  $a$  e  $b$  sono i lati e  $\alpha$  l'angolo tra essi compreso. Sostituendo in questa formula i dati del problema si ottiene:  $2\text{ cm}^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} \cdot \sin \alpha$ . Da questo si ricava  $\sin \alpha = 1$  e quindi  $\alpha = \pi / 2$ .

**7** Un triangolo rettangolo è anche isoscele. La sua ipotenusa è lunga 1 m. Quanto vale l'area del triangolo?

- ☐ A  $2\text{ m}^2$
- ☐ B  $\frac{1}{4}\text{ m}^2$
- ☐ C  $1\text{ m}^2$
- ☐ D  $\frac{1}{8}\text{ m}^2$
- ☐ E  $\frac{1}{2}\text{ m}^2$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 89, 1999)

Proponiamo due soluzioni, la prima di natura algebrica, la seconda di natura geometrica.

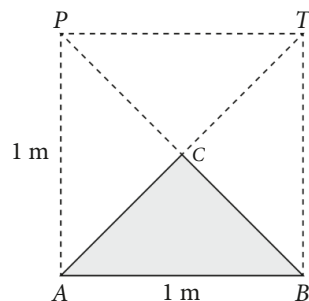
## METODO ALGEBRICO

Chiamiamo  $x$  la lunghezza del cateto del triangolo (espressa in metri). Applicando il teorema di Pitagora,

si ha  $x^2 + x^2 = 1$ , quindi  $2x^2 = 1$  che ha come soluzione positiva  $x = 1 / \sqrt{2}$ . L'area è pari al prodotto dei due cateti diviso 2, quindi  $A = (1 / \sqrt{2})^2 \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{4}\right)\text{ m}^2$ .

## METODO GEOMETRICO

Dalla figura si ricava che l'area del triangolo è  $\frac{1}{4}$  dell'area del quadrato di lato 1 m (che ha area  $1\text{ m}^2$ ):

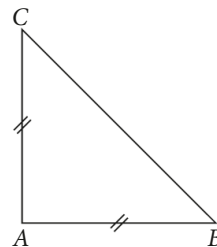


**8** Per un triangolo rettangolo, quale delle seguenti affermazioni è FALSA?

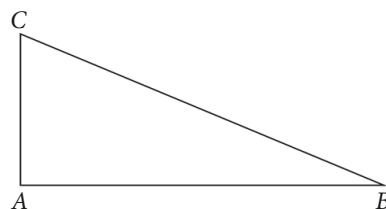
- ☐ A La somma degli angoli interni è  $180^\circ$
- ☐ B Vale il teorema di Pitagora
- ☐ C Può essere isoscele
- ☐ D Può essere equilatero
- ☐ E Può essere scaleno

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 90, 1997)

Attenzione: devi individuare la risposta FALSA. La risposta A è vera: per tutti i triangoli, la somma degli angoli interni è  $180^\circ$ . La risposta B è vera: il teorema di Pitagora è vero solo per i triangoli rettangoli. La risposta C è vera, come mostrato in figura:



La risposta E è vera: un triangolo è scaleno se ha tutti i lati di lunghezza diversa. Un triangolo rettangolo può essere scaleno, come mostrato in figura:



La risposta FALSA è la D: un triangolo equilatero ha i tre angoli di  $60^\circ$ , e quindi non può essere rettangolo (ossia non può avere un angolo di  $90^\circ$ ).

- 9** Gli angoli di un triangolo sono in progressione aritmetica, e il maggiore è il doppio del minore; i valori in gradi degli angoli sono:

- A** 40, 60, 80  
**B** 45, 70, 95  
**C** 60, 90, 120  
**D** 40, 50, 80  
**E** 20, 30, 40

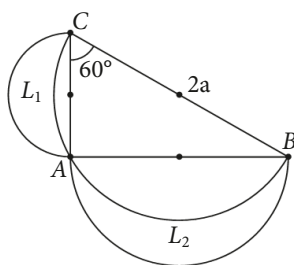
(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 89, 1998)

Ricorda che dei numeri sono in progressione aritmetica se aumentano (o diminuiscono) sempre della stessa quantità, che si chiama ragione.

- 10** La risposta corretta è la A. Puoi escludere le altre perché le somme degli angoli interni sono rispettivamente di  $210^\circ$  (risposta B),  $270^\circ$  (risposta C),  $170^\circ$  (risposta D) e  $90^\circ$  (risposta E), invece che di  $180^\circ$ . Inoltre, il quesito afferma che gli angoli sono in progressione aritmetica e quelli della risposta A sono effettivamente in progressione aritmetica di ragione  $20^\circ$ .

Il triangolo CAB della figura è rettangolo in A, ha l'ipotenusa che misura  $2a$  e l'angolo in C che è di  $60^\circ$ . Le tre semicirconferenze aventi per diametro i lati del triangolo individuano due regioni, dette *lunule*, indicate in figura con  $L_1$  e  $L_2$ . La somma delle aree dette *lunule* è:

- A**  $\frac{2}{3}a^2$  **D**  $a^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$   
**B**  $\frac{\pi}{8}a^2$  **E**  $\frac{\pi}{2}a^2$   
**C**  $\frac{3}{2}\pi a^2$



(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 2006)

Ricorda che in un triangolo rettangolo di angoli  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ , il cateto minore è uguale alla metà dell'ipotenusa e il cateto maggiore è uguale a  $\sqrt{3}/2$  dell'ipotenusa.

**Attenzione!** Non è un quesito semplice per chi non ha dimestichezza con la matematica.

Ti consigliamo due diverse strategie di approccio durante l'esame di ammissione:

- 1) Passa agli altri quesiti e prova a rispondere a quesiti di questo tipo solo dopo aver letto tutti gli altri, se avrai ancora tempo a disposizione.
- 2) Se proprio vuoi rispondere subito a quesiti di questo tipo, datti un tempo limite di 2 minuti, in modo da non utilizzare gran parte del tempo a disposizione.

Procediamo ora con la risoluzione dell'esercizio.

I due cateti sono quindi lunghi  $a$  e  $\sqrt{3}a$ . L'area del triangolo è dunque  $(\sqrt{3}/2)a^2$ . Inoltre, come conseguenza del teorema di Pitagora, l'area del semicerchio costruito sull'ipotenusa, che è uguale ad  $a^2 \cdot \pi/2$ , è equivalente alla somma delle aree dei semicerchi costruiti sui cateti.

Per calcolare le aree delle lunule, devi quindi sottrarre all'area dei semicerchi costruiti sui cateti ( $a^2 \cdot \pi/2$ ) la differenza tra l'area del semicerchio costruito sull'ipotenusa ( $a^2 \cdot \pi/2$ ) e l'area del triangolo ( $(\sqrt{3}/2)a^2$ ). Si ha

$$\frac{a^2 \cdot \pi}{2} - \left( \frac{a^2 \cdot \pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2.$$

Inoltre puoi notare che l'area delle lunule è equivalente a quella del triangolo rettangolo.

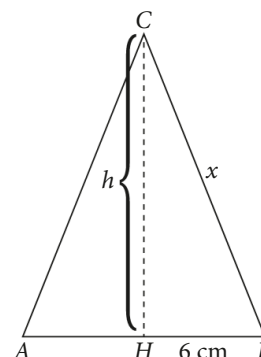
- 11** Un triangolo isoscele ha base lunga 12 e  $x$  rappresenta la lunghezza di ciascuno dei due lati uguali. Quale delle seguenti formule esprime l'area  $S$  del triangolo in funzione di  $x$ ?

- A**  $S = 12(x^2 - 6)^{1/2}$  **D**  $S = 6(x^2 - 36)^{1/2}$   
**B**  $S = 12(x^2 - 36)^{1/2}$  **E**  $S = 6(x^2 - 6)^{1/2}$   
**C**  $S = 3(x^2 - 36)^{1/2}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2010)

Ricorda il teorema di Pitagora: in un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.

Sia data innanzitutto la figura seguente:



## La geometria del piano: criteri di congruenza, equivalenza delle superfici e similitudine

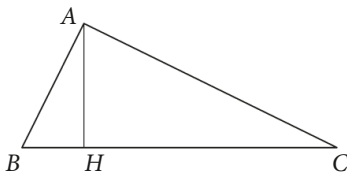
Applicando il teorema di Pitagora al triangolo  $HBC$ , si ha:  $h = \sqrt{x^2 - 36}$ .

L'area sarà quindi  $A = \frac{12\sqrt{x^2 - 36}}{2} = 6 \cdot \sqrt{x^2 - 36}$ .

La risposta B è errata: è il doppio dell'area del triangolo. La risposta C è errata: è la metà dell'area del triangolo.

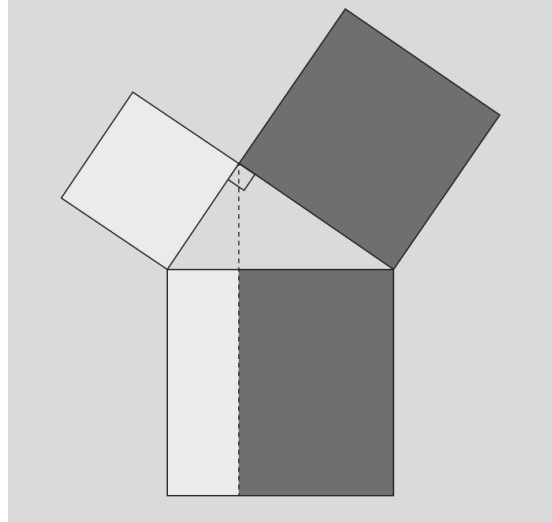
- 12** ●●● Quale delle seguenti espressioni È VERA per ogni triangolo  $ABC$ , rettangolo in  $A$  e con altezza relativa all'ipotenusa  $AH$ ?

- [A]  $\overline{AB^2} = \overline{BH} \cdot \overline{HC}$   
 [B]  $\overline{AB^2} = \overline{BC^2} + \overline{AC^2}$   
 [C]  $\overline{AB^2} = \overline{BC} \cdot \overline{BH}$   
 [D]  $\overline{AB^2} = \overline{AC^2} - \overline{HC^2}$   
 [E]  $\overline{AB^2} = \overline{BC} \cdot \overline{AH}$



(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 2005)

Ricorda il primo teorema di Euclide: in un triangolo rettangolo, il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo avente per dimensioni l'ipotenusa e la proiezione di quel cateto sull'ipotenusa stessa. In figura si può notare che le aree con lo stesso colore sono equivalenti:



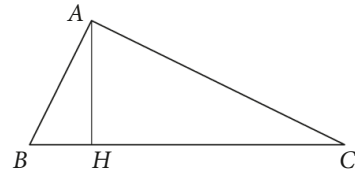
- 🔍 In relazione alla figura del quesito, si ha che  $\overline{AB^2} = \overline{BC} \cdot \overline{BH}$ .

La risposta A è errata: se fosse vera nel triangolo  $ABH$  si avrebbe l'ipotenusa congruente al cateto.

La risposta B è errata: fai attenzione perché potrebbe sembrare il teorema di Pitagora, ma non è applicato correttamente.

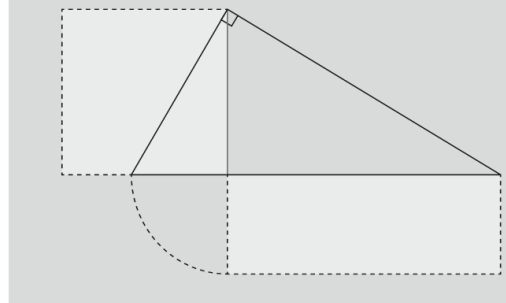
- 13** ●●● Quale delle seguenti espressioni è vera per ogni triangolo  $ABC$ , rettangolo in  $A$  e tale che  $AH$  sia l'altezza relativa all'ipotenusa?

- [A]  $\overline{AB^2} = \overline{BC} \cdot \overline{AH}$   
 [B]  $\overline{AB^2} = \overline{BC^2} + \overline{AC^2}$   
 [C]  $\overline{AB^2} = \overline{AH^2} - \overline{BH^2}$   
 [D]  $\overline{AH^2} = \overline{BH} \cdot \overline{HC}$   
 [E]  $\overline{BC} : \overline{AH} = \overline{AH} : \overline{HC}$



(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 2007)

Ricorda il secondo teorema di Euclide: in un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per lati le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa. In figura si può notare che le aree con lo stesso colore sono equivalenti:



- 🔍 In relazione alla figura del quesito, si ha che  $\overline{AH^2} = \overline{BH} \cdot \overline{HC}$ .

La risposta A è errata: fai attenzione perché potrebbe sembrare il primo teorema di Euclide, ma non è applicato correttamente.

Le risposte B e C sono errate: fai attenzione perché ciascuna di esse potrebbe sembrare il teorema di Pitagora, ma in entrambi i casi non è applicato correttamente.

La risposta E è errata: fai attenzione perché potrebbe sembrare il secondo teorema di Euclide, ma non è applicato correttamente.

- 14** ●●● In quale delle seguenti quaterne di numeri sono elencati i valori in gradi sessagesimali degli angoli interni di un quadrilatero?

- [A] 102, 90, 85, 81 [D] 177, 38, 91, 54  
 [B] 90, 100, 120, 60 [E] 45, 120, 90, 104  
 [C] 120, 72, 54, 115

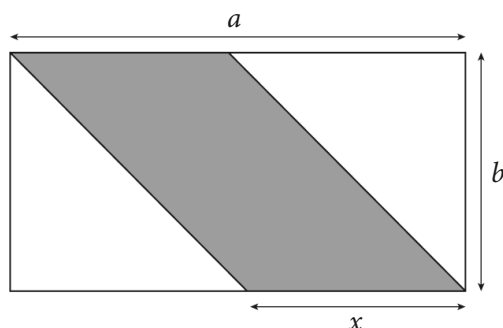
(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2007)

Ricorda che la somma degli angoli interni di un quadrilatero è di  $360^\circ$ .

- 🔍 La risposta A è errata: la somma degli angoli è  $358^\circ$  e non  $360^\circ$ .  
 La risposta B è errata: la somma degli angoli è  $370^\circ$  e non  $360^\circ$ .  
 La risposta C è errata: la somma degli angoli è  $361^\circ$  e non  $360^\circ$ .  
 La risposta E è errata: la somma degli angoli è  $359^\circ$  e non  $360^\circ$ .

- ★ 15 Il rettangolo della figura seguente ha dimensioni  $a$  e  $b$ . Quanto deve valere  $x$  affinché l'area del parallelogrammo ombreggiato sia uguale all'area della rimanente parte?

- ☐ A  $\frac{b}{2}$   
☐ B  $\frac{a}{2}$   
☐ C  $\frac{ab}{2}$   
☐ D  $\frac{2a}{b}$   
☐ E  $\frac{a+b}{2}$



(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 2003)

- 🔍 L'area del parallelogramma è  $A = x \cdot b$ . L'area del rettangolo è  $A' = a \cdot b$ . Affinché possa verificarsi la condizione richiesta, l'area del parallelogramma deve essere uguale a metà dell'area del rettangolo.  
 Si deve quindi avere  $x \cdot b = a \cdot b / 2$  e quindi, dividendo entrambi i membri per  $b$ ,  $x = a / 2$ .  
 Attenzione: le risposte C e D sono immediatamente da scartare per motivi dimensionali.

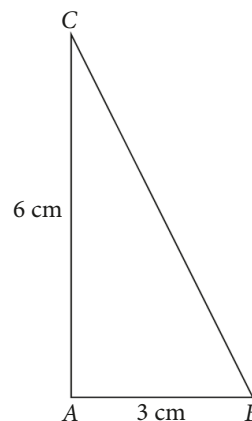
- ★ 16 In un rombo una diagonale è il doppio dell'altra e l'area vale  $36 \text{ cm}^2$ . Quanto vale il lato del rombo?

- ☐ A Non si può determinare  
☐ B  $6\sqrt{5} \text{ cm}$   
☐ C  $3\sqrt{5} \text{ cm}$   
☐ D  $6 \text{ cm}$   
☐ E  $6\sqrt{2} \text{ cm}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 2001)

- 🔍 Chiamiamo  $d$  la diagonale minore; sarà quindi  $2d$  la diagonale maggiore. L'area del rombo è quindi

$2d \cdot d / 2 = d^2$ . Sapendo che l'area vale  $36 \text{ cm}^2$ , si ha che la diagonale minore è  $6 \text{ cm}$  e la diagonale maggiore è  $12 \text{ cm}$ . Si dividano le diagonali a metà e si consideri il triangolo in figura:



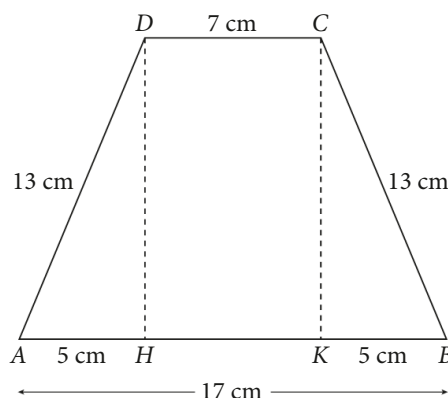
Applicando il teorema di Pitagora, si ha che il lato del rombo (che coincide con l'ipotenusa del triangolo in figura) è (in cm)  $\sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ .

- ★ 17 Un trapezio isoscele ha perimetro di  $50 \text{ cm}$  e le basi di  $7 \text{ cm}$  e  $17 \text{ cm}$ . Qual è la sua area?

- ☐ A  $312 \text{ cm}^2$   
☐ B  $102 \text{ cm}^2$   
☐ C  $156 \text{ cm}^2$   
☐ D  $144 \text{ cm}^2$   
☐ E  $288 \text{ cm}^2$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2010)

- 🔍 Sapendo che il perimetro è  $50 \text{ cm}$  e che la somma delle basi è  $24 \text{ cm}$ , si ottiene che la somma dei lati obliqui è  $(50 - 24) \text{ cm} = 26 \text{ cm}$ . Sapendo che il trapezio è isoscele, si ottiene che ogni lato obliquo è lungo  $13 \text{ cm}$ . In riferimento alla figura, si ha quindi:



Con il teorema di Pitagora, si ottiene che l'altezza è (in cm)  $\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ .

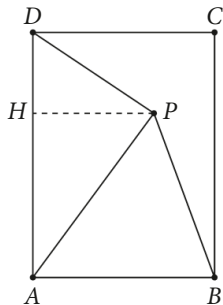
L'area del trapezio sarà quindi (in  $\text{cm}^2$ )

$$A = (17 + 7) \cdot 12 / 2 = 144.$$

# La geometria del piano: criteri di congruenza, equivalenza delle superfici e similitudine

- 18** Un terreno a forma rettangolare di lati  $AB = 60$  m e  $BC = 80$  m è stato diviso in tre appezzamenti equivalenti per permettere ai tre eredi di accedere alla fonte d'acqua posta in  $P$ . Sapendo che  $P$  appartiene alla diagonale  $AC$  del rettangolo, qual è il rapporto di  $AP$  rispetto alla diagonale  $AC$ ?

**A**  $3/4$       **C**  $5/7$       **E**  $5/8$   
**B**  $2/3$       **D**  $7/10$



(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2007)

- ☞ L'area del rettangolo è  $60 \text{ m} \cdot 80 \text{ m} = 4800 \text{ m}^2$ . Sapendo che i tre appezzamenti sono equivalenti, si ottiene che ogni appezzamento ha area pari a  $4800 \text{ m}^2 / 3 = 1600 \text{ m}^2$ . Nel triangolo  $ADP$ , possiamo calcolare la lunghezza dell'altezza  $PH$  facendo la seguente operazione (in m):  $1600 \cdot 2 / 80 = 40$ . Considerando che i triangoli  $ACD$  e  $APH$  sono simili, si può applicare la condizione di similitudine:

$$\overline{PH} : \overline{DC} = \overline{AP} : \overline{AC} \Rightarrow 40 : 60 = \overline{AP} : \overline{AC} \Rightarrow \frac{\overline{AP}}{\overline{AC}} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}.$$

- 19** Un quadrato ha lato  $a$ , con  $a > 3$ . Se diminuiamo il lato di 3, l'area del quadrato diminuirà di:

**A**  $3(a - 3)$       **C**  $6a + 9$       **E**  $(a - 3)^2$   
**B**  $9a$       **D**  $6a - 9$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2003)

- ☞ L'area del quadrato di lato  $a$  è  $A = a^2$ .  
 L'area del quadrato di lato  $(a - 3)$  è:  
 $A' = (a - 3)^2 = a^2 - 6a + 9 = a^2 - (6a - 9) = A - (6a - 9)$ .  
 Dunque l'area del quadrato è diminuita di  $6a - 9$ .

- 20** Considera un quadrato inscritto in una circonferenza di raggio  $r$ . Il lato del quadrato misura:

**A**  $2\sqrt{r}$       **C**  $r\sqrt{2}$       **E**  $r \frac{\sqrt{2}}{r}$   
**B**  $r\sqrt{2r}$       **D**  $\frac{\sqrt{2}}{2r}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 2003)

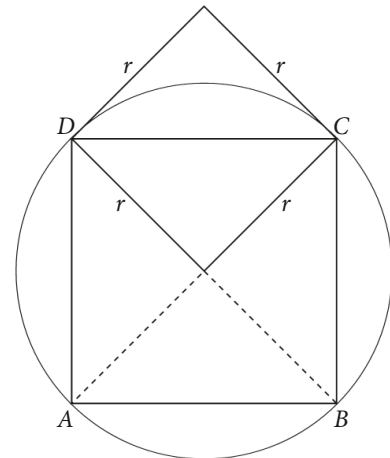
Ricorda che la diagonale di un quadrato di lato  $l$  è  $l \cdot \sqrt{2}$ .

- ☞ Attenzione: le risposte A, B, D, E sono tutte da scartare per motivi dimensionali, in quanto non rappresentano una lunghezza. Quindi si può risolvere l'esercizio andando semplicemente per esclusione.

In ogni caso, forniamo due soluzioni della risposta esatta, la prima geometrica e la seconda algebrica.

**METODO GEOMETRICO**

Osserva la figura seguente:



Il lato che cerchiamo equivale alla diagonale di un quadrato di lato  $r$ .

Quindi il lato cercato misura  $r \cdot \sqrt{2}$ .

**METODO ALGEBRICO**

Chiamiamo  $x$  il lato cercato. Applicando il teorema di Pitagora, si ha  $x^2 = r^2 + r^2 = 2r^2$  da cui  $x = r \cdot \sqrt{2}$ .

- 21** Un quadrato e un triangolo equilatero hanno lo stesso perimetro. Qual è il rapporto tra il lato del quadrato e il lato del triangolo?

**A**  $4/3$       **B**  $2/3$       **C**  $3/4$       **D** 1      **E**  $1/2$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2009)

- ☞ Sia  $P$  il perimetro del quadrato e del triangolo equilatero. Quindi il lato del quadrato è  $P/4$ , il lato del triangolo equilatero è  $P/3$ . Il rapporto tra il lato del quadrato e il lato del triangolo è dunque  $P/4 : P/3 = 3/4$ .

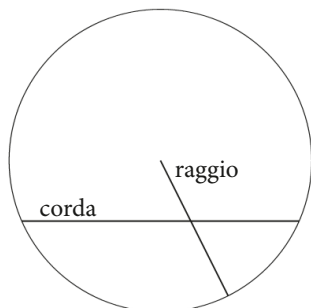
Attenzione: puoi subito osservare che il lato del quadrato è minore del lato del triangolo. Di conseguenza il rapporto tra il lato del quadrato e il lato del triangolo è minore di 1. Dunque, sulla base di questo, puoi da subito scartare la risposta A e la risposta D.

- ★ **22** Quale fra le seguenti affermazioni è CORRETTA?

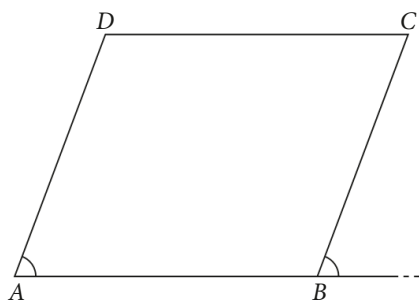
**A** In una circonferenza, se un raggio incontra una corda è perpendicolare alla corda.  
**B** In un parallelogramma gli angoli adiacenti allo stesso lato sono supplementari.  
**C** L'asse di un segmento è la retta che divide in due parti uguali il segmento.  
**D** Se un quadrilatero ha una coppia di lati paralleli allora è un parallelogramma.  
**E** Non tutti i quadrati sono rettangoli.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 2002)

La risposta A è errata: non tutti i raggi che incontrano una corda sono perpendicolari alla corda. Lo è solo il raggio che passa per il punto medio della corda stessa. In figura è mostrato un raggio che non è perpendicolare alla corda:



La risposta B è esatta. È infatti una delle definizioni di parallelogramma. Dalla figura si nota la veridicità dell'affermazione. Ricorda che due angoli si dicono supplementari se la loro somma è di  $180^\circ$ .



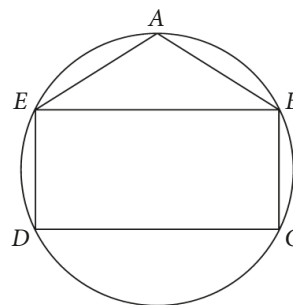
La risposta C è errata, infatti oltre a dividere in due parti uguali il segmento, l'asse deve essere perpendicolare al segmento.

La risposta D è errata: un quadrilatero con due lati opposti paralleli è un trapezio. È un parallelogramma se ha anche l'altra coppia di lati paralleli.

La risposta E è errata: tutti i quadrati sono rettangoli; cioè tutti i quadrati hanno quattro angoli retti.

**23** Il rettangolo BCDE inscritto nella circonferenza di raggio  $r$  ha la base DC doppia dell'altezza  $BC = a$  e il triangolo ABE è isoscele. Quanto misura l'area del pentagono ABCDE?

- ☐ A  $\frac{1}{2}a(3r + 2a)$
- ☐ B  $3a^2 + 2ar$
- ☐ C  $\frac{1}{2}a(3a + 2r)$
- ☐ D  $\frac{1a - 2r}{2}$
- ☐ E  $\frac{1}{2}a(3a - 2r)$



(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2004)

L'area richiesta è la somma dell'area del rettangolo DCBE ( $A_1 = 2a \cdot a = 2a^2$ ) e l'area del triangolo EBA ( $A_2 = 1/2 \cdot 2a \cdot (r - a/2) = a \cdot r - a^2/2$ ). Nota che l'altezza del triangolo EBA relativa alla base EB è pari a  $r - a/2$ . Si ha quindi che l'area del pentagono DCBAE è:  
 $A = A_1 + A_2 = 2a^2 + a \cdot r - a^2/2 =$   
 $= 3a^2/2 + a \cdot r = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (3a + 2r).$

Attenzione: la risposta D è da escludere per motivi dimensionali.

**24** La somma degli angoli interni di un pentagono non regolare:

- ☐ A il valore è sicuramente inferiore a  $540^\circ$
- ☐ B il valore dipende dalla lunghezza dei lati
- ☐ C ha il valore  $1080^\circ$
- ☐ D ha il valore  $540^\circ$
- ☐ E ha il valore  $360^\circ$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 86, 1998)

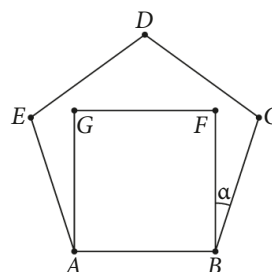
Ricorda che la somma degli angoli interni di un poligono è uguale a tanti angoli piatti ( $180^\circ$ ) quanti sono i lati meno due. Quindi la somma degli angoli interni di un pentagono è  $180^\circ \cdot (5 - 2) = 540^\circ$ .

La risposta C è errata:  $1080^\circ$  è la somma degli angoli interni di un ottagon.

La risposta E è errata:  $360^\circ$  è la somma degli angoli interni di un quadrilatero.

**25** Sul lato AB del pentagono regolare ABCDE è costruito il quadrato ABFG. Qual è l'ampiezza dell'angolo  $\alpha = \angle FBC$  espresso in gradi?

- ☐ A  $15^\circ$
- ☐ B  $30^\circ$
- ☐ C  $18^\circ$
- ☐ D  $22^\circ 30'$
- ☐ E  $16^\circ 30'$



(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 2007)

## La geometria del piano: criteri di congruenza, equivalenza delle superfici e similitudine

Essendo il pentagono regolare, si ha che l'angolo compreso tra il lato  $AB$  e il lato  $BC$  misura  $108^\circ$ . Sapendo che gli angoli interni di un quadrato valgono  $90^\circ$ , si ha che  $\alpha = 108^\circ - 90^\circ = 18^\circ$ .

★ **26** SOLO UNA delle affermazioni seguenti è CORRETTA. Quale?

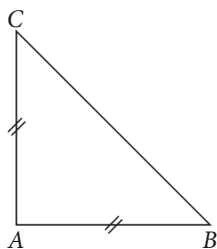
- ☐ A Esistono triangoli in cui un lato è più lungo della somma degli altri due.
- ☐ B Non esistono triangoli rettangoli isosceli.
- ☐ C Non esistono triangoli rettangoli equilateri.
- ☐ D Esistono triangoli rettangoli che sono anche ottusangoli.
- ☐ E In un triangolo rettangolo la somma dei due angoli acuti è maggiore di  $90^\circ$ .

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 89, 1999)

Un triangolo equilatero ha i tre angoli di  $60^\circ$ , e quindi non può essere rettangolo (ossia non può avere un angolo di  $90^\circ$ ).

La risposta A è errata: in un triangolo, ogni lato è minore della somma degli altri due.

La risposta B è errata, come mostrato in figura:



Le risposte D ed E sono errate: un triangolo rettangolo ha un angolo di  $90^\circ$ . Poiché la somma degli angoli interni di qualunque triangolo è pari a  $180^\circ$ , in un triangolo rettangolo la somma degli angoli NON RETTI è pari a  $90^\circ$ . Si conclude che i due angoli non retti sono necessariamente acuti.

★★ **27** In un triangolo gli angoli "alfa", "beta" e "gamma" valgono:  $\alpha = X$ ;  $\beta = \alpha + 30^\circ$ ;  $\gamma = \beta + 60^\circ$ . Quanto vale l'angolo "alfa" (cioè  $X$ )?

- ☐ A  $X = 60^\circ$
- ☐ B  $X = 90^\circ$
- ☐ C  $X = 45^\circ$
- ☐ D  $X = 20^\circ$
- ☐ E  $X = 80^\circ$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 82, 1999)

Dai dati del quesito si ha:

$$\begin{cases} \alpha = X \\ \beta = X + 30^\circ \\ \gamma = X + 30^\circ + 60^\circ = X + 90^\circ \end{cases},$$

con  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .

Sostituendo si ha  $X + X + 30^\circ + X + 90^\circ = 180^\circ$  da cui si ricava  $3X = 60^\circ$ , quindi  $X = 20^\circ$ .

La risposta A è errata: si avrebbero angoli di  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $150^\circ$ , la cui somma non è  $180^\circ$ .

La risposta B è errata: si avrebbero angoli di  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,

$180^\circ$ , la cui somma non è  $180^\circ$ .

La risposta C è errata: si avrebbero angoli di  $45^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $135^\circ$ , la cui somma non è  $180^\circ$ .

La risposta E è errata: si avrebbero angoli di  $80^\circ$ ,  $110^\circ$ ,  $170^\circ$ , la cui somma non è  $180^\circ$ .

★★ **28** Le ampiezze degli angoli di un quadrilatero sono proporzionali ai numeri 3, 5, 6 e 10. Quale delle seguenti quaterne rappresenta le ampiezze dei quattro angoli del quadrilatero?

- ☐ A  $36^\circ$   $75^\circ$   $108^\circ$   $144^\circ$
- ☐ B  $45^\circ$   $75^\circ$   $90^\circ$   $150^\circ$
- ☐ C  $48^\circ$   $72^\circ$   $108^\circ$   $132^\circ$
- ☐ D  $30^\circ$   $50^\circ$   $60^\circ$   $220^\circ$
- ☐ E  $48^\circ$   $78^\circ$   $90^\circ$   $144^\circ$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 2008)

Dividi i 4 numeri di ogni quaterna ordinatamente per 3, 5, 6, 10 e vedi in quale caso ottieni per 4 volte lo stesso risultato. Noterai che se si divide la quaterna  $45^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $150^\circ$  ordinatamente per 3, 5, 6, 10 si ottiene 15 per tutti gli elementi della quaterna.

★ **29** Sia  $ABCD$  un quadrilatero; quale delle seguenti affermazioni è sempre VERA?

- ☐ A  $ABCD$  non può essere un trapezio scaleno
- ☐ B  $ABCD$  può essere un rettangolo
- ☐ C  $ABCD$  è un parallelogramma
- ☐ D  $ABCD$  ha due lati eguali
- ☐ E  $ABCD$  è un rettangolo

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 90, 1998)

Sappiamo solo che  $ABCD$  è un quadrilatero, ossia ha 4 lati.

La risposta A è errata: potrebbe essere un trapezio scaleno. Infatti un trapezio scaleno è un quadrilatero.

La risposta C è errata: potrebbe NON essere un parallelogramma. Per esempio, se fosse un trapezio non sarebbe un parallelogramma.

La risposta D è errata: potrebbe non avere due lati uguali.

La risposta E è errata: potrebbe NON essere un rettangolo. Per esempio, se fosse un trapezio non sarebbe un rettangolo.

La risposta esatta è la B: infatti in questa risposta si legge "può essere" e infatti un quadrilatero "può essere un rettangolo".

★★ **30** Un rettangolo mantiene la stessa area se si aumenta la base di 8 cm e si diminuisce l'altezza di 5 cm. La sua area però, se si diminuisce la base di 5 cm e si aumenta l'altezza di 8 cm aumenta di  $130 \text{ cm}^2$ . I lati sono:

- ☐ A Base = 60 cm; altezza = 30 cm
- ☐ B Base = 40 cm; altezza = 30 cm
- ☐ C Base = 35 cm; altezza = 45 cm
- ☐ D Base = 30 cm; altezza = 40 cm
- ☐ E Base = 50 cm; altezza = 20 cm

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 87, 1997)

Chiamando  $b$  e  $h$  rispettivamente la base e l'altezza del rettangolo (in cm), le condizioni si traducono nel seguente sistema:

$$\begin{cases} b \cdot h = (b + 8)(h - 5) \\ b \cdot h + 130 = (b - 5)(h + 8) \end{cases}$$

Sostituendo  $b = 40$  e  $h = 30$  si ottiene un'identità in entrambe le equazioni:

$$\begin{cases} 40 \cdot 30 = (48)(25) \\ 40 \cdot 30 + 130 = (35)(38) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1200 = 1200 \\ 1330 = 1330 \end{cases}$$

Con tutte le altre soluzioni proposte, non si ottengono due identità.

**31** Le ampiezze di due angoli di un pentagono sono  $90^\circ$  e  $150^\circ$  mentre le ampiezze dei rimanenti tre angoli sono proporzionali ai numeri 5, 7 e 13. Quale delle seguenti terne rappresenta le ampiezze dei tre angoli incogniti?

- A**  $64^\circ 82^\circ 154^\circ$  **D**  $50^\circ 90^\circ 160^\circ$   
**B**  $72^\circ 100^\circ 188^\circ$  **E**  $60^\circ 84^\circ 156^\circ$   
**C**  $60^\circ 80^\circ 160^\circ$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 2008)

Sottraendo a  $540^\circ$  (somma degli angoli interni di un pentagono) i valori dei due angoli noti ( $90^\circ$  e  $150^\circ$ ) si ottiene la somma dei tre angoli incogniti:  $300^\circ$ .

Sapendo che i tre angoli sono proporzionali a 5, 7, 13 si ha:

$$300^\circ / (5 + 7 + 13) = 300^\circ / 25 = 12^\circ;$$

$$12^\circ \cdot 5 = 60^\circ;$$

$$12^\circ \cdot 7 = 84^\circ;$$

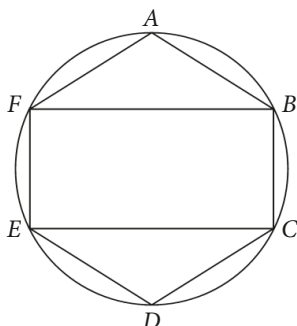
$$12^\circ \cdot 13 = 156^\circ.$$

Le risposte A, C, D sono errate: i tre valori non sono proporzionali a 5, 7, 13.

La risposta B è errata: la somma delle ampiezze dei tre angoli non è  $300^\circ$ .

**32** Nella figura seguente il rettangolo  $FBCE$ , inscritto nella circonferenza di raggio  $r$ , ha la base  $EC$  doppia dell'altezza  $BC = a$  e i triangoli  $ABF$  e  $CDE$  sono isosceli. Quanto misura l'area dell'esagono  $ABCDEF$ ?

- A**  $a(a - 2r)$  **D**  $\frac{1}{2}a(a + 2r)$   
**B**  $a(a + 2r)$  **E**  $2a(a + r)$   
**C**  $2a^2 + 4r$



(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2004)

L'area richiesta è la somma dell'area del rettangolo  $ECBF$  ( $A_1 = 2a \cdot a = 2a^2$ ) e del doppio dell'area del triangolo  $FBA$  ( $A_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot (r - a/2) = 2a \cdot r - a^2$ ). Nota che l'altezza del triangolo  $FBA$  rispetto alla base  $FB$  è pari a  $r - a/2$ .

Si ha quindi che l'area dell'esagono  $DCBAFE$  è:

$$A = A_1 + A_2 = 2a^2 + 2a \cdot r - a^2 = a^2 + 2ar = a \cdot (a + 2r).$$

Attenzione: la risposta C è da escludere per motivi dimensionali.

**33** I cateti di un triangolo rettangolo misurano rispettivamente  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$  e  $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ .

Quanto misura l'ipotenusa?

- A** 16 **C**  $2\sqrt{6}$  **E**  $\sqrt{16 + 2\sqrt{12}}$   
**B** 4 **D**  $2\sqrt{2}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 53, 2013)

È sufficiente applicare il teorema di Pitagora:

$$i^2 = (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = 12 + 4 = 16,$$

da cui  $i = 4$ .

Fai attenzione: il calcolo si semplifica molto se si osserva che i doppi prodotti dei quadrati dei binomi si semplificano.

**34** Si consideri un triangolo rettangolo il cui cateto maggiore misura 3 cm. L'altezza del triangolo relativa all'ipotenusa misura 1 cm. Calcolare la lunghezza dell'ipotenusa.

- A**  $\frac{9\sqrt{2}}{4}$  cm **D**  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$  cm  
**B**  $4\sqrt{2}$  cm **E**  $\frac{5\sqrt{2}}{4}$  cm  
**C**  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$  cm

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 55, 2013)

Devi risolvere il sistema delle seguenti equazioni ( $i$  = ipotenusa,  $c$  = cateto minore):

$$\begin{cases} i \cdot \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{c}{2} \\ i^2 = 9 + c^2 \end{cases}$$

Per la prima equazione si è calcolata l'area in 2 modi diversi: ipotenusa per altezza/2 e cateto maggiore per cateto minore/2. Per la seconda, si è applicato il Teorema di Pitagora.

Si ricava  $c = i/3$  e sostituendo, si ottiene  $i = \frac{9}{4}\sqrt{2}$ .

29 B	30 B	31 E	32 B	33 B	34 A
22 B	23 C	24 D	25 C	26 C	27 D
15 B	16 C	17 D	18 B	19 D	20 C
8 D	9 A	10 D	11 D	12 C	13 D
1 A	2 B	3 B	4 B	5 C	6 D

Soluzioni

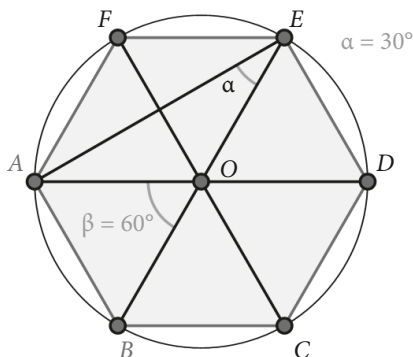
- 1** Sia  $ABCDEF$  un esagono regolare. Determinare l'ampiezza dell'angolo  $AEB$ .

**A**  $30^\circ$       **C**  $20^\circ$       **E**  $60^\circ$   
**B**  $15^\circ$       **D**  $45^\circ$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2012)

Ricorda che in una circonferenza, l'ampiezza di uno degli angoli alla circonferenza è equivalente alla metà dell'ampiezza dell'angolo al centro che insiste sullo stesso arco.

- In relazione alla figura, si ha che l'angolo  $AEB$  è l'angolo alla circonferenza e l'angolo  $AOB$  è l'angolo al centro che insiste sullo stesso arco. L'angolo  $AOB$  è di  $60^\circ$ , perché  $1/6$  di un angolo giro e quindi l'angolo  $AEB$  è di  $30^\circ$ .



- 2** Il rapporto tra valore dell'area del cerchio e lunghezza della circonferenza è:

**A** inversamente proporzionale al raggio  
**B** direttamente proporzionale al raggio  
**C** uguale a  $\pi$   
**D** uguale al quadrato del raggio  
**E** costante

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 1999)

L'area di un cerchio di raggio  $R$  è  $\pi \cdot R^2$ . La lunghezza di una circonferenza di raggio  $R$  è  $2 \cdot \pi \cdot R$ .

- Il rapporto tra l'area del cerchio di raggio  $R$  e la lunghezza della corrispondente circonferenza è:  
 $\pi \cdot R^2 / (2 \cdot \pi \cdot R) = R / 2$ , ossia direttamente proporzionale al raggio  $R$ .

Attenzione: tutte le altre risposte sono da escludere per motivi dimensionali.

- 3** L'area di un cerchio vale  $300 \text{ m}^2$ . Quale delle seguenti misure dà con migliore approssimazione il raggio del cerchio?

**A** 3,14 m      **C** 20 m      **E** 10 m  
**B** 1 m      **D** 100 m

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 88, 1999)

- Se  $\pi \cdot R^2 = 300 \text{ m}^2$  si ha che, approssimando  $\pi$  a 3,  $R^2$  è circa uguale a  $100 \text{ m}^2$ , da cui  $R$  circa uguale a 10 m.

- 4** Dato un quadrato di lato  $L$ , il raggio del cerchio equivalente misura:

**A**  $\frac{\sqrt{\pi}}{L}$       **D**  $\frac{L\sqrt{\pi}}{\pi}$   
**B**  $\frac{\pi}{\sqrt{L}}$       **E**  $\frac{\sqrt{\pi}L}{\pi}$   
**C**  $\frac{2\sqrt{\pi}}{L}$

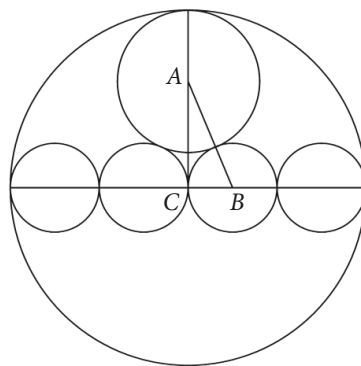
(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 2004)

- Chiamando  $L$  il lato del quadrato e  $R$  il raggio del cerchio si ha che l'area del quadrato vale  $L^2$  e l'area del cerchio vale  $\pi \cdot R^2$ . Dato che il quadrato e il cerchio sono equivalenti, si ha  $L^2 = \pi \cdot R^2$ . Ricaviamo  $R$  dalla relazione precedente:  $R = L / \sqrt{\pi}$  e razionalizzando otteniamo  $R = (L / \pi) \cdot \sqrt{\pi}$ .

Attenzione: le risposte A, B, C, E sono da escludere per motivi dimensionali, in quanto non rappresentano una lunghezza.

- 5** Nella figura seguente il cerchio esterno ha raggio  $r$ . I punti comuni tra i cerchi sono tutti di tangenza e i quattro cerchi più piccoli sono tutti uguali e hanno i centri sul diametro del cerchio esterno. Qual è il raggio del quinto cerchio interno?

**A**  $\frac{r}{4}\sqrt{3}$       **C**  $\frac{2}{5}r$       **E**  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}r$   
**B**  $\frac{r}{3}$       **D**  $\frac{2}{5}r\sqrt{2}$



(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2005)

Ricorda che la distanza tra i due centri di due circonferenze tangenti esternamente è pari alla somma dei due raggi.

- Se il raggio della circonferenza grande è  $r$ , il raggio di uno dei quattro cerchi più piccoli è  $r/4$ . Chiamiamo  $x$  il raggio del quinto cerchio interno.

Applicando il teorema di Pitagora al triangolo ABC si ha:  $(x + r/4)^2 = (r/4)^2 + (r - x)^2$ . Da ciò si ricava che:  $x^2 + (rx/2) + (r/4)^2 = (r/4)^2 + r^2 + x^2 - 2rx$  e quindi  $5rx/2 = r^2$ , da cui  $x = (2/5) \cdot r$ .

Attenzione: da un'analisi della figura, si notava che si potevano scartare da subito le risposte B ed E.

- 6** Il rettangolo  $ABCD$  di lati  $AB = 8$  cm e  $AD = 4$  cm è inscritto in una circonferenza. Quanto vale la lunghezza della circonferenza?

**A**  $8\sqrt{5}\pi$  cm      **D**  $5\sqrt{2}\pi$  cm  
**B** 24 cm      **E**  $4\sqrt{5}\pi$  cm  
**C**  $\sqrt{20}\pi$  cm

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 2001)

- Applicando il teorema di Pitagora, si calcola la diagonale del rettangolo (che coincide con il diametro della circonferenza):  $d = \sqrt{64 + 16} \text{ cm} = \sqrt{80} \text{ cm} = 4 \cdot \sqrt{5} \text{ cm}$ . La lunghezza della circonferenza è quindi  $4 \cdot \sqrt{5}\pi \text{ cm}$ .

- 7** In una circonferenza è inscritto un rettangolo in cui l'altezza è doppia della base  $a$ . Quanto misura il raggio della circonferenza?

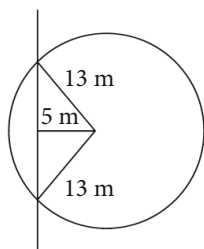
**A**  $\frac{\sqrt{2}}{5}a$       **C**  $\frac{\sqrt{5}}{2}a$       **E**  $\sqrt{\frac{5}{2}}a$   
**B**  $\sqrt{5}a$       **D**  $\sqrt{\frac{2}{5}}a$

- Applicando il teorema di Pitagora, si calcola la diagonale del rettangolo (che coincide con il diametro della circonferenza):  $d = \sqrt{a^2 + 4a^2} = \sqrt{5a^2} = a\sqrt{5}$ . Il raggio si ottiene poi dividendo a metà il valore ottenuto. Attenzione: le risposte D e E sono da escludere per motivi dimensionali.

- 8** Un cane è legato, mediante una catena lunga 13 m, a un palo che dista 5 m da un sentiero rettilineo. Determinare la lunghezza del tratto di sentiero accessibile al cane.

**A** 20 m      **C** 26 m      **E** 18 m  
**B** 24 m      **D** 16 m

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 2011)



- In relazione alla figura qui sopra, si ha che metà della lunghezza del tratto di sentiero accessibile al cane è pari al cateto del triangolo rettangolo che ha ipotenusa di 13 m e l'altro cateto di 5 m. Applicando il teorema di Pitagora si ha: vedi cartaceo  $\sqrt{13^2 - 5^2} \text{ m} = \sqrt{144} \text{ m} = 12 \text{ m}$ . Il tratto di sentiero sarà quindi 24 m.

- 9** Dato un rettangolo di base doppia dell'altezza  $h$ , il raggio del cerchio equivalente misura:

**A**  $\frac{2}{\pi}\sqrt{h}$       **C**  $h\frac{\sqrt{2}}{\pi}$       **E**  $h\sqrt{\frac{3}{\pi}}$   
**B**  $h\frac{2}{\sqrt{\pi}}$       **D**  $h\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2004)

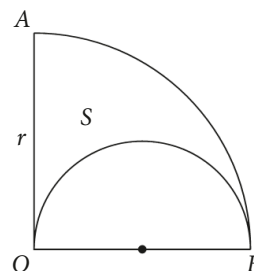
Ricorda che due figure piane sono equivalenti se hanno la stessa area.

- L'area del rettangolo di altezza  $h$  e base  $2h$  è uguale a  $2 \cdot h^2$ . Dato che nel quesito si afferma che il cerchio è equivalente al rettangolo, si ha:  $\pi \cdot r^2 = 2 \cdot h^2$ , da cui  $r = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot h$ .

Attenzione: la risposta A è da escludere per motivi dimensionali.

- 10** Nel settore circolare  $AOB$  l'area della porzione di piano  $S$  delimitata dai due archi di circonferenza e dal raggio  $OA$  di lunghezza  $r$  vale:

**A**  $\frac{r^2}{2}$       **D**  $\frac{\pi r^2}{10}$   
**B**  $\frac{r^2}{3}$       **E**  $\frac{\pi r^2}{8}$   
**C**  $\frac{\pi r^2}{6}$

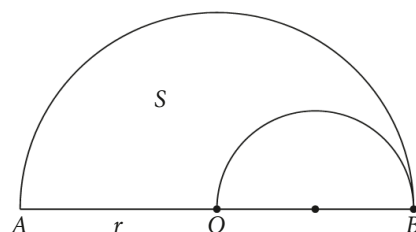


(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 2005)

- I due cerchi hanno rispettivamente raggi pari a  $r$  e  $r/2$ . L'area del settore circolare  $AOB$  è un quarto dell'area del cerchio di raggio  $r$ , quindi  $A_{\text{settore}} = \pi \cdot r^2 / 4$ . L'area del semicerchio di diametro  $AB$  (dove la lunghezza di  $OB$  è uguale a  $r$ ) è:  
 $A_{\text{semicerchio}} = \pi \cdot (r/2)^2 / 2 = \pi \cdot r^2 / 8$ .  
 L'area della porzione di piano  $S$  è data dalla differenza tra l'area del settore e l'area del semicerchio:  
 $A_S = A_{\text{settore}} - A_{\text{semicerchio}} = (\pi \cdot r^2 / 4) - (\pi \cdot r^2 / 8) = \pi \cdot r^2 / 8$ .

- 11** L'area della porzione di piano  $S$  compresa tra le due semicirconferenze e il segmento  $AO$  di lunghezza  $r$  è:

**A**  $\frac{r^2}{3}$       **C**  $\frac{r^2}{2}$       **E**  $\frac{\pi r^2}{10}$   
**B**  $\frac{\pi r^2}{6}$       **D**  $\frac{3\pi r^2}{8}$



- I due cerchi hanno rispettivamente raggi pari a  $r$  e  $r/2$ .

# La circonferenza, il cerchio e i poligoni

L'area del semicerchio di raggio  $r$  è:

$$A_{\text{semicerchio}AB} = \pi \cdot r^2 / 2.$$

L'area del semicerchio di raggio  $r/2$  è:

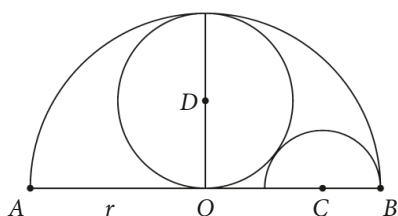
$$A_{\text{semicerchio}OB} = \pi \cdot (r/2)^2 / 2 = \pi \cdot r^2 / 8.$$

L'area della porzione di piano  $S$  è data dalla differenza tra l'area del semicerchio di raggio  $r$  e l'area del semicerchio di raggio  $r/2$ :

$$A_S = A_{\text{semicerchio}AB} - A_{\text{semicerchio}OB} = (\pi \cdot r^2 / 2) - (\pi \cdot r^2 / 8) = 3 \cdot \pi \cdot r^2 / 8.$$

- 12** Nella figura seguente il cerchio e il semicerchio interni sono tangenti tra loro e con il semicerchio esterno. Poiché il semicerchio esterno ha raggio  $r$  e il cerchio intermedio ha, evidentemente, raggio  $r/2$ , quanto vale il raggio del semicerchio più piccolo di centro  $C$ ?

- A**  $\frac{r}{4}$       **C**  $\frac{r}{3}$       **E**  $\frac{5}{18}r$   
**B**  $\frac{r}{6}$       **D**  $\frac{2}{9}r$



(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2007)

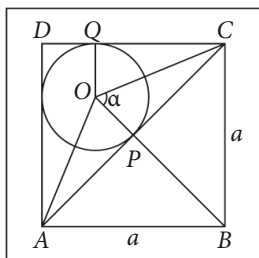
- Se il raggio del semicerchio grande è  $r$ , il raggio del cerchio interno è  $r/2$ . Chiamiamo  $x$  il raggio del semicerchio interno da determinare.

Applicando il teorema di Pitagora al triangolo  $OCD$ , con  $D$  centro del cerchio interno si ha:  $(x + r/2)^2 = (r/2)^2 + (r - x)^2$ . Da ciò si ricava che  $x^2 + rx + (r/2)^2 = (r/2)^2 + r^2 - 2rx + x^2$  e quindi  $3rx = r^2$ , da cui  $x = r/3$ .

Attenzione: da un'analisi della figura, si notava che si potevano scartare da subito le risposte A e B.

- 13** Nel seguente quadrato  $ABCD$ , di lato  $a$ , il cerchio di centro  $O$  è inscritto nel triangolo  $ACD$ . Qual è il valore in gradi dell'angolo  $\alpha = \angle BOC$ ?

- A**  $\alpha = 60^\circ$       **D**  $\alpha = 72^\circ$   
**B**  $\alpha = 65,5^\circ$       **E** dipende dal valore di  $\alpha$   
**C**  $\alpha = 67,5^\circ$



(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 2006)

- Chiamiamo  $P$  e  $Q$  i punti di tangenza del cerchio con i segmenti  $AC$  e  $DC$ . I triangoli  $OCP$  e  $OCQ$  sono con-

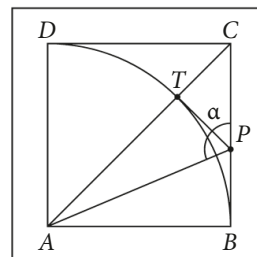
gruenti, perché sono triangoli rettangoli con l'ipotenusa  $OC$  in comune e i cateti  $OP$  e  $OQ$  congruenti, pari al raggio.

L'angolo compreso tra  $AC$  e  $CD$  è di  $45^\circ$ , di conseguenza l'angolo compreso tra  $PC$  e  $CO$  è  $45^\circ/2$ .

Considerando il triangolo  $POC$ , si ha  $\alpha = 180^\circ - 90^\circ - (45^\circ/2) = 67,5^\circ$ .

- 14** Nel seguente quadrato  $ABCD$  il segmento  $TP$  è tangente in  $T$  all'arco di circonferenza  $BTD$ , di raggio  $AB$ . Qual è il valore in gradi dell'angolo  $\alpha = \angle APC$ ?

- A**  $\alpha = 118^\circ$       **D**  $\alpha = 105^\circ$   
**B**  $\alpha = 112,5^\circ$       **E**  $\alpha = 117,5^\circ$   
**C**  $\alpha = 120^\circ$



(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2006)

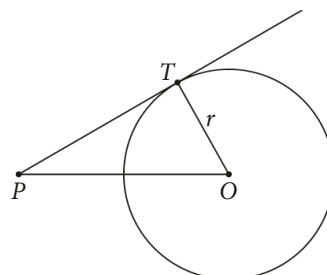
- I triangoli  $ABP$  e  $APT$  sono congruenti, perché sono triangoli rettangoli con l'ipotenusa  $AP$  in comune e cateti  $AB$  e  $AT$  congruenti, pari al raggio.

L'angolo compreso tra  $BA$  e  $AC$  è di  $45^\circ$ , di conseguenza l'angolo compreso tra  $PA$  e  $AC$  è  $45^\circ/2$ . Inoltre, anche l'angolo compreso tra  $PC$  e  $CA$  è di  $45^\circ$ .

Considerando il triangolo  $PAC$ , si ha che  $\alpha = 180^\circ - 45^\circ - (45^\circ/2) = 112,5^\circ$ .

- 15** La semiretta  $PT$  è tangente alla circonferenza di raggio  $r$  nel punto  $T$ . Se il segmento  $PO$  misura  $2r$ , l'angolo  $POT$  vale:

- A**  $30^\circ$       **C**  $45^\circ$       **E**  $72^\circ$   
**B**  $54^\circ$       **D**  $60^\circ$



(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2005)

Ricorda che in una circonferenza, tangente e raggio sono perpendicolari nel punto di tangenza.

- Il triangolo  $OPT$  è rettangolo in  $T$ . Se il segmento  $OP$  è lungo  $2r$  e il segmento  $OT$  è lungo  $r$ , allora il triangolo  $OPT$  è metà di un triangolo equilatero di lato  $2r$  (che

ha tutti gli angoli interni di  $60^\circ$ ). L'angolo compreso tra  $PO$  e  $OT$  è di conseguenza di  $60^\circ$ .

- 16** Un semicerchio e un quadrato hanno la stessa area. Determinare il rapporto tra il lato del quadrato ed il raggio del semicerchio.

- A**  $\pi/2$  **D**  $\sqrt{\pi}/\sqrt{2}$   
**B**  $\pi^2/4$  **E**  $\sqrt{2}$   
**C**  $2/\pi$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2011)

- Chiamando  $L$  il lato del quadrato e  $R$  il raggio del semicerchio si ha che l'area del quadrato vale  $L^2$  e l'area del semicerchio vale  $\pi \cdot R^2 / 2$ . Dato che il quadrato e il semicerchio sono equivalenti, si ha  $L^2 = \pi \cdot R^2 / 2$ . Ricaviamo  $L/R$  dalla relazione precedente:  $L/R = \sqrt{\pi}/\sqrt{2}$ .

- 17** Considera un quadrato circoscritto a una circonferenza. Il rapporto fra l'area del quadrato e l'area del cerchio:

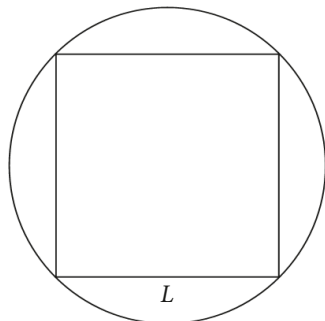
- A** vale  $\frac{4}{\pi}$   
**B** dipende dalla misura del raggio della circonferenza  
**C** vale  $\frac{1}{\pi^2}$   
**D** vale  $\pi$   
**E** dipende dalla misura del lato del quadrato

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 51, 2000)

- Chiamiamo  $R$  il raggio della circonferenza. Il lato del quadrato circoscritto alla circonferenza è quindi  $2R$ . L'area del quadrato è  $4R^2$ , l'area del cerchio è  $\pi \cdot R^2$ . Il rapporto tra le aree è quindi  $4/\pi$ .  
 Attenzione: la risposta C è da scartare, in quanto è minore di 1. Infatti l'area del quadrato circoscritto è maggiore dell'area del cerchio inscritto.

- 18** All'interno di una circonferenza (di raggio  $R$ ) è inscritto un quadrato (di lato  $L$ ). I vertici del quadrato stanno quindi sulla circonferenza. Quale relazione lega  $L$  a  $R$ ?

- A**  $L = \frac{R}{2^{1/2}}$  **D**  $L = 3,1416 \cdot R$   
**B**  $L = 2^{1/2} \cdot R$  **E**  $L = 2^{1/2} \cdot R^{1/2}$   
**C**  $L = 2 \cdot R$



(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 1999)

- La diagonale del quadrato è  $2R$ , ma poiché il quadrato ha lato  $L$ , la sua diagonale sarà  $L \cdot \sqrt{2}$ . Quindi si ha  $2R = L \cdot \sqrt{2}$ , da cui  $L = \sqrt{2} R = 2^{1/2} R$ .

La risposta A è da scartare: il lato  $L$  è maggiore del raggio  $R$ !

La risposta E è errata per motivi dimensionali.

- 19** Quale fra le seguenti affermazioni non è un postulato (o assioma) di Euclide?

- A** Se una retta, intersecando altre due rette, forma con esse da una medesima parte angoli la cui somma è minore di due retti, allora queste due rette, indefinitamente prolungate, finiscono con l'incontrarsi.  
**B** Per tre punti non allineati passa una e una sola circonferenza.  
**C** Da ogni punto a ogni altro punto è possibile condurre una linea retta.  
**D** Tutti gli angoli retti sono uguali tra loro.  
**E** Con centro e raggio scelti a piacere è possibile tracciare una circonferenza.

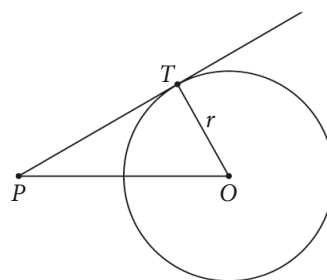
(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2002)

- È vero che per tre punti non allineati passa una e una sola circonferenza, ma questa affermazione non è un postulato di Euclide.

Tutte le altre risposte contengono affermazioni che sono postulati di Euclide.

- 20** La semiretta  $PT$  è tangente alla circonferenza di raggio  $r$  nel punto  $T$  e il segmento  $PO$  misura  $2r$ . L'angolo  $OPT$  vale:

- A**  $27^\circ$  **C**  $30^\circ$  **E**  $60^\circ$   
**B**  $36^\circ$  **D**  $45^\circ$



(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 2007)

- Il triangolo  $OPT$  è rettangolo in  $T$ . Se il segmento  $OP$  è lungo  $2r$  e il segmento  $OT$  è lungo  $r$ , allora il triangolo  $OPT$  è metà di un triangolo equilatero di lato  $2r$  (che ha tutti gli angoli interni di  $60^\circ$ ). L'angolo compreso tra  $OP$  e  $PT$  è di conseguenza di  $30^\circ$ .

15 D	16 D	17 A	18 B	19 B	20 C
8 B	9 D	10 E	11 D	12 C	13 C
14 B	15 D	16 D	17 A	18 B	19 B
20 C	21 C	22 C	23 C	24 C	25 C

Soluzioni:

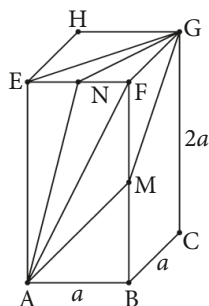
### 1 Il parallelepipedo è una figura solida con:

- ☐ A 4 vertici, 8 spigoli, 2 diagonali  
☐ B 12 vertici, 8 spigoli, 4 diagonali  
☐ C 8 vertici, 12 spigoli, 4 diagonali  
☐ D 8 vertici, 14 spigoli, 4 diagonali  
☐ E 8 vertici, 8 spigoli, 2 diagonali

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 58, 2000)

🔍 Pensa a un parallelepipedo e conta i suoi vertici, i suoi spigoli e le sue diagonali.

### 2 Il solido rappresentato in figura è un parallelepipedo retto di altezza $2a$ e base quadrata di lato $a$ . $N$ è il punto medio di $EF$ e $M$ è il punto medio di $BF$ . Per andare dal vertice $A$ al vertice $G$ qual è il percorso più breve tra quelli indicati?



- ☐ A AEG                      ☐ C ANG                      ☐ E ABFG  
☐ B AFG                      ☐ D AMG

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2005)

🔍 Proponiamo due risposte, la prima algebrica, la seconda grafica.

#### METODO ALGEBRICO

Calcoliamo le distanze dei singoli tratti:

Tratto AEG:  $\overline{AE} = 2a$ ,  $\overline{EG} = \sqrt{2} \cdot a$

Tratto AFG:  $\overline{AF} = \sqrt{5} \cdot a$ ,  $\overline{FG} = a$

Tratto ANG:  $\overline{AN} = (\sqrt{17}/2) \cdot a$ ,  $\overline{NG} = (\sqrt{5}/2) \cdot a$

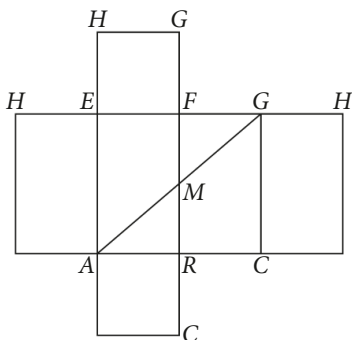
Tratto AMG:  $\overline{AM} = \overline{MG} = \sqrt{2} \cdot a$

Tratto ABFG:  $\overline{AB} = a$ ,  $\overline{BF} = 2a$ ,  $\overline{FG} = a$

Sommando le singole distanze si ottiene che il percorso più breve è il tratto AMG.

#### METODO GRAFICO

“Apprendo” il parallelepipedo si ottiene dalla seguente figura che il percorso più breve tra  $A$  e  $G$  è quello passante per  $M$ .



### 3 Se il volume di un cubo è pari a $10^{-9} \text{ m}^3$ quanto vale in metri il lato del cubo?

- ☐ A  $10^{-8} \text{ m}$                       ☐ D  $10^{-27} \text{ m}$   
☐ B  $10^{-3} \text{ m}$                       ☐ E  $10^{-9} \text{ m}$   
☐ C  $10^{-6} \text{ m}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 85, 1999)

Il volume di un cubo si calcola elevando alla terza la lunghezza del suo spigolo.

🔍 Si ha  $V = l^3 = 10^{-9} \text{ m}^3$  e quindi  $l = \sqrt[3]{10^{-9}} \text{ m} = 10^{-3} \text{ m}$ .

### 4 Dato un cubo di volume $V_c$ e una sfera di volume $V_s$ (diametro sfera = lato del cubo) calcolare il rapporto $\frac{V_c - V_s}{V_c}$ :

- ☐ A  $\frac{\pi}{2}$   
☐ B  $1 - \frac{\pi}{2}$   
☐ C  $\frac{\pi}{3}$   
☐ D  $1 - \frac{\pi}{6}$   
☐ E  $\frac{\pi}{6}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 1997)

Il volume della sfera di raggio  $r$  è  $V = (4/3) \pi \cdot r^3$ .

🔍 Sapendo che il diametro della sfera è congruente allo spigolo del cubo, si ha  $r = l/2$ .

Di conseguenza si ha

$$V_c = l^3 \text{ e } V_s = (4/3) \cdot \pi \cdot (l/2)^3 = (4/3) \cdot \pi \cdot (l^3/8) = (1/6) \cdot \pi \cdot l^3.$$

$$\frac{V_c - V_s}{V_c} = \frac{l^3 - \frac{1}{6} \pi \cdot l^3}{l^3} = 1 - \frac{1}{6} \pi.$$

### 5 In un cubo la lunghezza della diagonale di una faccia è $d$ . Se si ingrandisce il cubo raddoppiando $d$ , allora il volume del cubo .....

- ☐ A viene moltiplicato per  $3\sqrt{3}$   
☐ B viene moltiplicato per 8  
☐ C raddoppia  
☐ D quadruplica  
☐ E viene moltiplicato per  $2\sqrt{2}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 2007)

🔍 Se raddoppia la diagonale della faccia del cubo, si raddoppia anche lo spigolo del cubo.

Infatti, se  $d$  è la diagonale, lo spigolo  $l$  è uguale a  $d/\sqrt{2}$ . Se  $d$  raddoppia, raddoppia anche  $l$ .

Se raddoppia lo spigolo di un cubo, il volume diventa 8 volte più grande.

- ★ **6** In un cubo la lunghezza della diagonale di una faccia è  $d$ . Se si ingrandisce il cubo raddoppiando  $d$ , allora la superficie totale del cubo ...

- A** viene moltiplicata per  $\sqrt{6}$   
**B** raddoppia  
**C** quadruplica  
**D** viene moltiplicata per  $2\sqrt{2}$   
**E** viene moltiplicata per  $3\sqrt{2}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 2007)

La superficie totale di un cubo di spigolo  $l$  è  $S = 6 \cdot l^2$ .

- 🔍 Se raddoppia la diagonale della faccia del cubo, si raddoppia anche lo spigolo del cubo. Infatti, se  $d$  è la diagonale, lo spigolo  $l$  è uguale a  $d / \sqrt{2}$ . Se  $d$  raddoppia, raddoppia anche  $l$ . Se raddoppia lo spigolo di un cubo, la superficie totale diventa 4 volte più grande.

- ★ **7** Il rapporto tra i volumi di due cubi è 4. Qual è il rapporto tra le loro superfici?

- A**  $2^{\frac{3}{2}}$  **D**  $4^{\frac{2}{3}}$   
**B**  $4^{\frac{1}{3}}$  **E** 4  
**C** 2

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2010)

- 🔍 Siano  $l_1$  ed  $l_2$  gli spigoli dei due cubi.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{(l_1)^3}{(l_2)^3} = 4 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = 4^{\frac{1}{3}}$$

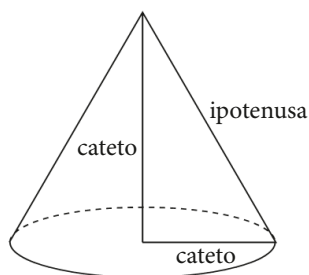
Quindi il rapporto delle superfici dei due cubi è  $4^{2/3}$ .

- ★ **8** Un triangolo rettangolo ruotando attorno a un cateto genera una figura solida. Quale?

- A** Un cono  
**B** Un cilindro  
**C** Un tronco di piramide  
**D** Due coni uniti alla base  
**E** Un tronco di cono

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 1999)

- 🔍 Un triangolo rettangolo che ruota attorno a un cateto genera un cono, come mostrato in figura.



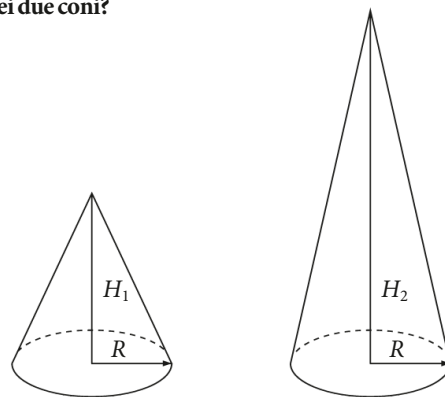
La risposta B è errata: un cilindro è generato da un rettangolo che ruota attorno a un suo lato.

La risposta C è errata: il tronco di piramide non è un solido di rotazione.

La risposta D è errata: due coni uniti alla base sono generati da un triangolo che ruota attorno al suo lato maggiore.

La risposta E è errata: un tronco di cono è generato da un trapezio rettangolo che ruota attorno alla sua altezza.

- ★ **9** Due coni  $C_1$  e  $C_2$  circolari retti hanno uguale base di raggio  $R$ . L'altezza  $H_1$  del cono  $C_1$  è uguale alla metà dell'altezza  $H_2$  del cono  $C_2$ . In che rapporto stanno i volumi  $V_1$  e  $V_2$  dei due coni?



- A**  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{\pi}$  **D**  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$   
**B**  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$  **E**  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$   
**C**  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 81, 1999)

Ricorda che il volume di un cono è pari al prodotto della superficie di base per l'altezza diviso 3. Detto  $R$  il raggio del cerchio di base e  $h$  l'altezza si ha  $V = (1/3) \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$ .

- 🔍 I due volumi hanno la stessa base e  $H_1 = (1/2) \cdot H_2$ . Quindi, in questo caso, il rapporto tra i volumi sarà uguale al rapporto tra le altezze, ossia  $1/2$ .

- ★ **10** Un cono circolare retto ha una base di raggio  $R$  e un'altezza di uguale valore  $R$ . Una sfera ha come raggio ancora il valore  $R$ . Quale è il rapporto tra il volume del cono ( $V_{\text{cono}}$ ) e quello della sfera ( $V_{\text{sfera}}$ )?

- A**  $\frac{V_{\text{cono}}}{V_{\text{sfera}}} = \frac{1}{250}$  **D**  $\frac{V_{\text{cono}}}{V_{\text{sfera}}} = 20$   
**B**  $\frac{V_{\text{cono}}}{V_{\text{sfera}}} = 0,25$  **E**  $\frac{V_{\text{cono}}}{V_{\text{sfera}}} = 100$   
**C**  $\frac{V_{\text{cono}}}{V_{\text{sfera}}} = 0,0005$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 84, 1999)

## La geometria solida

Il cono ha altezza pari al raggio e di conseguenza il suo volume è  $V_{\text{cono}} = (1/3) \cdot \pi \cdot r^3$ , mentre il volume della sfera è  $V_{\text{sfera}} = (4/3) \cdot \pi \cdot r^3$ . Il loro rapporto è dunque  $1/4$ .

Attenzione: il cono circolare retto di raggio di base e altezza  $r$  è inscritto in una semisfera di raggio  $r$ . Di conseguenza il rapporto tra il volume del cono e quello della sfera deve essere minore di 0,5. Con questo ragionamento potevi escludere immediatamente le risposte D ed E.

★ **11** Il volume  $V$  di un cilindro retto a base circolare di raggio  $R$  e di altezza  $H$  vale:

- A**  $V = 2\pi R^2 H$       **D**  $V = \pi R^2 H$   
**B**  $V = (1/3)\pi R^2 H$       **E**  $V = 2\pi R H$   
**C**  $V = \pi R^2 H^2$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 85, 1999)

Ricorda che il volume di un cilindro è pari al prodotto della superficie di base per l'altezza.

La risposta A è errata: è il doppio del volume del cilindro. La risposta B è errata: è la formula del volume di un cono. Le risposte C e E sono da scartare per motivi dimensionali. La risposta C ha 4 dimensioni e la risposta E ne ha 2. Ricorda che il volume ha 3 dimensioni.

★ **12** Dato un cilindro retto a base circolare di raggio  $R$  e altezza  $h = 2R$ , qual è il rapporto fra il suo volume e quello della sfera massima contenibile?

- A**  $3 \cdot \pi$       **C**  $\frac{3}{2}$       **E**  $\frac{6}{\pi}$   
**B**  $\frac{3}{4}$       **D**  $\frac{\pi}{2}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 1997)

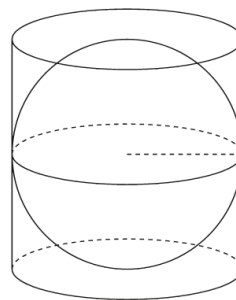
Dai dati del quesito si ha:  $V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot R^2 \cdot 2R = 2\pi \cdot R^3$ . La sfera massima contenibile ha raggio pari al raggio di base del cilindro e diametro pari all'altezza del cilindro. Il suo volume è quindi  $V_{\text{sfera}} = (4/3) \cdot \pi \cdot R^3$  e dunque il rapporto tra i due volumi è  $3/2$ .

★ **13** Un cilindro retto ha una base di raggio  $r$  e altezza uguale a  $2r$ . Una sfera ha come raggio lo stesso valore  $r$ . Possiamo affermare che:

- A** il volume del cilindro è il doppio del volume della sfera  
**B** il prodotto tra il volume del cilindro e il volume della sfera vale  $\frac{4}{3}\pi$   
**C** il rapporto tra il volume della sfera e il volume del cilindro vale  $\frac{4}{3}\pi$   
**D** il volume della sfera è minore del volume del cilindro  
**E** il volume della sfera è maggiore del volume del cilindro

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 51, 2000)

Senza fare calcoli, puoi arrivare al risultato analizzando la figura:



Osserva infatti che il volume della sfera è minore del volume del cilindro.

★ **14** Se si raddoppia il raggio di una sfera, la sua superficie:

- A** triplica  
**B** raddoppia  
**C** si moltiplica per  $2\pi$   
**D** si moltiplica per 6  
**E** quadruplica

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 2005)

Ricorda inoltre che la superficie di una sfera di raggio  $r$  è  $S = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ .

Se raddoppia il raggio  $r$ , il volume diventa 4 volte più grande. Infatti  $S_2 = 4 \cdot \pi \cdot (2r)^2 = 4 \cdot \pi \cdot 4r^2 = 16 \cdot \pi \cdot r^2$ .

★ **15** Sono date due sfere di raggi rispettivamente  $R_1$ ,  $R_2$  e superfici  $S_1$ ,  $S_2$ . Se  $\frac{R_1}{R_2} = 4$  allora  $\frac{S_1}{S_2} =$ :

- A** 16  
**B** 4  
**C** 2  
**D** 64  
**E** 8

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 85, 1997)

Se  $R_1 / R_2 = 4$ , allora si ha  $S_1 / S_2 = 16$ . Attenzione alla risposta D: 64 è il rapporto tra i volumi, non tra le superfici!

★ **16** Se si raddoppia il raggio di una sfera, il suo volume:

- A** triplica  
**B** raddoppia  
**C** quadruplica  
**D** si moltiplica per 8  
**E** si moltiplica per 6

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 2007)

🔍 Osserva che il volume dipende dal raggio al cubo, quindi se il raggio raddoppia, il volume diventa 8 volte più grande. Se il raggio triplicasse, il volume diverrebbe 27 volte più grande. Se il raggio dimezzasse, il volume diverrebbe 8 volte più piccolo.

Attenzione alla risposta C: la superficie di una sfera quadruplica se il raggio raddoppia.

★ **17** Se una sfera e un cubo hanno uguale volume, la superficie della sfera è:

- ☐ A uguale a quella del cubo
- ☐ B minore di quella del cubo
- ☐ C i dati forniti non sono sufficienti per rispondere
- ☐ D maggiore di quella del cubo
- ☐ E doppia di quella del cubo

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 86, 1998)

Ricorda che la sfera è il solido tridimensionale che, a parità di volume, possiede la superficie minore.

🔍 Le proprietà della sfera ti consentono di rispondere immediatamente al quesito. Ti proponiamo anche una soluzione alternativa. Essendo i volumi della sfera e del cubo uguali, indicando con  $r$  il raggio della sfera e con  $l$  lo spigolo del cubo, si ha:

$$(4/3) \cdot \pi \cdot r^3 = l^3, \text{ ossia } l = \sqrt[3]{\frac{4}{3} \pi \cdot r}.$$

Sapendo che la superficie di un cubo è

$$S_{\text{cubo}} = 6l^2 = 6 \cdot \sqrt[3]{\frac{16}{9} \pi^2 \cdot r^2}$$

e confrontandola con la superficie della sfera si ha che  $S_{\text{cubo}} > S_{\text{sfera}}$  in quanto

$$6 \cdot \sqrt[3]{\frac{16}{9} \pi^2} > 4\pi.$$

La risposta E è da scartare: se fosse vera, sarebbe vera anche la D, e quindi avremmo due risposte vere, in contrasto con le regole del test.

★ **18** Se si fa ruotare un trapezio rettangolo intorno al lato ortogonale agli altri due, si genera:

- ☐ A un cono
- ☐ B una piramide
- ☐ C un tronco di piramide
- ☐ D un tronco di cono
- ☐ E un solido costituito da due coni uniti per la base

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 90, 1997)

Un tronco di cono è generato da un trapezio rettangolo che ruota attorno alla sua altezza.

🔍 La risposta A è errata: il cono è generato da un triangolo rettangolo che ruota attorno a un cateto.

Le risposte B e C sono errate: la piramide e il tronco di piramide non sono solidi di rotazione. La risposta E è errata: due coni uniti alla base sono generati da un triangolo che ruota attorno al suo lato maggiore.

★ **19** Un triangolo rettangolo, ruotando intorno all'ipotenusa, genera:

- ☐ A un prisma
- ☐ B una piramide
- ☐ C due coni uniti per la base
- ☐ D un cono retto
- ☐ E un tronco di cono

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 84, 1997)

Un triangolo rettangolo che ruota attorno all'ipotenusa genera due coni uniti per la base.

🔍 Le risposte A e B sono errate: il prisma e la piramide non sono solidi di rotazione.

La risposta D è errata: il cono retto è generato da un triangolo rettangolo che ruota attorno a un cateto.

La risposta E è errata: un tronco di cono è generato da un trapezio rettangolo che ruota intorno al lato ortogonale agli altri due.

★ **20** Un cono e un cilindro circolari retti hanno uguale altezza e il raggio di base del cono è uguale al diametro del cilindro. Detto  $V$  il volume del cono e  $W$  il volume del cilindro, il rapporto  $\frac{V}{W}$  è:

- ☐ A  $3/4$
- ☐ B 1
- ☐ C  $\frac{4}{3}$
- ☐ D dipendente dal raggio
- ☐ E 2

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 86, 1997)

🔍 Dai dati del quesito si ha che il volume del cono è  $(1/3) \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$  e il volume del cilindro è  $\pi \cdot (r/2)^2 \cdot h = (1/4) \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ . Il rapporto tra i due volumi è di conseguenza uguale a  $4/3$ .

15 A	16 D	17 B	18 D	19 C	20 C
8 A	9 D	10 B	11 D	12 C	13 D
14 E	15 A	16 D	17 B	18 D	19 C
20 C	21 B	22 A	23 C	24 D	25 E

Soluzioni:

- ★ **1** Determinare l'area del triangolo che ha come vertici i punti (0,0), (0,1), (13,12) del piano cartesiano:

**A**  $13/2$       **C** 78      **E** 13  
**B** 6      **D** 12

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2012)

🔍 Considera come base del triangolo il segmento di estremi (0; 0) e (0; 1) e come altezza il segmento di estremi (0; 12) e (13; 12).

Il segmento di estremi (0; 0) e (0; 1) è lungo 1; il segmento di estremi (0; 12) e (13; 12) è lungo 13.

Quindi l'area del triangolo vale  $13 \cdot 1/2 = 13/2$ .

- ★ **2** Sia  $r$  la retta del piano cartesiano di equazione  $y = 3$ . Determinare quale delle seguenti rette è perpendicolare a  $r$ .

**A**  $x = -\sqrt{3}$       **D**  $y = -1/3$   
**B**  $y = 1/3$       **E**  $y = -(1/3)x$   
**C**  $y = -3$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2012)

Ricorda che le rette di equazione  $y = k$  sono parallele all'asse delle ascisse e quelle di equazione  $x = k'$  sono parallele all'asse delle ordinate.

🔍 La risposta corretta è la A.

Le risposte B, C, D sono errate: le rette proposte sono parallele alla retta di equazione  $y = 3$ .

La risposta E è errata: la retta di equazione  $y = -(1/3)x$  interseca la retta di equazione  $y = 3$  nel punto  $P(-9; 3)$ .

- ★ **3** Il punto  $T(-k; k^2 + 1)$ :

**A** appartiene al semipiano negativo delle  $x$  per ogni valore di  $k$   
**B** appartiene all'asse delle ascisse per il valore del parametro uguale a zero  
**C** appartiene al secondo quadrante per ogni valore del parametro  $k$   
**D** appartiene al semipiano positivo delle  $y$  solo se  $k$  è positivo  
**E** appartiene al semipiano positivo delle  $y$  per ogni valore del parametro  $k$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2004)

🔍 Per ogni valore di  $k$  si ha  $k^2 + 1 > 0$ , perché  $k^2 + 1$  è la somma di un quadrato e di un numero positivo. Quindi l'ordinata del punto  $T$  è sempre positiva. L'ascissa del punto  $T$  può invece essere sia positiva che negativa. Il punto  $T$  appartiene quindi al semipiano positivo delle  $y$ .

La risposta A è errata:  $-k$  è positivo per  $k$  negativo.

La risposta B è errata: per  $k = 0$  si ha  $T = (0; 1)$ .  $T$  appartiene all'asse delle ordinate e non all'asse delle ascisse.

La risposta C è errata: per  $k$  negativo, il punto appartiene al primo quadrante.

La risposta D è errata: il punto appartiene al semipiano positivo delle  $y$  anche per  $k$  negativi.

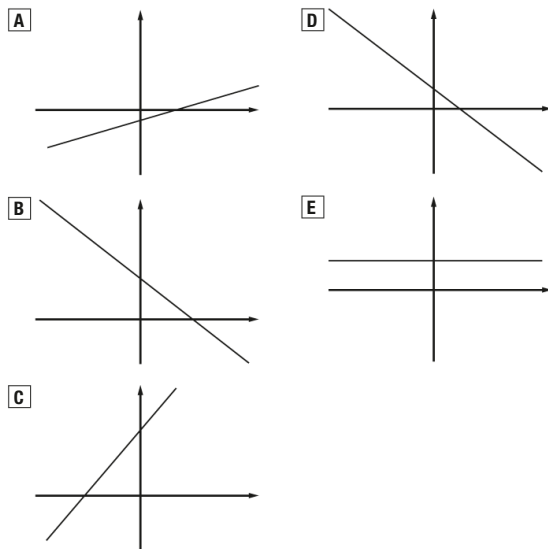
- ★ **4** La curva di equazione  $y = -\frac{\sqrt{7}+1}{|x|}$  ha il grafico contenuto nel:

**A** 1° e 4° quadrante  
**B** 3° e 4° quadrante  
**C** 2° e 3° quadrante  
**D** 1° e 3° quadrante  
**E** 1° e 2° quadrante

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 56, 2000)

🔍 La funzione ha un segno meno davanti. Osserva che  $\sqrt{7} + 1$  è positivo e anche  $|x|$  è positivo. La funzione è quindi sempre negativa per ogni  $x \neq 0$  (per  $x = 0$  la funzione non è definita). Il grafico è contenuto quindi nel 3° e 4° quadrante.

- ★ **5** Quale fra i seguenti rappresenta il grafico della funzione  $2x - 3y = \frac{2}{3}$



**A** C      **C** A      **E** B  
**B** D      **D** E

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2001)

Ricorda che nell'equazione  $y = mx + q$ ,  $m$  rappresenta il coefficiente angolare e  $q$  il termine noto. Il termine noto  $q$  rappresenta l'ordinata del punto di intersezione della retta con l'asse delle  $y$ . Inoltre, se  $m$  è positivo, la retta è crescente.

🔍 Esplicitando l'equazione si ha:  $y = (2/3) \cdot x - 2/9$ . I grafici di rette crescenti sono A e C ma l'unico tra questi in cui il termine noto è negativo è il grafico A. Attenzione: nota che non c'è corrispondenza tra la lettera del grafico e la lettera della risposta. Un errore comune è quello di trovare la risposta esatta (grafico A) e di segnare la risposta A, che in questo caso è errata.

- 6** L'area sottesa dalla curva  $y = 2x + 3$  nell'intervallo compreso tra 0 e 5 è data da:

**A** 5                      **C** 40                      **E** 17  
**B** 2                      **D** 24

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 1997)

Ricorda che l'area di un trapezio di basi  $B$  e  $b$  e altezza  $h$  è:  $A = (B + b) \cdot h / 2$ .

- 🔍 Determiniamo l'ordinata  $y$  della retta per  $x = 5$ , sostituendo nell'equazione della retta al posto dell'incognita  $x$  il numero 5. Si ottiene  $y = 2 \cdot 5 + 3 = 13$ .  
 L'area richiesta è quella di un trapezio con le basi di lunghezza rispettivamente 13 e 3 e l'altezza lunga 5. Quindi si avrà  $A = (13 + 3) \cdot 5 / 2 = 40$ .  
 Con ragionamenti di buon senso potevi escludere le risposte A e B in cui vengono riportate aree troppo piccole.

- 7** Rispetto a un sistema di riferimento cartesiano ortonormale nel piano le coordinate dei punti A e B sono (1,1) e (3,2). Quale dei seguenti punti è allineato con A e B?

**A** (2,3)                      **C** (2,1)                      **E** (-1,0)  
**B** (3,3)                      **D** (1,3)

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 2010)

Ricordiamo la formula della retta passante per due punti A e B:

$$\frac{y - y_B}{y_A - y_B} = \frac{x - x_B}{x_A - x_B}$$

- 🔍 La retta passante per i punti A e B ha equazione  $y = (1/2)x + 1/2$ . Sostituiamo i 5 punti delle soluzioni nell'equazione della retta per verificare la possibile appartenenza dei punti alla retta. Si ottiene un'uguaglianza solo per il punto  $(-1; 0)$ .

- 8** Due rette che giacciono nello stesso piano:

**A** sono parallele  
**B** non si incontrano mai  
**C** possono essere parallele  
**D** individuano due piani perpendicolari  
**E** si incontrano formando sempre un angolo retto

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 83, 1997)

Due rette che giacciono sullo stesso piano sono o incidenti (e per incidenti si intende anche perpendicolari) o parallele (e per parallelo si intende anche coincidenti).

- 🔍 Due rette che giacciono sullo stesso piano possono essere parallele.

- 9** L'equazione di una retta nel piano cartesiano (ascisse X, ordinate Y) è:  $Y = M \cdot X + N$

Il coefficiente  $M$  indica:

**A** l'intersezione della retta con l'asse Y  
**B** l'intersezione della retta con l'asse X  
**C** il valore di Y per  $X = 1$ , qualsiasi sia il valore di N  
**D** il valore di X per  $Y = 1$ , qualsiasi sia il valore di N  
**E** l'inclinazione (o pendenza) della retta rispetto all'asse X

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 1999)

Ricorda che il coefficiente angolare di una retta è l'inclinazione della retta rispetto all'asse orientato delle X.

- 🔍 Attenzione alla risposta A: N è l'intersezione della retta con l'asse Y.

- 10** Nel piano cartesiano, le rette di equazioni:

$y = 2x + a$  e  $y = 2x - 3b$  con  $a$  e  $b$  diversi da zero:

**A** sono parallele fra loro  
**B** sono entrambe parallele all'asse delle ascisse (X)  
**C** sono entrambe parallele all'asse delle ordinate (Y)  
**D** si intersecano nel punto  $X = 0, Y = 0$ , origine degli assi  
**E** non sono parallele fra loro

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 1999)

Due rette che hanno lo stesso coefficiente angolare sono parallele.

- 🔍 Attenzione: due rette nel piano sono parallele o non lo sono. Quindi la risposta esatta deve essere cercata solo tra le risposte A e E.

La risposta B è errata: una retta di equazione  $y = k$ , con  $k$  reale, è parallela all'asse delle  $x$ .

La risposta C è errata: una retta di equazione  $x = k$ , con  $k$  reale, è parallela all'asse delle  $y$ .

La risposta D è errata: se  $a = b = 0$  le rette si intersecano nell'origine.

- 11** Il coefficiente angolare di una retta è:

**A** il seno dell'angolo formato dalla retta con l'asse delle ascisse  
**B** il coseno dell'angolo formato dalla retta con l'asse delle ascisse  
**C** l'angolo formato dalla retta e dall'asse delle ascisse espresso in radianti  
**D** l'angolo formato dalla retta e dall'asse delle ascisse espresse in radianti  
**E** la tangente dell'angolo formato dalla retta con l'asse delle ascisse

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 83, 1998)

## Il piano cartesiano e la retta

Ricorda che il coefficiente angolare di una retta è la tangente dell'angolo che la retta forma con l'asse orientato delle ascisse.

### 12 Se due rette sono perpendicolari:

- ☐ A il prodotto dei loro coefficienti angolari vale  $-1$
- ☐ B hanno lo stesso coefficiente angolare
- ☐ C il rapporto dei loro coefficienti angolari vale  $-1$
- ☐ D il rapporto dei loro coefficienti angolari vale  $1$
- ☐ E il prodotto dei loro coefficienti angolari vale  $1$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 53, 2000)

Ricorda che due rette sono perpendicolari se il coefficiente angolare dell'una è l'antireciproco del coefficiente angolare dell'altra.

Attenzione alla risposta B: due rette hanno lo stesso coefficiente angolare quando sono parallele.

### 13 Le coordinate dei vertici di un triangolo rispetto a un sistema di riferimento cartesiano ortonormale nel piano sono $(0,0)$ , $(1,1)$ , $(2,-2)$ . L'area del triangolo è:

- ☐ A  $2\sqrt{2}$
- ☐ B  $2$
- ☐ C  $2,5$
- ☐ D  $3$
- ☐ E  $4$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2010)

Ricorda la formula della distanza tra due punti:

$$d = \sqrt{(X_a - X_b)^2 + (Y_a - Y_b)^2}$$

Devi osservare che il segmento di estremi  $O(0; 0)$  e  $A(1; 1)$  e il segmento di estremi  $O(0; 0)$  e  $B(2; -2)$  sono perpendicolari. Sono quindi i cateti di un triangolo rettangolo.

È sufficiente calcolare la lunghezza dei cateti e trovare l'area del triangolo moltiplicando i cateti e dividendo per 2. Si ottiene così  $OA = \sqrt{2}$ ,  $OB = 2 \cdot \sqrt{2}$ , quindi  $A = 2$ .

Attenzione: per calcolare le lunghezze dei cateti puoi usare la formula della distanza oppure puoi osservare che  $OA$  e  $OB$  sono rispettivamente le diagonali di quadrati di lato 1 e 2.

### 14 Nel piano riferito a coordinate cartesiane (ortogonali, monometriche) sono assegnate le seguenti rette:

- $r) 2x + y + 1 = 0$
- $s) x + 2y + 7 = 0$
- $u) y = x + 2$
- $v) x - 2y + 3 = 0$

Riconoscere quali tra esse formano coppie di rette perpendicolari.

- ☐ A nessuna coppia di rette perpendicolari
- ☐ B solo  $u$  e  $v$
- ☐ C solo  $r$  e  $v$
- ☐ D solo  $s$  e  $u$
- ☐ E solo  $s$  e  $v$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2007)

Scriviamo le equazioni delle rette in forma esplicita:

$$r: y = -2x - 1$$

$$s: y = -(1/2) \cdot x - 7/2.$$

$$u: y = x + 2$$

$$v: y = (1/2) \cdot x + 3/2.$$

Le uniche rette perpendicolari tra loro sono la retta  $r$  e la retta  $v$ .

### 15 Determinare i valori del parametro reale $a$ (se esistono) per cui le seguenti rette $r$ ed $s$ risultano perpendicolari

$$r) a^2x + (a - 4)y + a + 2 = 0$$

$$s) 2x - 3y + 9a = 0$$

- ☐ A per  $-3 < a < 2$
- ☐ B per  $a = 0$
- ☐ C per nessun valore di  $a$
- ☐ D per ogni valore di  $a$  diverso sia da 0 che da 4
- ☐ E per  $a = 1$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2006)

Esplicitiamo le due rette:

$$r: y = -\frac{a^2}{a-4} \cdot x - \frac{a+2}{a-4};$$

$$s: y = (2/3) \cdot x + 3a.$$

Applicando la condizione di perpendicolarità si ha  $(a-4)/a^2 = 2/3$  ossia  $2a^2 - 3a + 12 = 0$ .

Calcoliamo il discriminante  $\Delta = -87 < 0$ , quindi l'equazione di secondo grado non ammette soluzioni e quindi le rette  $r$  e  $s$  non possono essere perpendicolari per nessun valore del parametro  $a$ .

Attenzione: puoi risolvere velocemente quesiti di questo tipo sostituendo i valori riportati nelle risposte. Infatti, per escludere le risposte errate, è sufficiente sostituire i valori  $a = 0$  e  $a = 1$  e verificare che le rette non sono perpendicolari.

### 16 L'equazione $ax + 3y = 0$ , con $a$ numero reale:

- ☐ A rappresenta una retta che ha come coefficiente angolare  $a$
- ☐ B rappresenta una retta passante per l'origine per ogni valore di  $a$
- ☐ C rappresenta una retta che forma con l'asse delle ascisse un angolo ottuso per ogni valore di  $a$
- ☐ D rappresenta una retta parallela all'asse delle  $y$  se  $a \neq 0$
- ☐ E rappresenta una retta passante per l'origine solo se  $a \neq 0$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2002)

Scriviamo la retta in forma esplicita:  $y = -(a/3) \cdot x$ . Osserviamo che, per ogni valore di  $a$ , si tratta di una retta passante per l'origine.

Attenzione alla risposta A: il coefficiente angolare è  $-(a/3)$ .

**17** Considerare l'equazione parametrica  $mx - y - 2m + 1 = 0$  dove  $m$  è un parametro reale. Individuare, tra le seguenti, la proposizione CORRETTA. Al variare di  $m$  l'equazione data:

- ☐ A non rappresenta alcuna retta passante per l'origine
- ☐ B individua tutte le rette del piano passanti per il punto (2; 1)
- ☐ C individua tutte le rette del piano passanti per il punto (2; 1), eccetto una
- ☐ D non rappresenta alcuna retta orizzontale
- ☐ E individua tutte le rette del piano passanti per il punto (2; 1), eccetto due

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 2005)

Ricorda che l'equazione di un fascio proprio passante per il punto  $P(x_p, y_p)$  è  $y - y_p = m \cdot (x - x_p)$ . Tale fascio individua, al variare di  $m$ , tutte le rette del fascio a eccezione della retta di equazione  $x = x_p$ .

✎ Riscriviamo l'equazione nella forma  $y - 1 = m \cdot (x - 2)$ : questa individua tutte le rette del piano passanti per il punto (2; 1), eccetto quella di equazione  $x = 2$ . Attenzione alla risposta B: dall'equazione del fascio viene esclusa una retta.

**18** Una retta inclinata di  $45^\circ$  incontra l'asse delle ordinate nel punto di ordinata 3; l'equazione della retta è:

- ☐ A  $y = x - 3$
- ☐ B  $y = 3x + 1$
- ☐ C  $y = x + 3$
- ☐ D  $y = x$
- ☐ E  $y = 45x + 3$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 88, 1998)

Ricorda che una retta inclinata di  $45^\circ$  ha coefficiente angolare  $m = 1$ . Ricorda che il termine noto  $q$  rappresenta l'ordinata del punto di intersezione della retta con l'asse  $y$ .

✎ Scriviamo la retta in forma esplicita:  $y = x + 3$ . Le risposte B e E sono da eliminare: le rette non formano angoli di  $45^\circ$ . Le risposte A e D sono da eliminare: le rette non passano per il punto (0; 3).

**19** L'equazione della retta perpendicolare alla bisettrice del  $1^\circ$  e  $3^\circ$  quadrante e passante per il punto  $P(0, -2)$  è:

- ☐ A  $y = -x$
- ☐ B  $y = x - 2$
- ☐ C  $y = x + 2$
- ☐ D  $y = -x - 2$
- ☐ E  $y = -x + 2$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 71, 2001)

Ricorda che la bisettrice del  $1^\circ$  e  $3^\circ$  quadrante ha coefficiente angolare 1. Le rette perpendicolari a questa hanno coefficiente angolare uguale a  $-1$ .

✎ Scriviamo la retta in forma esplicita:  $y = -x - 2$ . Le risposte B e C sono da eliminare: le rette non sono perpendicolari alla bisettrice del  $1^\circ$  e  $3^\circ$  quadrante. Le risposte A ed E sono da eliminare: le rette non passano per il punto (0; -2).

**20** Quale delle seguenti condizioni deve verificarsi affinché la retta di equazione  $y = mx + n$  non passi per il quarto quadrante?

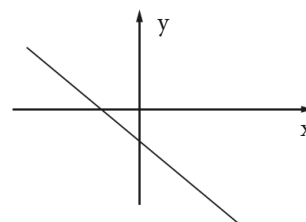
- ☐ A  $m > 0, n = 0$
- ☐ B  $m < 0, n > 0$
- ☐ C  $m < 0, n < 0$
- ☐ D  $m > 0, n > 0$
- ☐ E  $m > 0, n < 0$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 85, 1998)

Ricorda che il quarto quadrante è il quadrante con le  $x$  positive e le  $y$  negative (compresi assi e origine).

✎ Una retta con coefficiente angolare e termine noto positivi non può passare per il quarto quadrante. La risposta A è errata: la retta passa per l'origine. La risposta B è errata: la retta non passa per il III quadrante. La risposta C è errata: la retta non passa per il I quadrante. La risposta E è errata: la retta non passa per il II quadrante.

**21** A proposito della retta  $y = mx + q$  rappresentata nella figura è possibile affermare che:



- ☐ A  $m < 0 \wedge q > 0$
- ☐ B  $m < 0 \wedge q \geq 0$
- ☐ C  $m < 0 \wedge q < 0$
- ☐ D  $m > 0 \wedge q > 0$
- ☐ E  $m \geq 0 \wedge q < 0$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2003)

✎ La retta forma un angolo ottuso con l'asse delle  $x$ , il coefficiente angolare è quindi negativo ( $m < 0$ ). La retta incontra l'asse delle  $y$  in un punto di ordinata negativa, il termine noto è quindi negativo.

La risposta A è errata: con  $m < 0$  e  $q > 0$ , la retta non passerebbe per il III quadrante.

La risposta B è errata: con  $m < 0$  e  $q \geq 0$ , la retta non passerebbe per il III quadrante o al più passerebbe per l'origine.

La risposta D è errata: con  $m > 0$  e  $q > 0$ , la retta non passerebbe per il IV quadrante.

La risposta E è errata: con  $m \geq 0$  e  $q < 0$ , la retta non passerebbe per il II quadrante.

## Il piano cartesiano e la retta

- 22** In un sistema di riferimento cartesiano nel piano, le rette di equazione  $y = 2x + 3$ ,  $y = 9 - x$ :

- ☐ A si incontrano in un punto del terzo quadrante
- ☐ B si incontrano in un punto del secondo quadrante
- ☐ C non si incontrano in alcun punto del piano
- ☐ D si incontrano in un punto del primo quadrante
- ☐ E si incontrano in un punto del quarto quadrante

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 2010)

Ricorda che per trovare il possibile punto di intersezione di due rette devi risolvere il sistema costituito dalle equazioni delle rette.

Risolviamo il sistema

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = 9 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3 = 9 - x \\ y = 9 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 7 \end{cases}$$

Il punto (2; 7) si trova nel primo quadrante.

La risposta A è errata: le rette si incontrano, ma non nel III quadrante.

La risposta B è errata: le rette si incontrano, ma non nel II quadrante.

La risposta C è errata: le rette si incontrano.

La risposta E è errata: le rette si incontrano, ma non nel IV quadrante.

- 23** Due rette che non si incontrano:

- ☐ A sono sicuramente parallele
- ☐ B giacciono sicuramente in piani diversi
- ☐ C giacciono sicuramente nello stesso piano
- ☐ D possono essere parallele
- ☐ E non sono sicuramente parallele

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 87, 1998)

Attenzione: non è precisato che le rette giacciono sullo stesso piano! Quindi ricorda che nello spazio due rette che non si incontrano sono parallele o sghembe. Due rette sghembe sono non complanari.

Quindi, nello spazio, due rette che non si incontrano possono essere parallele.

- 24** Due rette di equazioni  $y = mx$  e  $y = nx$  sono tra loro sempre perpendicolari se:

- ☐ A  $\frac{m}{n} = 0,5$
- ☐ B  $m = n$
- ☐ C  $mn = 1$
- ☐ D  $mn = 0,5$
- ☐ E  $mn = -1$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 82, 1998)

Attenzione alla risposta B: se  $m = n$  le rette sono parallele.

- 25** Per quale valore del parametro  $k$  le rette:

$y = 2x + 1$  e  $y = \frac{1}{k}(x + 1)$  sono perpendicolari?

- ☐ A  $k = 2$
- ☐ B Tutti
- ☐ C  $k = \frac{1}{2}$
- ☐ D  $k = -2$
- ☐ E Nessuno

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 55, 2000)

⚡ Osserva che affinché le rette siano perpendicolari si deve avere:  $2 \cdot (1/k) = -1$ , quindi  $k = -2$ .  
Attenzione alla risposta C: se  $k = 1/2$ , le rette sono parallele.

- 26** Una retta forma con il semiasse positivo delle ordinate un angolo di  $30^\circ$  e passa per il punto  $P(0, 1)$ . La sua equazione sarà:

- ☐ A  $\sqrt{3}x + y + 1 = 0$
- ☐ B  $\frac{\sqrt{3}}{3}x - y + 1 = 0$
- ☐ C  $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$
- ☐ D  $\frac{\sqrt{3}}{3}x + y + 1 = 0$
- ☐ E  $\sqrt{3}x + y + 1 = 0$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 2002)

Una retta che forma un angolo di  $30^\circ$  con il semiasse positivo delle ordinate, forma con il semiasse positivo delle ascisse un angolo di  $60^\circ$ . Ricorda che una retta inclinata di  $60^\circ$  ha coefficiente angolare  $m = \sqrt{3}$ .

⚡ Scriviamo la retta in forma esplicita:

$$y = (\sqrt{3}/3) \cdot x + 1.$$

L'equazione in forma implicita sarà:

$$(\sqrt{3}/3) \cdot x - y + 1 = 0.$$

Le risposte A, B, D, E sono da eliminare: le rette non formano angoli di  $30^\circ$ .

- 27** Per quale valore di  $k$  la retta di equazione  $2x + 3y + 4 = 0$  appartiene al fascio proprio  $y = -\frac{2}{3}x + k$ ?

- ☐ A  $-4$
- ☐ B  $\frac{3}{4}$
- ☐ C  $\frac{4}{3}$
- ☐ D  $-\frac{3}{4}$
- ☐ E  $-\frac{4}{3}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 67, 2001)

⚡ Dopo aver scritto la retta in forma esplicita:

$$y = -(2/3) \cdot x - 4/3,$$

confrontala con il fascio:

$$y = -(2/3) \cdot x + k.$$

Ottieni  $k = -4/3$ .

27 E	26 C	25 D	24 E	23 D	22 D
21 C	20 D	19 D	18 C	17 C	16 B
14 C	13 B	12 A	11 E	10 A	9 E
7 E	6 C	5 C	4 B	3 E	2 A

Soluzioni:

**1** L'equazione  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = k$  rappresenta una:

- ☐ A parabola per  $k < 0$
- ☐ B circonferenza per ogni valore di  $k$
- ☐ C circonferenza per  $k > 0$
- ☐ D circonferenza tangente all'asse  $x$  per  $k = 1$
- ☐ E circonferenza tangente all'asse  $x$  per ogni valore di  $k$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2001)

Ricorda che l'equazione  $(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = r^2$  rappresenta una circonferenza di centro  $C(x_C, y_C)$  e raggio  $r$ .

🔍 L'equazione  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = k$  rappresenta una circonferenza di centro  $C(1; 3)$  e raggio parametrico  $r = \sqrt{k}$ . Per essere una circonferenza reale si deve di conseguenza avere  $k \geq 0$ . Per  $k = 0$  la circonferenza è degenera.

La risposta A è errata: la parabola ha un solo termine di secondo grado tra  $x$  e  $y$ .

La risposta B è errata: per  $k$  negativi non hai nessuna curva.

La risposta D è errata: per  $k = 1$ , la circonferenza è tangente all'asse delle ordinate.

La risposta E è errata: non è possibile: il centro è  $C(1; 3)$ , mentre il raggio dipende da  $k$ .

**2** Data la circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ , stabilire se il punto di coordinate  $(-1; \frac{1}{2})$  è:

- ☐ A interno a essa ma diverso dal centro
- ☐ B appartenente a essa e alla retta  $x + 2y = 0$
- ☐ C il suo centro
- ☐ D appartenente a essa ma non alla retta  $x + 2y = 0$
- ☐ E esterno a essa

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2006)

🔍 Per verificare se un punto è appartenente, esterno o interno a una circonferenza è sufficiente sostituire le coordinate del punto nell'equazione  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  e vedere il numero che si ottiene al primo membro.

A questo punto, se si ottiene zero, il punto appartiene alla circonferenza; se si ottiene un numero positivo, il punto è esterno alla circonferenza; se si ottiene un numero negativo, il punto è interno alla circonferenza.

Per questo quesito si ha:  $1 + 1/4 + 2 - 3 = 1/4 > 0$ .

La risposta A è errata: il punto non è interno alla circonferenza.

La risposta B è errata: il punto appartiene alla retta, ma non alla circonferenza.

La risposta C è errata: il centro è  $C(1; 0)$

La risposta D è errata: il punto appartiene alla retta, ma non alla circonferenza.

**3** Per quali valori dei parametri  $a, b, c$  l'equazione  $ax^2 + by^2 + c = 0$  rappresenta una circonferenza non degenera?

- ☐ A  $a = c$  e  $b < 0$

☐ B  $a = b$  e  $c/a = 0$

☐ C  $a = b$  e  $c/a < 0$

☐ D  $b = c$  e  $a > 0$

☐ E  $a = b$  e  $c/a > 0$

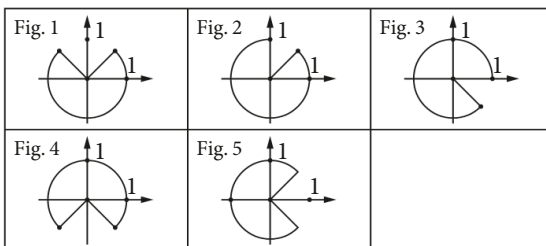
(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 54, 2000)

🔍 Affinché l'equazione dell'esercizio possa essere quella di una circonferenza si deve necessariamente avere  $a = b$ . Inoltre, affinché la circonferenza possa essere reale,  $a$  e  $c$  devono essere discordi.

Quindi  $a = b$  e  $a/c < 0$ .

Attenzione alla risposta B: rappresenta una circonferenza degenera.

**4** Uno solo fra i seguenti settori circolari costituisce l'insieme dei punti del piano per i quali risulta  $\begin{cases} y \leq |x| \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$ . Di quale si tratta.



☐ A Fig. 1

☐ D Fig. 4

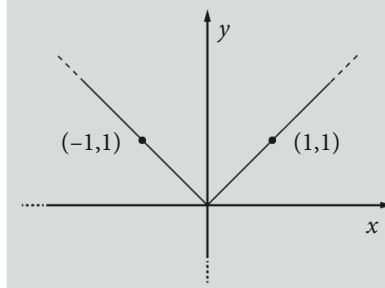
☐ B Fig. 5

☐ E Fig. 2

☐ C Fig. 3

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, questione 79, 2007)

Ricorda che il grafico di  $y = |x|$  è



🔍  $y \leq |x|$  rappresenta la regione di piano al di sotto delle due semi-bisettrici.

Mentre  $x^2 + y^2 \leq 1$  rappresenta il cerchio centrato nell'origine e di raggio 1. La risposta esatta è quindi la A (figura 1).

Attenzione all'ordine con cui vengono fornite le risposte. Spesso il numero della figura non coincide con quello della risposta.

★ **5** In un piano riferito a coordinate cartesiane ortogonali l'equazione  $x + y^2 - 4y + 3 = 0$  rappresenta:

- ☐ A una funzione  $y = f(x)$  simmetrica rispetto alla retta  $x = 1$

## Le coniche

- ☐ una parabola di vertice  $V(1; 2)$
- ☐ una funzione  $y = f(x)$  definita per ogni valore di  $x$
- ☐ una iperbole di centro  $C(-3, 0)$
- ☐ una funzione  $y = f(x)$  simmetrica rispetto all'asse  $x$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2006)

Ricordiamo le formule del vertice della parabola  $x = ay^2 + by + c$ :  $V(-\Delta / 4a; -b / 2a)$ .

🔍 Riscrivi l'equazione nella forma  $x = -y^2 + 4y - 3$ : riconosci che rappresenta una parabola con asse parallelo all'asse delle  $x$ . Questa **non** è una funzione, dunque puoi escludere immediatamente le risposte A, C, E. Inoltre abbiamo trovato che l'equazione è quella di una parabola, e puoi escludere anche la risposta D.

### 6 La curva di equazione $x + 3y^2 - \sqrt{3} = 0$

- ☐ È una parabola con il vertice nel punto  $(\sqrt{3}, 0)$
- ☐ È una circonferenza con centro sull'asse delle ordinate
- ☐ Non interseca la curva  $x^2 + y^2 - 3 = 0$
- ☐ Interseca la retta  $y = x - 3$  in due punti
- ☐ È una parabola con il vertice nel punto  $(0, \sqrt{3})$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2004)

Ricorda che quando  $b = 0$ , la parabola  $x = ay^2 + c$  ha vertice sull'asse delle  $x$ .

🔍 Riscrivi l'equazione nella forma  $x = -3y^2 + \sqrt{3}$ : riconosci che rappresenta una parabola con asse parallelo all'asse delle  $x$ , e con vertice  $V(\sqrt{3}; 0)$ .

### 7 L'equazione $ax^2 + bx + cy + d = 0$ con $a \neq 0$ e $c \neq 0$ è rappresentata nel piano cartesiano:

- ☐ da una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse delle ascisse
- ☐ da un grafico che non corrisponde a una conica
- ☐ da una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse delle ordinate
- ☐ da un grafico che dipende dai valori di  $a, b, e, d$
- ☐ da una retta non parallela agli assi cartesiani

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 54, 2000)

🔍 L'equazione può essere scritta nella forma:  $y = -(a/c) \cdot x^2 - (b/c) \cdot x - (d/c)$ . Riconosci che rappresenta una parabola con asse parallelo all'asse delle  $y$ . Attenzione: la curva è di secondo grado, quindi è una conica. Puoi escludere subito le risposte B ed E.

### 8 Nel piano riferito a coordinate cartesiane l'equazione $y = x^2 - 4x + 3$ rappresenta una parabola che

- ☐ è simmetrica rispetto alla retta  $x = 1$

- ☐ ha la concavità rivolta verso il basso
- ☐ ha il vertice di coordinate  $(1; 0)$
- ☐ ha il fuoco di coordinate  $(2; -1)$
- ☐ è simmetrica rispetto alla retta  $x = 2$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 2006)

Ricorda che l'asse di simmetria di una parabola di equazione  $y = ax^2 + bx + c$  ha equazione  $x = -b / 2a$ .

🔍 La parabola di equazione  $y = x^2 - 4x + 3$  ha asse di equazione  $x = 2$ .

La risposta A è errata: la parabola è simmetrica rispetto alla retta  $x = 2$ .

La risposta B è errata: la parabola ha concavità rivolta verso l'alto.

La risposta C è errata: la parabola ha vertice  $V(2; -1)$ .

La risposta D è errata: il fuoco della parabola ha coordinate  $(2; -3/4)$ .

### 9 La parabola di equazione $y = 3x^2 + \sqrt{3}$ :

- ☐ interseca l'asse delle ascisse
- ☐ ha il vertice nel punto  $(\sqrt{3}, 0)$
- ☐ ha il fuoco nel punto  $(0, \sqrt{3})$
- ☐ ha come asse di simmetria l'asse delle ascisse
- ☐ ha come asse di simmetria l'asse delle ordinate

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 2004)

Ricorda che l'asse di simmetria di una parabola di equazione  $y = ax^2 + c$  coincide con l'asse delle ordinate.

🔍 La parabola di equazione  $y = 3x^2 + \sqrt{3}$  ha asse di equazione  $x = 0$ .

Attenzione alla risposta C: il vertice è  $V(0; \sqrt{3})$ .

### 10 Se il fuoco di una parabola ha coordinate $(0, -3)$ e la direttrice ha equazione $y = 1$ , la parabola:

- ☐ ha il vertice nel punto di coordinate  $(-2, 0)$
- ☐ non interseca l'asse delle ascisse
- ☐ non interseca l'asse delle ordinate
- ☐ ha asse di simmetria parallelo all'asse delle ascisse
- ☐ passa per l'origine degli assi cartesiani

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 2003)

La parabola è il luogo geometrico dei punti equidistanti da un punto fisso chiamato "fuoco" e da una retta fissa chiamata "direttrice".

🔍 Il fuoco è  $F(0; -3)$  e la direttrice è  $d: y = 1$ . Il vertice, di conseguenza, è  $V(0; -1)$  e la concavità rivolta verso il basso.

★ **11** La funzione  $x + y = k$  rappresenta, nel piano cartesiano:

- ☐ A una retta
- ☐ B un'ellisse
- ☐ C un'iperbole
- ☐ D una circonferenza
- ☐ E una parabola

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 87, 1998)

🔍  $x + y = k$  rappresenta una retta che varia al variare di  $k$ . Nota che tutti i termini sono di primo grado. Le risposte B, C, D, E sono tutte errate: un'ellisse, come tutte le coniche, è rappresentata da un'equazione di secondo grado.

★ **12** Una funzione  $y$  quadratica in  $x$ , del tipo:  $y = Ax^2 + Bx + C$  (con  $A$  diverso da 0) è rappresentabile graficamente nel piano cartesiano  $(x, y)$  da quale delle curve seguenti?

- ☐ A Da un'ellisse
- ☐ B Da una parabola
- ☐ C Da una retta
- ☐ D Da una circonferenza
- ☐ E La rappresentazione grafica cambia da retta, a circonferenza, a ellisse, a parabola: a seconda dei valori di  $B$  e  $C$ .

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 82, 1999)

🔍 La risposta A è errata: una funzione quadratica del tipo  $(x^2/a^2) + (y^2/b^2) = 1$  rappresenta graficamente un'ellisse. La risposta C è errata: una funzione lineare del tipo  $ax + by + c = 0$  rappresenta graficamente una retta. La risposta D è errata: una funzione quadratica del tipo  $x^2 + y^2 = r^2$  rappresenta graficamente una circonferenza. La risposta E è errata: l'equazione rappresenta sempre una stessa curva al variare di  $B$  e  $C$ .

★ **13** La rappresentazione grafica della funzione:  $y = (-2x + 10)^2$

- ☐ A è una parabola che non taglia né è tangente all'asse delle  $x$
- ☐ B è una parabola con la concavità rivolta verso il basso e che è tangente all'asse delle  $x$
- ☐ C è una parabola con la concavità rivolta verso l'alto e che è tangente all'asse delle  $x$
- ☐ D è una retta con pendenza negativa
- ☐ E è una circonferenza di centro  $x = 5, y = 0$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 83, 1999)

🔍 Svolgendo il quadrato del binomio si ha:  
 $y = 4x^2 - 40x + 100$ .  
 Solo con queste informazioni puoi escludere le risposte B, D e E. Inoltre, la funzione  $y = (-2x + 10)^2$  vale zero per  $x = 5$ . Quindi puoi escludere anche la risposta A. Non è necessario calcolarlo, ma il vertice della parabola ha coordinate  $(5; 0)$ .

**14** Consideriamo, nel piano cartesiano, la parabola di equazione  $y = x^2$ , e la retta di equazione  $y = x + a$ , dove  $a$  è un parametro reale. La retta e la parabola NON hanno punti di intersezione se e solo se:

- ☐ A  $a < 0$
- ☐ B  $1 + 4a < 0$
- ☐ C  $a \geq 0$
- ☐ D  $a > 0$
- ☐ E  $a + 1 > 0$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2011)

🔍 Per trovare le intersezioni tra retta e parabola scriviamo il sistema:  $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + a \end{cases}$

Usiamo il metodo di sostituzione:  $x^2 = x + a$ , quindi  $x^2 - x - a = 0$ . L'equazione non ha soluzioni se il discriminante è negativo, ossia se  $1 + 4a < 0$ .

**15** La rappresentazione grafica nel piano cartesiano della relazione  $xy = k$  (con  $k$  costante) è una:

- ☐ A sinusoide
- ☐ B retta
- ☐ C parabola
- ☐ D iperbole
- ☐ E circonferenza

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 81, 1998)

L'equazione  $xy = k$  rappresenta l'equazione di un'iperbole equilatera riferita ai propri asintoti.

🔍 L'equazione  $xy = k$  è di secondo grado, quindi è una conica. Allora, puoi escludere subito le risposte A e B.

**16** La retta  $x - 2 = 0$ :

- ☐ A è tangente alla curva  $x^2 + y^2 - 5 = 0$  nel punto  $(2, 0)$
- ☐ B è secante la curva  $x^2 + y^2 - 5 = 0$
- ☐ C è parallela all'asse  $x$
- ☐ D è tangente alla curva  $x^2 + y^2 - 5 = 0$  in un punto di ascissa nulla
- ☐ E non ha intersezioni con la curva  $x^2 + y^2 - 5 = 0$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 2003)

🔍 Proponiamo due metodi, il primo geometrico, il secondo algebrico:

**METODO GEOMETRICO**

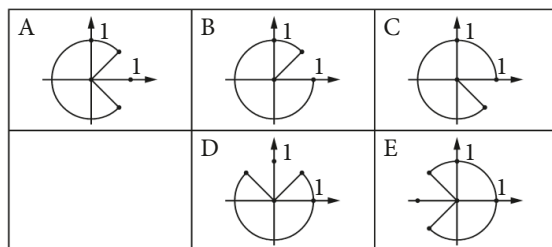
La curva  $x^2 + y^2 = 5$  è la circonferenza di centro  $C(0; 0)$  e raggio  $r = \sqrt{5}$ . La retta di equazione  $x = 2$  è parallela all'asse delle ordinate e passa per il punto  $(2; 0)$ . Di conseguenza la retta è secante la curva.

**METODO ALGEBRICO**

Metti a sistema l'equazione della retta e l'equazione della conica, verificando che si ottengono due soluzioni. Attenzione alla risposta C: la retta è parallela all'asse delle  $y$ .

## Le coniche

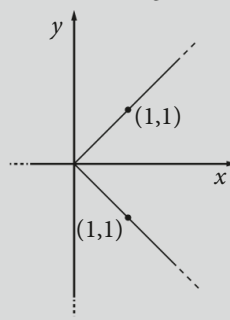
- 17** ●●● Uno solo fra i seguenti settori circolari costituisce l'insieme dei punti del piano per i quali risulta  $\begin{cases} |y| \geq x \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$



- A** E  
**B** B  
**C** A  
**D** D  
**E** C

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2005)

Ricorda che il grafico di  $|y| = x$  è vedi



$|y| \geq x$  rappresenta la regione di piano a sinistra delle due semi-bisettrici.  
 $x^2 + y^2 \leq 1$  rappresenta il cerchio centrato nell'origine e di raggio 1.  
 La risposta esatta è quindi la C (figura A).  
 Attenzione all'ordine con cui vengono fornite le risposte. Spesso la lettera della figura non coincide con quella della risposta.

Soluzioni:

1	C	2	E	3	C	4	A	5	B	6	A	7	C
8	E	9	E	10	B	11	A	12	B	13	C	14	B
15	D	16	B	17	C								

### 1 Determinare il più grande tra i seguenti numeri:

- ☐ A  $\cos(20^\circ)$
- ☐ B  $\sin(30^\circ)$
- ☐ C  $\cos(40^\circ)$
- ☐ D  $\sin(50^\circ)$
- ☐ E  $\cos(60^\circ)$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 2012)

Ricorda che nel primo quadrante il coseno è una funzione decrescente e il seno è una funzione crescente.

Ricorda inoltre le formule degli angoli associati: in particolare  $\cos(90^\circ - x) = \sin x$

Gli angoli proposti nelle risposte appartengono tutti al primo quadrante. Inoltre osserva che:  
 $\cos(20^\circ) > \cos(40^\circ) > \cos(60^\circ)$ ;  
 $\sin(50^\circ) > \sin(30^\circ)$ .  
 Devi ora determinare qual è il maggiore tra  $\cos(20^\circ)$  e  $\sin(50^\circ)$ .  
 Per quanto noto sugli angoli associati, si ha  $\sin(50^\circ) = \cos(40^\circ) < \cos(20^\circ)$ .  
 Il maggiore tra i numeri proposti è dunque  $\cos(20^\circ)$ .

### 2 Un angolo di ampiezza 1 radiante corrisponde a:

- ☐ A un angolo retto
- ☐ B  $33^\circ$  sessagesimali
- ☐ C poco più di  $60^\circ$  sessagesimali
- ☐ D poco meno di  $60^\circ$  sessagesimali
- ☐ E  $50^\circ$  sessagesimali

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 53, 2000)

Ricorda che per passare da gradi a radianti è sufficiente applicare la seguente proporzione:  
 $180^\circ : \pi = \alpha \text{ (gradi)} : \alpha \text{ (radianti)}$ .

1 radiante è in gradi:  
 $\alpha \text{ (gradi)} = (180^\circ / \pi) \cdot \alpha \text{ (radianti)} = (180^\circ / \pi) \cdot 1 \approx 57,3^\circ$ .  
 La risposta A è errata: un angolo retto è  $\pi / 2$ .

### 3 Con riferimento agli angoli piani e alle loro unità di misura in gradi ( $^\circ$ ) e radianti (rad), trovate la corretta uguaglianza:

- ☐ A  $45^\circ = \text{angolo retto}$
- ☐ B  $180^\circ = \pi \text{ rad}$
- ☐ C  $90^\circ = \pi/4 \text{ rad}$
- ☐ D  $360^\circ = \text{angolo piatto}$
- ☐ E  $135^\circ = \text{angolo acuto}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 63, 2003)

È vero che  $180^\circ$  equivalgono a un angolo di  $\pi$  radianti. La risposta A e la risposta C sono errate:  $90^\circ$  equivalgono a un angolo retto, ossia di  $\pi / 2$  radianti. La risposta D è errata:  $360^\circ$  equivalgono a un angolo giro. La risposta E è errata:  $135^\circ$  equivalgono a un angolo ottuso (maggiore di  $90^\circ$ ).

### 4 La terza parte di un angolo retto misura:

- ☐ A 60 gradi
- ☐ B  $\frac{\pi}{2}$  radianti
- ☐ C 45 gradi
- ☐ D  $\frac{\pi}{6}$  radianti
- ☐ E  $\frac{\pi}{3}$  radianti

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 1998)

Un angolo retto è pari a  $\pi/2$ . La terza parte è  $(\pi/2) : 3 = \pi/6$ , che equivale a  $30^\circ$ .  
 Le risposte A e E sono errate:  $60^\circ$  equivalgono a  $\pi/3$  quindi rappresentano la terza parte di un angolo piatto. La risposta B è errata:  $\pi/2$  è un angolo retto. La risposta C è errata:  $45^\circ$  equivalgono a  $\pi/4$ , ossia la metà di un angolo retto.

### 5 Individua fra le seguenti affermazioni quella CORRETTA:

- ☐ A qualunque sia il valore di  $\alpha$ ,  $\operatorname{cosec} \alpha$  è sempre compresa fra  $-1$  e  $1$
- ☐ B qualunque sia il valore di  $\alpha$ ,  $\cos \alpha$  non può mai assumere valori minori o uguali a  $-1$
- ☐ C qualunque sia il valore di  $\alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$  non può mai assumere valori maggiori di  $1$
- ☐ D qualunque sia il valore di  $\alpha$ ,  $\sin \alpha$  non può mai assumere valori minori di  $1$
- ☐ E qualunque sia il valore di  $\alpha$ ,  $\cos \alpha$  non può mai assumere valori minori di  $-1$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 52, 2000)

Il coseno dell'angolo  $\alpha$ , qualunque sia il valore di  $\alpha$ , può assumere solo valori compresi tra  $-1$  e  $1$ , estremi inclusi.

La risposta A è errata: la cosecante di un angolo assume valori minori o uguali a  $-1$  oppure maggiori o uguali a  $1$ .  
 La risposta B è errata: il coseno di un angolo può essere uguale a  $-1$ .  
 La risposta C è errata: la tangente di un angolo può assumere qualunque valore reale.  
 La risposta D è errata: il seno di un angolo può assumere valori compresi tra  $-1$  e  $1$ , estremi inclusi.

## Le funzioni goniometriche

**6** Per quale dei seguenti angoli il coseno NON è nullo?

- ☐ A 450 gradi
- ☐ B 90 gradi
- ☐ C 630 gradi
- ☐ D 360 gradi
- ☐ E 270 gradi

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 1998)

Ricorda che  $\cos 360^\circ = \cos 0^\circ = 1$ .

La risposta A e la risposta B sono errate:  
 $\cos 450^\circ = \cos 90^\circ = 0$ .

La risposta C e la risposta E sono errate:  
 $\cos 630^\circ = \cos 270^\circ = 0$ .

**7** Se  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$  e  $\cos \alpha > 0$  allora:

- ☐ A  $45^\circ < \alpha < 60^\circ$
- ☐ B  $60^\circ \leq \alpha < 90^\circ$
- ☐ C  $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$
- ☐ D  $30^\circ < \alpha < 45^\circ$
- ☐ E  $45^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2002)

Ricorda che:  $\sin 30^\circ = 1/2$ ,  $\sin 45^\circ = \sqrt{2}/2$   
 Poiché il seno e il coseno dell'angolo sono entrambi positivi, esso si trova nel primo quadrante. Osserva poi che  $\sin 30^\circ = 1/2 < 2/3 < \sqrt{2}/2 = \sin 45^\circ$ .  
 Quindi puoi dedurre che  $30^\circ < \alpha < 45^\circ$ .

**8** Se un angolo  $\alpha$  misura  $2,01\pi$  radianti:

- ☐ A la sua tangente è negativa
- ☐ B allora il punto di coordinate  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  appartiene al 3° quadrante
- ☐ C allora il punto di coordinate  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  appartiene al 4° quadrante
- ☐ D allora il punto di coordinate  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  appartiene al 1° quadrante
- ☐ E allora il punto di coordinate  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  appartiene al 2° quadrante

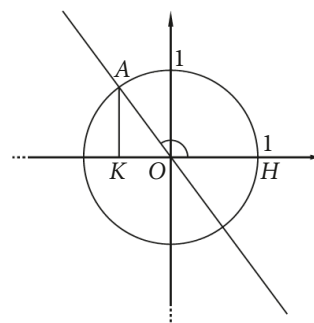
(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 2001)

Ricorda che un angolo giro, di  $360^\circ$ , è  $2\pi$  radianti.

L'angolo  $2,01\pi$  è tale che il punto di coordinate  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  si trova nel 1° quadrante.  
 La risposta A è errata: la sua tangente è positiva.  
 La risposta B è errata: se l'angolo fosse  $1,01\pi$ , il punto di coordinate  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  si troverebbe nel 3° quadrante.  
 La risposta C è errata: se l'angolo fosse  $1,99\pi$ , il punto di coordinate  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  si troverebbe nel 4° quadrante.  
 La risposta E è errata: se l'angolo fosse  $0,99\pi$ , il punto di coordinate  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  si troverebbe nel 2° quadrante.

**9** Nel piano riferito a coordinate cartesiane sia l'angolo  $\widehat{HOA} = \alpha$ . La misura "orientata" del segmento  $OK$ , indicato nella figura seguente, rappresenta ...

- ☐ A il seno dell'angolo  $\alpha$  ed è negativo
- ☐ B il coseno dell'angolo  $\alpha$  ed è negativo
- ☐ C la tangente dell'angolo  $\alpha$
- ☐ D il seno dell'angolo  $\alpha$  ed è positivo
- ☐ E il coseno dell'angolo  $\alpha$  ed è positivo

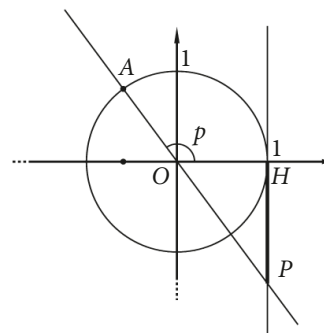


(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 2007)

Il coseno è l'ascissa del punto A. Quindi la misura "orientata" del segmento  $OK$  rappresenta il coseno dell'angolo  $\alpha$  ed è negativo.  
 Le risposte A e D sono errate:  $AK$  rappresenta il seno dell'angolo  $\alpha$  ed è positivo.  
 La risposta E è errata: la misura "orientata" del segmento  $OK$  è negativa.

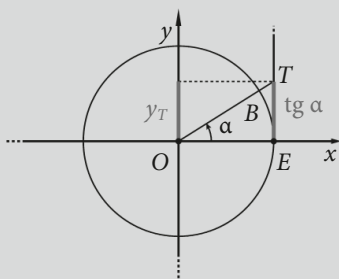
**10** Nel piano riferito a coordinate cartesiane sia  $p$  l'angolo  $(HOA)$ . La misura "orientata" del segmento  $HP$ , rappresentato nella seguente figura, è:

- ☐ A la cotangente dell'angolo  $p$  ed è positiva
- ☐ B la secante dell'angolo  $p$  ed è positiva
- ☐ C la cotangente dell'angolo  $p$  ed è negativa
- ☐ D la tangente dell'angolo  $p$  ed è negativa
- ☐ E la tangente dell'angolo  $p$  ed è positiva



(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 2005)

La tangente di un generico angolo  $\alpha$  è mostrata in figura:



- La misura “orientata” del segmento  $HP$  rappresentato nel quesito è la tangente dell’angolo  $p$ , ed è negativa. Attenzione: dalla figura, si evince che la misura “orientata” del segmento  $HP$  è negativa, quindi potevi escludere subito le risposte A, B, E.

**11** Il valore dell’espressione  $\sin 20^\circ + \cos 20^\circ$  è:

- ☐ A 1
- ☐ B -1
- ☐ C positivo
- ☐ D 0
- ☐ E negativo

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 2001)

Ricorda che l’angolo di  $20^\circ$  si trova nel primo quadrante e che nel primo quadrante il coseno e il seno sono positivi. Quindi sarà positiva anche la loro somma.

- La risposta A è errata: sarebbe esatta se per esempio l’angolo fosse stato di  $90^\circ$ .  
 La risposta B è errata: sarebbe esatta se per esempio l’angolo fosse stato di  $270^\circ$ .  
 La risposta D è errata: sarebbe esatta se per esempio l’angolo fosse stato di  $135^\circ$ .  
 La risposta E è errata: sarebbe esatta se per esempio l’angolo fosse stato di  $200^\circ$ .

**12** Si consideri la funzione trigonometrica:  $y = \tan x$  con  $0 < x \leq \pi$  ( $x$  esprime l’ampiezza dell’angolo in radianti). I valori della funzione:  $\tan 1$ ,  $\tan \pi/3$ ,  $\tan 3$ ,  $\tan \pi$ , disposti in ordine crescente, risultano:

- ☐ A  $\tan \pi/3$ ,  $\tan \pi$ ,  $\tan 3$ ,  $\tan 1$
- ☐ B  $\tan \pi$ ,  $\tan 1$ ,  $\tan \pi/3$ ,  $\tan 3$
- ☐ C  $\tan 1$ ,  $\tan 3$ ,  $\tan \pi$ ,  $\tan \pi/3$
- ☐ D  $\tan 1$ ,  $\tan \pi/3$ ,  $\tan 3$ ,  $\tan \pi$
- ☐ E  $\tan 3$ ,  $\tan \pi$ ,  $\tan 1$ ,  $\tan \pi/3$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 2006)

Ricorda che 1 radiante è pari a circa  $57,3^\circ$ .

- Osserva che  $\tan 3$  è negativo,  $\tan \pi = 0$ ,  $\tan 1$  e  $\tan (\pi/3)$  sono positivi.  
 In realtà, per escludere tutte le risposte sbagliate, è sufficiente sapere che l’unica tangente negativa è  $\tan 3$ .

**13** Si consideri la funzione  $y = \cos x$  ( $x$  esprime l’ampiezza dell’angolo in radianti). I valori della funzione  $\cos 1$ ,  $\cos 2$ ,  $\cos 3$  e  $\cos 4$ , disposti in ordine crescente, risultano:

- ☐ A  $\cos 4$ ,  $\cos 3$ ,  $\cos 1$ ,  $\cos 2$
- ☐ B  $\cos 3$ ,  $\cos 2$ ,  $\cos 4$ ,  $\cos 1$
- ☐ C  $\cos 3$ ,  $\cos 4$ ,  $\cos 2$ ,  $\cos 1$
- ☐ D  $\cos 2$ ,  $\cos 4$ ,  $\cos 1$ ,  $\cos 3$
- ☐ E  $\cos 1$ ,  $\cos 2$ ,  $\cos 3$ ,  $\cos 4$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2005)

- Osserva che  $\cos 3$ ,  $\cos 4$  e  $\cos 2$  sono negativi,  $\cos 1$  è positivo. Sapendo che  $\cos 1$  è l’unico valore positivo, si possono escludere le risposte A, D, E.  
 Infine, dato che  $\cos 4 < \cos 2$  puoi escludere la risposta B e concludere che quella corretta è la C.

**14** Si consideri la funzione  $y = \sin x$  ( $x$  esprime l’ampiezza dell’angolo in radianti). I valori della funzione  $\sin 1$ ,  $\sin 2$ ,  $\sin 3$  e  $\sin 4$ , disposti in ordine crescente, risultano:

- ☐ A  $\sin 3$ ,  $\sin 4$ ,  $\sin 2$ ,  $\sin 1$
- ☐ B  $\sin 4$ ,  $\sin 3$ ,  $\sin 1$ ,  $\sin 2$
- ☐ C  $\sin 1$ ,  $\sin 2$ ,  $\sin 3$ ,  $\sin 4$
- ☐ D  $\sin 4$ ,  $\sin 3$ ,  $\sin 2$ ,  $\sin 1$
- ☐ E  $\sin 2$ ,  $\sin 1$ ,  $\sin 4$ ,  $\sin 3$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2007)

- Osserva che  $\sin 4$  è negativo,  $\sin 1$ ,  $\sin 2$ ,  $\sin 3$  sono positivi. Sapendo che  $\sin 4$  è l’unico negativo, si possono escludere le risposte A, C, E.  
 Infine, dato che  $\sin 1 < \sin 2$  puoi escludere la risposta D e concludere che quella corretta è la B.

**15** L’insieme dei valori assunti, per  $x$  reale, dalla funzione  $f(x) = \cos^2 x$ :

- ☐ A dipende dal fatto che  $x$  sia espresso in gradi o radianti
- ☐ B è l’intervallo  $[0, 1]$  estremi inclusi
- ☐ C è l’intervallo  $(0, 2)$  estremi inclusi
- ☐ D è l’intervallo tra  $(-1, 1)$  estremi inclusi
- ☐ E è l’insieme dei numeri reali

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 88, 1997)

- Osserva che  $\cos^2 x$  può assumere valori compresi tra 0 e 1, estremi inclusi.  
 La risposta A è errata: le funzioni trigonometriche non cambiano il loro valore se l’angolo è espresso in gradi o radianti.  
 La risposta C è errata: se  $\cos x$  assume come valore massimo 1, anche  $\cos^2 x$  assume come valore massimo 1.

## Le funzioni goniometriche

La risposta D è errata:  $\cos^2 x$  non può assumere valori negativi.


La risposta E è errata: il  $\cos x$  assume valori in un intervallo, e quindi anche  $\cos^2 x$  assume valori in un intervallo.

### 16 L'equazione $\sin x = -1$

- ☐ A ammette come soluzione  $x = 360^\circ$
- ☐ B ammette come soluzione  $x = 270^\circ$
- ☐ C non ammette soluzioni
- ☐ D ammette come soluzione  $x = 180^\circ$
- ☐ E ammette come soluzione  $x = 90^\circ$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 90, 1998)

Il seno dell'angolo  $270^\circ$  vale  $-1$ .

-  La risposta A è errata:  $\sin 360^\circ = 0$ .  
 La risposta C è errata: l'equazione ammette soluzioni.  
 La risposta D è errata:  $\sin 180^\circ = 0$  e  $\cos 180^\circ = -1$ .  
 La risposta E è errata:  $\sin 90^\circ = 1$ .



### 17 Data la funzione $y = \sin x$ ristretta all'intervallo

$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  la funzione inversa è:

- ☐ A  $x = -\sec y$
- ☐ B  $x = \frac{1}{\sin y}$
- ☐ C  $x = \arcsin y$
- ☐ D  $x = -\sin y$
- ☐ E  $x = -\arcsin y$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2004)

Ricorda che la funzione inversa del seno, nella restrizione  $[-\pi/2; \pi/2]$  è l'arcoseno.

15 B	16 B	17 C
8 D	9 B	10 D
11 C	12 E	13 C
14 B	15 B	16 B
1 A	2 D	3 B
4 D	5 E	6 D
7 D	8 D	9 B

Soluzioni:

**1** Due angoli minori di un angolo piatto hanno lo stesso seno:

- ☐ A se differiscono di  $\pi$  rad
- ☐ B se sono supplementari
- ☐ C se differiscono di  $90^\circ$
- ☐ D solo se sono lo stesso angolo
- ☐ E se sono complementari

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 2003)

Due angoli supplementari hanno lo stesso seno.

**2** Siano  $a, b, c$  i lati di un triangolo qualsiasi,  $\alpha$  l'angolo opposto al lato  $a$ ,  $\beta$  l'angolo opposto al lato  $b$ ,  $\gamma$  l'angolo opposto al lato  $c$ . Inoltre  $A$  rappresenti l'area del triangolo. Qual è la giusta relazione?

- ☐ A  $b = a \sin \beta$
- ☐ B  $c = b \tan \gamma$
- ☐ C  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$
- ☐ D  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\cos \beta}$
- ☐ E  $A = ab \sin \gamma$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 2003)

Ricorda che nei triangoli qualsiasi valgono il teorema del coseno (o di Carnot) e il teorema dei seni. In particolare, il teorema del coseno (o di Carnot) afferma che:  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$ .

Le risposte A e B sono errate: sarebbero vere se il triangolo fosse rettangolo con ipotenusa  $a$ . La risposta E è errata: l'area si trova tramite la relazione  $A = (1/2) \cdot ab \cdot \sin \gamma$ .

**3** Dato un triangolo rettangolo avente: cateti  $a$  e  $b$ , ipotenusa  $c$ , angolo  $\alpha$  opposto ad  $a$ , angolo  $\beta$  opposto a  $b$ , l'espressione corretta è:

- ☐ A  $b = a \cdot \tan \alpha$
- ☐ B  $a = b/\tan \alpha$
- ☐ C  $a = b \cdot \tan \beta$
- ☐ D  $a = c \cdot \cos(\frac{\pi}{4}\alpha)$
- ☐ E  $b = c \cdot \sin \beta$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 87, 1997)

Ricorda il primo teorema sui triangoli rettangoli: un cateto è uguale al prodotto dell'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto al cateto o per il coseno dell'angolo adiacente al cateto.

Attenzione: le risposte A e B sono equivalenti. Se fosse vera una, sarebbe vera l'altra: sono quindi da escludere. La risposta C è errata: è esatta invece la relazione  $a = b \cdot \tan \alpha$ .

**4** Quale fra le seguenti relazioni goniometriche è vera per ogni valore di  $\alpha$ ?

- ☐ A  $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \sin \alpha$
- ☐ B  $\cotg \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$
- ☐ C  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- ☐ D  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- ☐ E  $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 2002)

Ricorda le formule di duplicazione del seno e del coseno:

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

La risposta A è errata: la relazione esatta è  $\cos[(\pi/2) + \alpha] = -\sin \alpha$ .

La risposta B è errata: non è esatta per ogni  $\alpha$ , ma per ogni  $\alpha \neq k \cdot (\pi/2)$ , con  $k$  intero.

La risposta C è errata: non è esatta per ogni  $\alpha$ , ma per ogni  $\alpha \neq (\pi/2) + k \cdot \pi$ , con  $k$  intero.

La risposta E è errata: la relazione esatta è  $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ .

**5** L'equazione  $x^2 + \sin(x) + 1 = 0$ :

- ☐ A non ha soluzioni
- ☐ B ha soluzioni appartenenti all'intervallo  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
- ☐ C è un'equazione di 2° grado nell'incognita  $x$
- ☐ D ha una sola soluzione
- ☐ E ha infinite soluzioni perché  $\sin x$  è una funzione periodica

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 2002)

Ricorda che il seno di un angolo assume valori compresi tra  $-1$  e  $1$ , estremi inclusi. Inoltre  $x^2 + 1 = 1$  solo per  $x = 0$ . Ma per  $x = 0$ , si ha  $\sin 0 = 0$ . Osserva che l'equazione non ha quindi soluzioni.

La risposta C è errata: è un'equazione trascendente, dato che compare  $\sin x$ .

La risposta E è errata:  $\sin x$  è una funzione periodica, ma questo non significa che l'equazione debba avere infinite soluzioni.

**6** L'equazione  $\sin 2x = 2$ :

- ☐ A ha tra le soluzioni il numero  $x = \frac{\pi}{2}$
- ☐ B ha tra le soluzioni il numero  $x = 1$
- ☐ C non ha soluzioni reali
- ☐ D è una identità
- ☐ E ha tra le soluzioni il numero  $x = 0$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2003)

$\sin 2x$  non può essere uguale a 2 poiché il seno di un angolo (qualsiasi!) non può essere più grande di 1.

Attenzione: non puoi semplificare i 2! Quindi la risposta A è errata.

La risposta E è errata: per  $x = 0$ , si ha  $\sin 0 = 0$ , che non è un'uguaglianza.

# Formule, equazioni e disequazioni goniometriche, trigonometria

★  
●●●

**7** L'equazione  $-\sin^2 x + 1 = 3$ :

- A** ha come soluzioni  $x = 45^\circ$
- B** non ha soluzioni
- C** ha infinite soluzioni
- D** ha due soluzioni reali e coincidenti
- E** ha due soluzioni reali

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 52, 2000)

🔍 Dall'equazione proposta si ricava  $\sin^2 x = -2$  che non ha soluzioni.

La risposta A è errata: per  $x = 45^\circ$ , si ha  $\frac{1}{2} = 3$ , che non è un'identità.

Le risposte D ed E sono errate: le equazioni goniometriche, se presentano soluzioni, ne hanno un numero infinito.

★  
●●●

**8** L'equazione  $2\sin x - 3 = 0$ :

- A** ha come soluzioni  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$
- B** è impossibile
- C** ha come soluzione  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
- D** ammette infinite soluzioni
- E** ha come soluzione  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 69, 2001)

🔍 Dall'equazione proposta si ricava  $\sin x = 3/2$ , che non ha soluzioni poiché  $3/2 > 1$ .

★  
●●●

**9** La disequazione  $\sqrt{3} \sin x + \sqrt{3 + \sqrt{3}} < 0$ :

- A** ha fra le soluzioni numeri irrazionali
- B** ha come insieme delle soluzioni l'insieme dei numeri reali negativi
- C** ha come insieme delle soluzioni l'insieme dei numeri reali positivi
- D** non ha soluzioni
- E** è equivalente alla disequazione  $3(\sin x)^2 + 3 + \sqrt{3} > 0$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2004)

🔍 Dalla disequazione proposta si ricava

$$\sin x < -\frac{\sqrt{3 + \sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$$

Ma  $-\frac{\sqrt{3 + \sqrt{3}}}{\sqrt{3}} < -1$ , quindi la disequazione non ammette soluzioni.

●●●

**10** La funzione  $y = \sin x \cos x$

- A** è periodica di periodo  $\pi$
- B** non è periodica
- C** è periodica di periodo  $(3/2)\pi$
- D** è periodica di periodo  $(2/3)\pi$
- E** è periodica di periodo  $\pi/2$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 2003)

Ricorda che dato che la funzione  $y = \sin x$  è periodica di periodo  $2\pi$ , la funzione  $y = \sin(Nx)$  è periodica di periodo  $2\pi/N$  (con  $N$  numero reale).

In generale se la funzione  $y = f(x)$  è periodica di periodo  $T$ , la funzione  $y = f(Nx)$  è periodica di periodo  $T/N$  (con  $N$  numero reale).



Applicando la formula di duplicazione del seno, si ha  $y = (1/2) \sin(2x)$ . Essendo la funzione  $y = \sin x$  periodica di periodo  $2\pi$ , la funzione  $y = (1/2) \sin(2x)$  è periodica di periodo  $\pi$ . La risposta B è errata: la funzione è periodica, essendo il prodotto di funzioni periodiche.

La risposta C è errata: per esempio,  $y = \sin[(4/3)x]$  è periodica di periodo  $(3/2)\pi$ . La risposta D è errata: per esempio,  $y = \sin 3x$  è periodica di periodo  $(2/3)\pi$ .

La risposta E è errata: per esempio,  $y = \sin 4x$  è periodica di periodo  $\pi/2$ .

★  
●●●

**11** L'espressione goniometrica  $\sin(9\alpha) - \sin(3\alpha)$  equivale a:

- A**  $\sin(9\alpha)\cos(3\alpha) - \sin(3\alpha)\cos(9\alpha)$
- B**  $2\cos(6\alpha)\sin(3\alpha)$
- C**  $3(\sin(3\alpha) - \sin\alpha)$
- D**  $6\sin\alpha$
- E**  $\frac{1}{2}(\cos(6\alpha) - \cos(12\alpha))$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 2004)

Ricorda le formule di prostaferesi e ricava da una di esse la risposta esatta:

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2};$$

$$\sin p - \sin q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2};$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2};$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}.$$

★  
●●●

**12** La disequazione  $2(\cos x)^2 + \sqrt{2} < 0$ :

- A** ha soluzioni comprese fra  $-\frac{\pi}{4}$  e  $\frac{\pi}{4}$
- B** non ha soluzioni
- C** ha infinite soluzioni
- D** è equivalente alla disequazione  $2(\cos x)^4 + 1 > 0$
- E** ammette solo soluzioni irrazionali

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 2004)

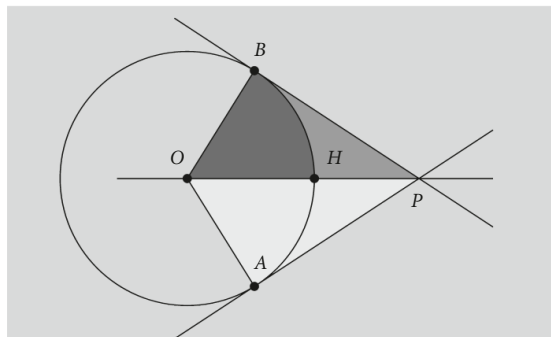


Il primo membro della disequazione è strettamente maggiore di 0: infatti è la somma di un quadrato (che è maggiore o uguale a zero) e di un numero positivo. Quindi la disequazione non ammette soluzioni.

- 13** Da un punto  $P$  esterno alla circonferenza di centro  $O$  e raggio  $r$  sono tracciate le tangenti alla circonferenza nei punti  $A$  e  $B$ . L'angolo  $AOB$  misura  $120^\circ$ . Calcolare il valore dell'area racchiusa tra le tangenti e l'arco di circonferenza  $AB$ .

- A**  $\frac{r^2}{3}(3\sqrt{3} - \pi)$   
**B**  $\frac{r^2}{3}(\sqrt{3} - \pi)$   
**C**  $\frac{r^2}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}\pi - 1)$   
**D**  $\frac{r^2}{3}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \pi\right)$   
**E**  $\frac{r^2}{3}(6\sqrt{3} - \pi)$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 57, 2013)



In relazione a questo disegno, si ha che il valore dell'area racchiusa tra le tangenti e l'arco di circonferenza  $AB$  si ottiene sottraendo al triangolo  $OPB$  il settore circolare  $BOH$ , con  $H$  intersezione tra la circonferenza e  $OP$ , e infine moltiplicando l'area ottenuta per 2.

Il settore circolare  $BOH$  vale  $\frac{\pi R^2}{6}$  (perché è  $\frac{1}{6}$  dell'area del cerchio).

Per il primo teorema della trigonometria sui triangoli rettangoli si ha:  $OP = R/\cos 60^\circ = 2R$  (oppure perché  $BOP$  è un triangolo di angoli  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ ).

Per il teorema di Pitagora si ha  
 $BP = \sqrt{4R^2 - R^2} = R\sqrt{3}$ .

Quindi l'area del triangolo  $OPB$  è  $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$ .

Ora sottrai le due aree e moltiplica per 2, ottenendo quanto richiesto:

$$\left(\frac{R^2\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi R^2}{6}\right) \cdot 2 = \frac{R^2}{3}(3\sqrt{3} - \pi)$$

Le risposte B e D sono da escludere perché un'area non può essere rappresentata da un numero negativo.

8 B 9 D 10 A 11 B 12 B 13 A  
 1 B 2 C 3 E 4 D 5 A 6 C 7 B

Soluzioni:

- 1** Determinare quale delle seguenti funzioni soddisfa la relazione  $f(-x) = -f(x)$ , per ogni numero reale  $x$ .

- A**  $\sin^3(x)$                       **D**  $\sin^2(x)$   
**B**  $\cos^3(x)$                       **E**  $\sin(x^2)$   
**C**  $\cos(x^3)$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 2012)

Ricorda che:

una funzione è dispari se  $f(-x) = -f(x)$  e tutte le funzioni dispari sono simmetriche rispetto all'origine;  
 una funzione è pari se  $f(-x) = f(x)$  e tutte le funzioni pari sono simmetriche rispetto all'asse  $y$ .  
 Inoltre tieni presente le formule degli angoli associati:

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

- Si ha  $\sin(-x) = -\sin x$ ; elevando al cubo entrambi i membri si ha  $\sin^3(-x) = -\sin^3 x$ , quindi la funzione  $f(x) = \sin^3 x$  è dispari, ossia soddisfa la relazione  $f(-x) = -f(x)$ .

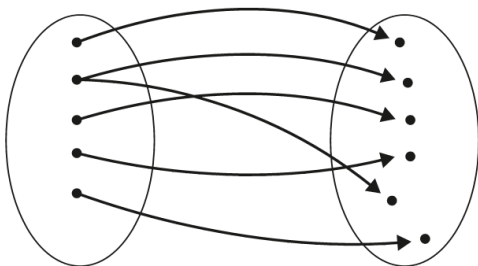
La risposta B è errata: la funzione  $f(x) = \cos^3 x$  è pari, infatti  $\cos^3(-x) = \cos^3 x$ .

La risposta C è errata: la funzione  $f(x) = \cos(x^3)$  è pari, infatti  $\cos(-x)^3 = \cos(x^3)$ .

La risposta D è errata: la funzione  $f(x) = \sin^2 x$  è pari, infatti  $\sin^2(-x) = \sin^2 x$ .

La risposta E è errata: la funzione  $f(x) = \sin(x^2)$  è pari, infatti  $\sin(-x)^2 = \sin(x^2)$ .

- 2** La relazione rappresentata dal seguente diagramma:



- A** è una funzione suriettiva  
**B** non è una funzione  
**C** è una funzione iniettiva  
**D** è una funzione biiettiva  
**E** nessuna delle altre risposte è corretta

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 65, 2001)

Ricorda che una funzione è una relazione tra due insiemi A e B che associa a ogni elemento di A uno e un solo elemento di B.

- La relazione rappresentata nel quesito non è una funzione, perché al secondo elemento dall'alto dell'insieme

di partenza sono associati due elementi dell'insieme di arrivo (il secondo e il quinto dall'alto).

- 3** L'espressione matematica  $b = f(a)$  è la traduzione in simboli della frase:

- A** il valore di  $b$  è uguale a quello di  $a$   
**B** il valore di  $a$  è in funzione di quello di  $b$   
**C** il valore di  $b$  è in funzione di quello di  $a$   
**D** il valore di  $a$  è ottenuto moltiplicando  $b$  per l'inverso di  $f$   
**E** il valore di  $b$  è ottenuto moltiplicando  $f$  per  $a$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2002)

- Nell'espressione  $b = f(a)$ ,  $a$  è la variabile indipendente e  $b$  è la variabile dipendente. I valori che assume  $b$  dipendono dai valori di  $a$ , quindi il valore di  $b$  è funzione di quello di  $a$ .

La risposta A è errata: sarebbe esatta se fosse stato  $b = a$ .  
 La risposta B è errata: sarebbe esatta se fosse stato  $a = f(b)$ .

Le risposte D ed E sono errate:  $b = f(a)$  non è una moltiplicazione!

- 4** Sia  $f(x) = 5^x$ . Allora  $f(x+1) - f(x)$  è uguale a:

- A**  $5^x$   
**B** 1  
**C** 5  
**D**  $5 \cdot 5^x$   
**E**  $4 \cdot 5^x$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2009)

- Sia  $f(x) = 5^x$ . Di conseguenza  $f(x+1) = 5^{x+1}$ . Ricorda che per le proprietà delle potenze,  $5^{x+1} = 5^x \cdot 5^1$ . Quindi  $f(x+1) - f(x) = 5^{x+1} - 5^x = 5^x \cdot 5 - 5^x = 5^x \cdot (5 - 1) = 4 \cdot 5^x$ .

- 5** Data la funzione  $y = x^4 - x^2 - 1$  si può affermare che:

- A**  $y = (x^2 - 1)^2$   
**B** la funzione è intera e di quarto grado  
**C** la funzione è intera e di sesto grado  
**D** la variabile indipendente è  $y$   
**E** la funzione è fratta

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 82, 1998)

Il grado di un polinomio coincide con il grado del monomio di grado maggiore.

- $y = x^4 - x^2 - 1$  è una funzione algebrica, intera e di quarto grado.

La risposta A è errata:  $y = (x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$ .

La risposta C è errata: la funzione è di quarto grado.

La risposta D è errata:  $y$  è la variabile dipendente.

La risposta E è errata: una funzione fratta ha la variabile  $x$  al denominatore.

**6** Data la funzione  $f(x) = \sqrt{|x| + 3x - 1}$ ,  $f(2x)$  vale:

- A**  $2\sqrt{2|x| + 6x - 1}$
- B**  $\sqrt{2|x| + 3x - 1}$
- C**  $2\sqrt{|x| + 3x - 1}$
- D**  $\sqrt{2|x| + 6x - 1}$
- E**  $\sqrt{2|x| + 6x - 2}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 2004)

Per determinare  $f(2x)$  devi sostituire nella funzione il valore  $2x$  al posto della variabile indipendente  $x$ . Quindi:  $f(2x) = \sqrt{|2x| + 3 \cdot (2x) - 1} = \sqrt{2|x| + 6x - 1}$ .  
La risposta A è errata: è  $2 \cdot f(2x)$   
La risposta C è errata: è  $2 \cdot f(x)$

**7** Data una funzione  $f(x)$  tale che:

$$f(x+1) = \frac{2f(x)+2}{2} \text{ e } f(1)=2, \text{ quanto vale } f(2)?$$

- A** 2
- B** 0
- C** 3
- D** 1
- E**  $\frac{1}{2}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 68, 2001)

Si ha:  $f(x+1) = \frac{2 \cdot f(x) + 2}{2} = \frac{2(f(x) + 1)}{2} = f(x) + 1$ .

Sapendo che  $f(1) = 2$ , sostituendo al posto di  $x$  il valore 1, si ricava  $f(2) = 2 + 1 = 3$ .

**8** Quale delle seguenti equazioni rappresenta una funzione lineare  $y=f(x)$  tale che  $f(-2)=3$  e  $f(3)=-2$ ?

- A**  $y = x + 5$
- B**  $y = x - 5$
- C**  $y = -2x - 1$
- D**  $y = -2x + 4$
- E**  $y = -x + 1$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 2005)

È sufficiente verificare quale retta passa per i punti  $(-2; 3)$  e  $(3; -2)$ .

L'unica retta che passa per i due punti richiesti è  $y = -x + 1$ : puoi verificarlo sostituendo in  $x$  e  $y$  le coordinate dei due punti.

La risposta A è errata:  $y = x + 5$  passa per  $(-2; 3)$  ma non passa per  $(3; -2)$ .

La risposta B è errata:  $y = x - 5$  passa per  $(3; -2)$  ma non passa per  $(-2; 3)$ .

La risposta C è errata:  $y = -2x - 1$  passa per  $(-2; 3)$  ma non passa per  $(3; -2)$ .

La risposta D è errata:  $y = -2x + 4$  passa per  $(3; -2)$  ma non passa per  $(-2; 3)$ .

**9** Data una funzione  $y=f(x)$  è sempre vero che:

- A** la funzione inversa è data da  $y = -f(x)$
- B** la funzione reciproca è data da  $y = \frac{1}{f(x)}$
- C** la funzione inversa è data da  $y = \frac{1}{f(x)}$

- D** la funzione reciproca ha lo stesso dominio della funzione  $f(x)$
- E** la funzione inversa ha lo stesso dominio della funzione  $f(x)$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2002)

Il reciproco di  $y=f(x)$  è  $y=1/f(x)$ .

Le risposte A e C sono errate: l'inversa della funzione  $y=f(x)$  è  $y=f^{-1}(x)$ .

La risposta D è errata: se, per esempio, la funzione di partenza fosse  $y=x$  (definita per tutti i numeri reali), la funzione reciproca sarebbe  $y=1/x$ , che non è definita per  $x=0$ .

La risposta E è errata: per esempio, la funzione inversa dell'esponenziale  $y=e^x$  (definita per tutti i numeri reali) è il logaritmo naturale  $y=\log x$ , che è definita solo per  $x>0$ .

**10** Due grandezze si dicono direttamente proporzionali quando:

- A** la loro somma ha un valore costante
- B** il loro rapporto ha un valore costante
- C** aumentano contemporaneamente
- D** diminuiscono contemporaneamente
- E** il loro prodotto ha un valore costante

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 1998)

$X$  e  $Y$  sono direttamente proporzionali se  $Y = k \cdot X$ , quindi se  $Y/X = k$ , con  $k$  costante.

Attenzione alla risposta E:  $X$  e  $Y$  sono inversamente proporzionali, se il loro prodotto è costante.

La risposta C è errata: non è sufficiente che aumentino contemporaneamente per essere direttamente proporzionali.

**11** Due grandezze sono inversamente proporzionali:

- A** se la rappresentazione grafica nel piano cartesiano risulta una retta non passante per l'origine
- B** se il loro rapporto è costante
- C** se la rappresentazione grafica in un piano cartesiano risulta una retta passante per l'origine
- D** se la loro somma è costante
- E** se il loro prodotto è costante

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 58, 2000)

$X$  e  $Y$  sono inversamente proporzionali se  $Y \cdot X = k$ , con  $k$  costante.

## Le funzioni

- 🔍 La risposta A è errata: una retta non passante per l'origine mostra una crescita lineare.  
La risposta B è errata: se hanno il rapporto costante sono direttamente proporzionali.  
La risposta C è errata: una retta passante per l'origine mostra una proporzionalità diretta.

**12** Se una grandezza  $x$  è proporzionale al quadrato di una grandezza  $y$  e  $y$  è inversamente proporzionale a una grandezza  $z$ , allora:

- A**  $x$  è inversamente proporzionale a  $z$   
**B**  $x$  è direttamente proporzionale a  $z$   
**C**  $x$  è direttamente proporzionale al quadrato di  $z$   
**D**  $x$  è inversamente proporzionale al quadrato di  $z$   
**E** la relazione tra  $x$  e  $z$  è diversa da quelle delle risposte precedenti

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 1998)

- 🔍 “ $x$  è proporzionale al quadrato di  $y$ ” significa:  $x = k \cdot y^2$ .  
“ $y$  è inversamente proporzionale a  $z$ ” significa:  $y = h / z$ .  
Sostituendo la  $y$  della seconda equazione nella prima si ha:  $x = (k \cdot h^2) / z^2$ , con  $k \cdot h^2$  costante.  
Quindi  $x$  è inversamente proporzionale al quadrato di  $z$ .  
Le altre risposte sono quindi errate.

★ **13** Una fabbrica di bulloni sostiene una spesa fissa mensile di euro 120 000 (il mese commerciale è inteso di 30 giorni) e un costo di produzione di euro 3,15 per ogni bullone prodotto. Indicata con  $y$  la spesa giornaliera complessiva e con  $x$  il numero di bulloni prodotti in un giorno, individuare la relazione tra le variabili  $x$  e  $y$ .

- A**  $y = 120\,000 + 3,15x$       **D**  $y = 4000 + 3,15x$   
**B**  $y = 3,15x - 120\,000$       **E**  $y = 4000 + \frac{3,15}{x}$   
**C**  $y = \frac{3,15x}{x} - 40\,000$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2005)

- 🔍 La spesa giornaliera complessiva è di euro 4000 (ovvero euro 120 000/30) di spesa fissa più euro 3,15 per ogni bullone prodotto.  
La risposta A è errata: sarebbe la spesa mensile complessiva se  $x$  fosse il numero dei bulloni prodotti in un mese.  
La risposta B è errata: le spese fisse non si sottraggono ma si sommano.  
Le risposte C ed E sono assurde: la spesa diminuirebbe all'aumentare di  $x$ .

★ **14** Una fornitura di gas per uso domestico prevede una quota fissa mensile (il mese è convenzionalmente inteso di 30 giorni) di 5,1 € per il servizio di distribuzione e un costo unitario per metro cubo di gas consumato di 0,65 €. Indicata con  $y$  la spesa complessiva giornaliera e con  $x$  il consumo giornaliero in metri cubi, individuare la relazione tra le variabili  $x$  e  $y$ .

- A**  $y = \frac{0,65}{x} \cdot 0,17$   
**B**  $y = 0,65x + 5,1$

**C**  $y = 0,17 + 0,65x$

**D**  $y = 0,65x - 5,1$

**E**  $y = \frac{0,65}{x} + 0,17$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 2006)

- 🔍 La spesa giornaliera complessiva è di 0,17 € (ovvero euro 5,1 / 30) di spesa fissa più 0,65 € per ogni metro cubo di gas consumato.

Le risposte A e E sono assurde: la spesa diminuirebbe all'aumentare di  $x$ .

La risposta B è errata: sarebbe la spesa mensile complessiva se  $x$  fossero i metri cubi di gas consumati in un mese.  
La risposta D è errata: le spese fisse non si sottraggono ma si sommano.

**15** Osservate la seguente tabella

$x$	$y$
1	1
3	25
5	73
7	145
9	241

Attraverso quale delle seguenti relazioni sono collegate le grandezze  $x$  e  $y$ ?

- A**  $y = x^2 - 2$       **D**  $3y = x^2 - 2$   
**B**  $3x^2 = y + 2$       **E**  $y^2 = x + 2$   
**C**  $3x^2 = y - 2$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 1997)

- 🔍 Verifichiamo i valori in tabella per  $3x^2 = y + 2$ , ossia  $y = 3x^2 - 2$   
Per  $x = 1$  e  $y = 1$  si ha  $3 = 3$ .  
Per  $x = 3$  e  $y = 25$  si ha  $27 = 27$ .  
Per  $x = 5$  e  $y = 73$  si ha  $75 = 75$ .  
Per  $x = 7$  e  $y = 145$  si ha  $147 = 147$ .  
Per  $x = 9$  e  $y = 241$  si ha  $243 = 243$ .  
Quindi la risposta esatta è  $3x^2 = y + 2$ .

★ **16** L'espressione  $y = 3x^2 - 2x + 1$  rappresenta una relazione tra le variabili reali  $x$  e  $y$  che, usando il linguaggio naturale significa:

- A**  $y$  è la differenza tra il quadrato del triplo e il doppio di  $x$  aumentata di uno  
**B** la somma di  $y$  con il doppio di  $x$  si ottiene aggiungendo uno al quadrato del triplo di  $x$   
**C** la somma di  $y$  con il doppio di  $x$  si ottiene aggiungendo uno al triplo del quadrato di  $x$   
**D**  $y$  è la differenza tra il quadrato del triplo e il doppio del quadrato di  $x$  aumentato di uno  
**E**  $y$  è uguale al quadrato del triplo di  $x$  aumentato di uno e diminuito del suo doppio

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 2005)

- 🔍 La somma di  $y$  con il doppio di  $x$  (ovvero  $y + 2x$ ) si ottiene (ovvero  $=$ ) aggiungendo uno al triplo del quadrato di  $x$  (ovvero  $3x^2 + 1$ ).  
Le altre risposte indicano sempre il “quadrato del triplo di  $x$ ” ovvero  $(3x)^2$ .

**17** L'espressione  $\sqrt{3-x} + \sqrt{x-3}$  è definita:

- ☐ A per  $x < 3$
- ☐ B per  $x \geq 3$
- ☐ C per  $x = 3$
- ☐ D per  $x > 3$
- ☐ E per  $x \leq 3$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 59, 2000)

Il radicando di una radice di indice pari deve essere maggiore o uguale a zero.

- 🔍 Si deve avere contemporaneamente  $3 - x \geq 0$ , ossia  $x \leq 3$ , per la prima radice e  $x - 3 \geq 0$ , ossia  $x \geq 3$ , per la seconda radice. Dunque le disequazioni sono entrambe soddisfatte solo per  $x = 3$ .  
La risposta A e la risposta E sono errate: la seconda radice sarebbe immaginaria.  
La risposta B e la risposta D sono errate: la prima radice sarebbe immaginaria.

**18** Quale fra gli insiemi seguenti rappresenta il dominio della funzione  $y = \frac{\sqrt{1-e^x}}{\ln x}$ ?

- ☐ A  $(0, 1) \cup (1, +\infty)$
- ☐ B  $(-\infty, 0)$
- ☐ C Insieme vuoto
- ☐ D Insieme dei numeri reali
- ☐ E Insieme dei numeri razionali

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 2002)

- 🔍 La funzione è definita se si ha contemporaneamente:  
 $x > 0$  (ricorda che l'argomento di un logaritmo deve essere positivo),  
 $x \neq 1$  (ricorda che un denominatore deve essere diverso da zero, e  $\log x = 0$  per  $x = 1$ ),  
 $1 - e^x \geq 0$  (ricorda che i radicandi di una radice di indice pari devono essere maggiori o uguali a zero).  
Risolvi ora il sistema:

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ e^x \leq 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

Osserva che il sistema non ammette soluzioni, dunque la risposta corretta è “Insieme vuoto”.  
Le risposte A e D sono errate: per esempio, per  $x = 2$  si ha  $1 - e^x < 0$ , che rende il radicando negativo.  
La risposta B è errata: per esempio, per  $x = -1$  si ha  $\log(-1)$  al denominatore, ma ricorda che non esistono logaritmi di numeri negativi.

La risposta E è errata: per esempio, per  $x = -1/2$  si ha  $\log(-1/2)$  al denominatore, ma ricorda che non esistono logaritmi di numeri negativi.

**19** Essendo  $x$  e  $y$  due variabili reali, la funzione:

$$y = \sqrt{|x| - 1}$$

- ☐ A è sempre definita e positiva
- ☐ B è definita solo per  $x < 1$
- ☐ C non è definita per  $-1 < x < 1$
- ☐ D è positiva in ogni punto del suo dominio
- ☐ E è definita solo per  $x > 1$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 2005)

- 🔍 La funzione è definita per  $|x| - 1 \geq 0$ , quindi per  $|x| \geq 1$ , ossia per  $x \leq -1 \vee x \geq 1$ .  
La risposta A è errata: per esempio, per  $x = 0$  si ha un radicando negativo e quindi la funzione non è definita.  
La risposta B è errata: per esempio, per  $x = 5$  la funzione è definita e si ha  $y = 2$ .  
La risposta D è errata: per esempio, per  $x = 1$  (che è un punto del suo dominio) la funzione vale zero.  
La risposta E è errata: per esempio, per  $x = -5$  la funzione è definita, e si ha  $y = 2$ .

**20** Quale fra le seguenti affermazioni è sbagliata?

- ☐ A Una funzione dispari è simmetrica rispetto all'origine.
- ☐ B Una funzione pari è simmetrica rispetto all'asse delle  $y$ .
- ☐ C Tutte le funzioni ammettono la funzione inversa.
- ☐ D La funzione logaritmica è iniettiva.
- ☐ E Alcune relazioni sono funzioni.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 66, 2001)

Ricorda che una funzione è iniettiva se ogni elemento del codominio è immagine al più di un elemento del dominio. Tutte le funzioni monotone (strettamente crescenti o strettamente decrescenti) sono iniettive.  
Inoltre ricorda che una funzione dall'insieme A all'insieme B è una relazione in cui ad ogni elemento di A viene associato uno ed un solo elemento di B.

- 🔍 **Attenzione!** Stai cercando l'affermazione SBAGLIATA! Analizziamo tutte le risposte.  
La risposta A è esatta: tutte le funzioni dispari sono simmetriche rispetto all'origine.  
La risposta B è esatta: tutte le funzioni pari sono simmetriche rispetto all'asse  $y$ .  
La risposta D è esatta: la funzione  $y = \log x$  è strettamente crescente e quindi iniettiva.  
La risposta E è esatta: le funzioni sono particolari relazioni.

## Le funzioni

La risposta C è SBAGLIATA: tutte le funzione biiettive ammettono una funzione inversa. Non è vero invece che tutte le funzioni (biiettive e non) ammettono una funzione inversa. Per esempio  $y = x^2$  non è invertibile in tutto il suo dominio.

- 21** Consideriamo la funzione  $f(x) = \sin(x) + \cos(2x)$ , definita per ogni  $x$  reale. Determinare quale delle seguenti affermazioni relative alla funzione  $f(x)$  è FALSA.

- ☐ A Non assume valori maggiori di  $\sqrt{5}$
- ☐ B Non si annulla mai
- ☐ C  $f(\pi) = 1$
- ☐ D È periodica
- ☐ E Non assume valori minori di  $-3$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2011)

La risposta A è vera: è la somma di due funzioni, che al massimo assumono il valore 1, non può essere maggiore di  $\sqrt{5} \approx 2,236 \dots$

Puoi verificare che per

$$x = \pi/2, \text{ si ha } f(\pi/2) = \sin(\pi/2) + \cos \pi = 1 - 1 = 0.$$

$$\text{La risposta C è vera: } f(\pi) = \sin \pi + \cos 2\pi = 0 + 1 = 1.$$

La risposta D è vera: è periodica di periodo  $2\pi$ .

La risposta E è vera: la somma di due funzioni che al minimo assumono il valore  $-1$  non può essere minore di  $-3$ .

Quindi la risposta falsa è la B.

- 22** Quale fra le seguenti funzioni ha il grafico simmetrico rispetto all'origine degli assi?

- ☐ A  $y = x^4 - 7x^2 + 1$
- ☐ B  $y = \frac{2}{5}x^7 - x^5 \cdot \sqrt{2} + \frac{1}{6}$
- ☐ C  $y = x^5 \cdot \sqrt{3} - \frac{1}{3x}$
- ☐ D  $y = \sqrt{x^2 + |x + 4|}$
- ☐ E  $y = \sqrt{x^2 + |x| + 4x}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 2004)

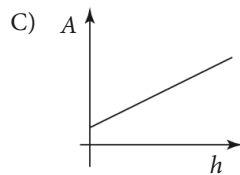
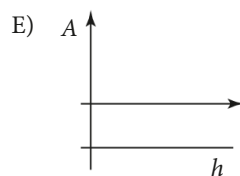
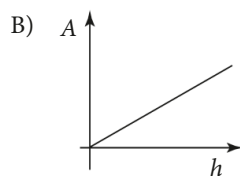
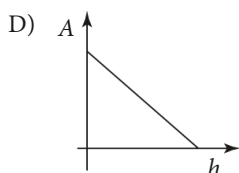
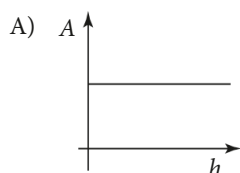
La funzione  $y = x^5 \cdot \sqrt{3} - (1/3x)$  è simmetrica rispetto all'origine. Infatti,

$$f(-x) = (-x)^5 \cdot \sqrt{3} - [1/(-3x)] = -[x^5 \cdot \sqrt{3} - (1/3x)] = -f(x).$$

Le risposte A e D sono errate: le funzioni sono pari, infatti  $f(x) = f(-x)$ . Il loro grafici sono quindi simmetrici rispetto all'asse delle  $y$ .

Le risposte B e E sono errate: le funzioni non sono né pari né dispari.

- 23** Il grafico dell'area  $A$  di un triangolo in funzione dell'altezza  $h$  e con base costante, è dato da:



- ☐ A C)
- ☐ B E)
- ☐ C D)
- ☐ D A)
- ☐ E B)

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 55, 2000)

L'area di un triangolo è  $A = b \cdot h / 2$ . Se la base  $b$  è costante, il grafico di  $A$  in funzione di  $h$  è una retta passante per l'origine degli assi e crescente. L'unico grafico che soddisfa tali condizioni è il grafico B (risposta E)

Il grafico A (risposta D) è errato: l'area rimarrebbe costante all'aumentare dell'altezza.

Il grafico C (risposta A) è errato: l'area per altezza pari a zero sarebbe diversa da zero.

Il grafico D (risposta C) è errato: l'area diminuirebbe all'aumentare dell'altezza.

Il grafico E (risposta B) è errato: l'area sarebbe negativa.

- 24** Sia  $f(x) = x^2$ . Risulta  $f(x_1) < f(x_2)$  per ogni coppia di numeri reali  $x_1 < x_2$  tali che:

- ☐ A  $x_2 < 0 < x_1$
- ☐ B  $0 < x_1 < x_2$
- ☐ C  $x_1 < x_2 < 0$
- ☐ D  $x_1 < 0 < x_2$
- ☐ E  $x_1$  diverso da  $x_2$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 1997)

La funzione  $f(x) = x^2$  è una parabola con vertice nell'origine e concavità rivolta verso l'alto.

Puoi osservare (se vuoi disegnando il grafico, visto che non è difficile) che risulta  $f(x_1) < f(x_2)$  quando  $x_1 < x_2$  e entrambi non negativi ( $f$  è crescente, per  $x > 0$ ).

La risposta A è errata: non soddisfa che  $x_1 < x_2$ .

La risposta C è errata: per  $x_1 < x_2 < 0$  si avrebbe  $f(x_1) > f(x_2)$  ( $f$  decrescente, per  $x < 0$ )

La risposta D è errata: sarebbe vero solo se fosse  $|x_1| < |x_2|$ .

**25** Si definisce pendenza media di una funzione  $f(x)$  nell'intervallo  $[a, b]$ , il numero  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ . Quale tra le seguenti funzioni ha nell'intervallo  $[0, 1]$  pendenza media maggiore?

- A**  $f(x) = x^2$  **D**  $f(x) = x + 2$   
**B**  $f(x) = 3^x$  **E**  $f(x) = \log_{10}(9x + 1)$   
**C**  $f(x) = 3\sqrt{x}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 2007)

Nota che il quesito ti dà la definizione di pendenza media; è dunque sufficiente calcolare la pendenza media nell'intervallo  $[0, 1]$  per le 5 funzioni proposte e confrontare i 5 valori.

$$f(x) = x^2: \text{pendenza} = 1$$

$$f(x) = 3^x: \text{pendenza} = 2$$

$$f(x) = 3\sqrt{x}: \text{pendenza} = 3$$

$$f(x) = x + 2: \text{pendenza} = 1$$

$$f(x) = \log_{10}(9x + 1): \text{pendenza} = 1$$

**26** Indicato con  $x_n$  il termine ennesimo di una successione di numeri, e data la legge:  $x_{(n+1)} = x_{(n-1)} + x_n$ , quale delle seguenti successioni numeriche rispetta la legge?

- A** 1, 1, 1, 1, 1, 1, ...  
**B** 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...  
**C** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...  
**D** 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...  
**E** 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, ...

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 1998)

La legge afferma che ogni numero della successione si ottiene sommando i due precedenti. Questo vale dal terzo elemento della successione.

L'unica successione che soddisfa la condizione è 1, 2, 3 (3 = 1 + 2), 5 (5 = 2 + 3), 8 (8 = 3 + 5), 13 (13 = 5 + 8), 21 (21 = 8 + 13), 34 (34 = 13 + 21) ...

La risposta A è errata: segue la legge  $x_{(n+1)} = x_{(n)} = 1$ .

La risposta C è errata: segue la legge  $x_{(n+1)} = x_{(n)} + 1$ , con  $x_1 = 1$ .

La risposta D è errata: segue la legge  $x_{(n+1)} = 2x_{(n)}$ , con  $x_1 = 1$ .

La risposta E è errata: segue la legge  $x_{(n+1)} = (-1)^n$ , partendo da  $n = 0$ .

**27** Data la sequenza di numeri 1, 2, 5, 4, 9, 6, 13 ... qual è il successivo termine?

- A** 7  
**B** 11  
**C** 10  
**D** 8  
**E** Non può essere predetto perché la sequenza è puramente casuale.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 89, 1997)

Spesso nelle successioni è necessario notare come sono legati i termini pari e quelli dispari. In questo caso i termini pari aumentano di 2, mentre i termini dispari aumentano di 4. Quindi la successione continua con: ...8, 17, 10, 21, 12...

**28** Quale delle seguenti equazioni rappresenta una funzione  $y = f(x)$  tale che  $f(2) = -1$  e  $f(-1) = 5$ ?

- A**  $y = -2x^2 + x + 8$   
**B**  $y = x^2 - 3x + 1$   
**C**  $y = 3x^2 - 2x$   
**D**  $y = 2x^2 - x - 7$   
**E**  $y = -x^2 + 2x - 1$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 2006)

È sufficiente verificare quale funzione passa per i punti (2; -1) e (-1; 5). L'unica funzione che passa per i due punti richiesti è  $y = x^2 - 3x + 1$ : puoi verificarlo sostituendo in  $x$  e  $y$  le coordinate dei due punti.

La risposta A è errata: la funzione passa per (-1; 5) ma non passa per (2; -1).

La risposta C è errata: la funzione passa per (-1; 5) ma non passa per (2; -1).

La risposta D è errata: la funzione passa per (2; -1) ma non passa per (-1; 5).

La risposta E è errata: la funzione passa per (2; -1) ma non passa per (-1; 5).

**29** Due variabili  $X$  e  $Y$  sono tra loro inversamente proporzionali se è costante:

- A** la loro differenza  
**B** il logaritmo in base 10 della loro somma  
**C** il loro prodotto  
**D** la loro somma  
**E** il loro quoziente

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 86, 1999)

Basta applicare la definizione di grandezze inversamente proporzionali.

**30** Detta  $k$  una costante, l'affermazione " $x$  e  $y$  sono inversamente proporzionali" equivale a:

- A**  $x - y = k$  **D**  $xy = k$   
**B**  $x + y = k$  **E**  $y = kx$   
**C**  $x = ky$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, 1998)

Basta applicare la definizione di grandezze inversamente proporzionali.

**31** La grandezza  $Q$  è proporzionale alla grandezza  $P$  (cioè:  $Q = K \cdot P$ ). Supponiamo:  $P = 4,5$ ;  $Q = 18$ . Quale è il valore della costante di proporzionalità  $K$ ?

- A**  $K = 18$   
**B**  $K = 10,5$

## Le funzioni

- C**  $K = 0,25$   
**D**  $K = 4$   
**E**  $K = 13,5$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 71, 1999)

- Si ha  $Q = K \cdot P$ , quindi  $K = Q / P = 18 / 4,5 = 4$ .  
 La risposta C è da escludere subito perché minore di 1.

- 32** Detta  $x$  un'incognita che rappresenta una lunghezza (misurata in metri) e sapendo che  $A$  è una massa che vale 1 kilogrammo-massa, e sapendo ancora che i coefficienti numerici sono tutti adimensionali, quali soluzioni per  $x$  ha la seguente equazione (legata alla soluzione di un problema fisico):  $4x^2 + 4x + A = 0$

- A** ha come soluzioni:  $x = 0$  e  $x = -(1/2)$  (in metri)  
**B** ha come soluzioni: solamente  $x = -(1/2)$  (in kg · m)  
**C** è una relazione dimensionalmente sbagliata  
**D** ha come soluzioni:  $x = -(1/2)$  e  $x = +(1/2)$  (in kg)  
**E** ha come soluzioni:  $x = 0$  e  $x = +(1/2)$  (in metri)

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 86, 1999)

- L'equazione è dimensionalmente sbagliata: non si possono sommare metri, metri quadri e kilogrammi, perché non sono grandezze omogenee.

- 33** L'espressione  $y = -2x^2 + 3x + 1$  rappresenta una relazione tra le variabili reali  $x$  e  $y$  che, usando il linguaggio naturale, significa:

- A**  $y$  è la differenza tra il quadrato del triplo e il doppio di  $x$  aumentata di uno  
**B** la somma del doppio del quadrato di  $x$  con  $y$  si ottiene aggiungendo uno al triplo di  $x$   
**C**  $y$  è la differenza tra il triplo e il doppio del quadrato di  $x$  aumentato di uno  
**D** la somma del quadrato del doppio di  $x$  con  $y$  si ottiene aggiungendo uno al triplo di  $x$   
**E** la differenza tra  $y$  e il doppio del quadrato di  $x$  è data dal triplo di  $x$  aumentato di uno

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 2007)

- La somma del doppio del quadrato di  $x$  con  $y$  (ovvero  $2x^2 + y$ ) si ottiene (ovvero =) aggiungendo uno al triplo di  $x$  (ovvero  $3x + 1$ ).

- 34** La funzione reale di variabile reale  $y = \frac{x+2}{\log(x-1)}$  è definita per:

- A**  $1 < x \leq 2$   
**B**  $x \leq 1$   
**C**  $x > 1$   
**D**  $x > 1$  con  $x \neq 2$   
**E**  $x \geq 1$  con  $x \neq 2$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 80, 2006)

- La funzione è definita se si ha contemporaneamente:  
 $x - 1 > 0$ , ossia  $x > 1$  (ricorda che l'argomento di un logaritmo deve essere positivo),  
 $x - 1 \neq 1$ , ossia  $x \neq 2$  (ricorda che un denominatore deve essere diverso da zero, e  $\log x = 0$  per  $x = 1$ ).  
 Le risposte A e C sono errate: per esempio, per  $x = 2$  si ha  $\log 1 = 0$  al denominatore.  
 La risposta B è errata: per esempio, per  $x = 0$  si ha  $\log(-1)$  al denominatore, ma ricorda che non esistono logaritmi di numeri negativi.

- 35** Essendo  $x$  e  $y$  due variabili reali, la funzione:

$$y = \ln(|x| - 1)$$

- A** è positiva in ogni punto del suo dominio  
**B** non è definita per  $-1 \leq x \leq 1$   
**C** è definita solo per  $x \geq 1$   
**D** è sempre definita e positiva  
**E** è definita solo per  $x \leq 1$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 2007)

- La funzione è definita per  $|x| - 1 > 0$ , quindi per  $|x| > 1$ , ossia per  $x < -1 \vee x > 1$ .  
 La risposta A è errata: per esempio, per  $x = 2$  si ha:  $\log 1 = 0$ , quindi la funzione non è sempre positiva.  
 La risposta C è errata: per esempio, per  $x = -2$  la funzione è definita e si ha  $y = 0$ .  
 La risposta D è errata: per esempio, per  $x = 0$  la funzione non è definita. Infatti l'argomento di un logaritmo deve essere sempre positivo.  
 La risposta E è errata: per esempio, per  $x = 2$  la funzione è definita, e si ha  $y = 0$ .

- 36** Una popolazione di batteri ha, in un certo intervallo di tempo, un tasso di moltiplicazione costante (ossia il rapporto tra il numero di batteri che si creano in ogni unità di tempo e il numero di batteri è costante). La legge di sviluppo, in tali condizioni, è:

- A** logaritmica  
**B** parabolica  
**C** iperbolica  
**D** lineare  
**E** esponenziale

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 50, 1998)

- Sia  $P(t)$  la popolazione di batteri al tempo " $t$ " e  $P_0$  la popolazione di batteri al tempo "0". Sia " $\Delta t$ " l'intervallo di tempo necessario alla generazione di nuove unità batteriche. Si consideri il tempo "0" e dato che il rapporto tra il numero di batteri che si creano in ogni unità di tempo e il numero di batteri al tempo "0" è costante, si ha dopo il primo intervallo di tempo " $\Delta t$ ":

$$(P(\Delta t) - P_0) / P_0 = k, \text{ da cui } P(\Delta t) = (1 + k) \cdot P_0.$$

Quindi:

al tempo "0" corrisponde  $P_0$ ;

al tempo " $\Delta t$ " corrisponde  $P(\Delta t) = (1 + k) \cdot P_0$ ;

al tempo " $2 \cdot \Delta t$ " si ha:

$$P(2 \cdot \Delta t) = (1 + k) \cdot P(\Delta t) = (1 + k)^2 \cdot P_0;$$

al tempo " $3 \cdot \Delta t$ " si ha:

$$P(3 \cdot \Delta t) = (1 + k) \cdot P(2 \cdot \Delta t) = (1 + k)^3 \cdot P_0;$$

in generale al tempo " $n \cdot \Delta t$ " si ha:

$$P(n \cdot \Delta t) = (1 + k) \cdot P((n - 1) \cdot \Delta t) = (1 + k)^n \cdot P_0.$$

La legge di sviluppo  $P(n \cdot \Delta t) = (1 + k)^n \cdot P_0$  è una legge esponenziale di variabile  $n$ .

- 37** In una progressione geometrica il primo elemento è 2 e il sesto è 0,0625. Il quinto valore della progressione è:

- ☐ A 0,0125  
☐ B 0,125  
☐ C 0,05  
☐ D 0,5  
☐ E nessuno dei valori proposti nelle altre risposte è corretto

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 1999)

Una progressione geometrica è una progressione in cui ogni termine si ottiene dal precedente moltiplicando sempre per lo stesso valore, che si chiama "ragione". In questo caso la "ragione" è 0,5.

Ecco i termini della progressione: 2; 1; 0,5; 0,25; 0,125; 0,0625...

Quindi il quinto termine è 0,125. Nota che avendo individuato la ragione, è sufficiente dividere 0,0625 per 0,5.

- 38** Data la funzione  $f(x) = 3x - 6$ , quale delle seguenti risposte rappresenta la sua funzione inversa?

- ☐ A  $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + 2$   
☐ B  $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + 6$   
☐ C  $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} - 2$   
☐ D  $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} - 6$   
☐ E  $f^{-1}(x) = 2 - \frac{x}{3}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 55, 2013)

Si scriva la funzione nella forma  $y = 3x - 6$  e si ricavi  $x$ :

$$x = \frac{y + 6}{3} = \frac{y}{3} + 2$$

Ora si scriva l'inversa, sostituendo a « $y$ » la variabile

$$«x»: f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + 2.$$

La risposta B è errata: è l'inversa di  $y = 3x - 18$ .

La risposta C è errata: è l'inversa di  $y = 3x + 6$ .

La risposta D è errata: è l'inversa di  $y = 3x + 18$ .

La risposta E è errata: è l'inversa di  $y = 6 - 3x$ .

36 E	37 B	38 A
29 C	30 D	31 D
22 C	23 E	24 B
15 B	16 C	17 C
8 E	9 B	10 B
1 A	2 B	3 C
4 E	5 B	6 D
7 C	14 C	13 D
21 B	20 C	19 C
28 B	27 D	26 B
35 B	34 D	33 B

Soluzioni:

**1** La base di partenza per il calcolo dell'IMU di un immobile di classe A1 si ottiene rivalutando la rendita catastale del 5% e moltiplicando il risultato ottenuto per 160. Allo stesso risultato si può giungere in un solo passaggio, moltiplicando direttamente la rendita catastale per un opportuno coefficiente  $c$ . Determinare il valore di  $c$ .

**A** 168

**D** 121

**B** 165

**E** 180

**C** 265

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, 2012)

**2** Sia  $X$  la rendita catastale. Rivalutando la rendita catastale  $X$  del 5% si ha:  $X + (5/100 \cdot X)$ . Infine si moltiplica il risultato per 160, ottenendo:  $[X + (5/100 \cdot X)] \cdot 160 = (X \cdot 105 / 100) \cdot 160 = X \cdot 168$ .

Quindi allo stesso risultato si può giungere moltiplicando la rendita catastale  $X$  per il coefficiente 168.

**2** Il 70% degli iscritti a Medicina Veterinaria mangia pizza almeno una volta alla settimana. Tra questi, il 60% ci beve insieme una bevanda alcolica. Determinare la percentuale degli iscritti a Medicina Veterinaria che mangiano pizza almeno una volta alla settimana, senza accompagnarla con bevande alcoliche.

**A** 28%

**C** 12%

**E** 10%

**B** 40%

**D** 18%

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 69, 2012)

**3** Il 70% degli iscritti a medicina veterinaria mangia una pizza almeno una volta alla settimana. Tra questi, il 40% degli iscritti non ci beve insieme una bevanda alcolica.

Quindi, la percentuale degli iscritti a Medicina Veterinaria che mangiano pizza almeno una volta alla settimana senza accompagnarla con bevande alcoliche è il 40% del 70%:

$$(400/100) \cdot (70/100) = 28000/10000 = 28/100 = 28\%.$$

La risposta B è errata: è la percentuale di chi non beve bevande alcoliche sulla totalità di chi mangia almeno una pizza a settimana, non sulla totalità degli iscritti a Medicina Veterinaria.

**3** Il 4% del 20% di un numero è 1; qual è il numero?

**A** 125

**C** 80

**E** 24

**B** 20

**D** 16

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 71, 1998)

Ricorda che una percentuale di una percentuale si calcola moltiplicando le due percentuali scritte sotto forma di frazione.

**4** Il 4% del 20% del numero incognito  $X$  è 1, significa  $4/100 \cdot 20/100 \cdot X = 1$ , da cui  $X = (100 \cdot 100) / (4 \cdot 20) = 125$ .

**4** Il 2% del 30% di una certa quantità:

**A** dipende dal valore della quantità

**B** corrisponde allo 0,6% di quella quantità

**C** corrisponde al 6% di quella quantità

**D** corrisponde al 32% di quella quantità

**E** corrisponde al 60% di quella quantità

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2002)

**5** Il 2% del 30% è  $(2 / 100) \cdot (30 / 100) = 6 / 1000 = 0,6\%$ .

La risposta A è errata: una percentuale non dipende dalla quantità.

La risposta C è errata: il 20% del 30% corrisponde al 6%.

La risposta D è errata: la percentuale di una percentuale non è la somma delle percentuali! Altrimenti il 50% del 50% sarebbe il 100%.

La risposta E è errata: si moltiplicano le percentuali ma scritte sotto forma di frazione.

**5** Se il 35% di  $X$  è uguale a 175, il 60% di  $X$  vale:

**A** 350

**C** 300

**E** 315

**B** 280

**D** 180

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2007)

**6** Il 35% di  $X$  è 175. Ciò significa che  $(35 / 100) \cdot X = 175$ , da cui  $X = 175 \cdot 100 / 35 = 500$ .

Quindi il 60% di 500 è  $500 \cdot 60 / 100 = 300$ .

La risposta A è errata: 350 è il doppio di 175, quindi è il 70% di  $X$  (il doppio del 35%).

**6** Lo 0,00002 ‰ (cioè: per mille) del numero  $N$  vale 0,006. Quanto vale  $N$ ?

**A**  $N = 120\,000$

**D**  $N = 300\,000$

**B**  $N = 900\,000$

**E**  $N = 600\,000$

**C**  $N = 30\,000$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 1999)

**7** Devi risolvere l'equazione  $N \cdot 0,00002 / 1000 = 0,006$ . Moltiplicando per 100 000 entrambi i membri si ha l'equazione equivalente  $N \cdot 2 / 1000 = 600$ , da cui  $N = 300\,000$ .

**7** Il valore di un'azione è cresciuto da 8 € a 13,60 €. Quale è stata la variazione percentuale?

**A** 41%

**C** 75%

**E** 65%

**B** 70%

**D** 136%

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2007)

**8** La variazione percentuale di un valore  $V$  è:

$$(V_{\text{finale}} - V_{\text{iniziale}}) / V_{\text{iniziale}} = (13,60 - 8) / 8 = 5,6 / 8 = 0,7.$$

Esprimiamo 0,7 in forma percentuale, ottenendo il 70%.

La risposta D è da escludere: una grandezza che ha una variazione percentuale superiore al 100%, aumenterebbe più del doppio e nel nostro caso l'azione è aumentata da 8 € a 13,60. La risposta A è da escludere: una grandezza che ha una variazione percentuale inferiore al 50%, aumenterebbe meno della metà e nel nostro caso l'azione è aumentata da 8 € a 13,60.

- ★ **8** Una ditta che vendeva un medicinale in confezioni da 100 g al prezzo di 10 € ciascuna, ha ridotto ora le confezioni a 80 grammi, mantenendo il prezzo di 10 €. Di quanto è aumentato il prezzo del medicinale?

**A** del 25%      **C** del 10%      **E** del 15%  
**B** dell'80%      **D** del 20%

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2010)

🔍 Proponiamo due soluzioni:

- 1) Se il medicinale non aumentasse di prezzo, una confezione di 80 g costerebbe 8 €. Dato che ne costa 10, il medicinale ha avuto un aumento di  $1/4$  del suo valore, quindi del 25%.
- 2) Il medicinale aveva un prezzo di  $10 \text{ €} / 100 \text{ g} = 0,1 \text{ €/g}$ . Dopo il rincaro, ha un prezzo di  $10 \text{ €} / 80 \text{ g} = 0,125 \text{ €/g}$ . L'aumento percentuale è quindi pari a:  $(0,125 - 0,1) / 0,1 = 0,25$ . Esprimiamo 0,25 in forma percentuale, ottenendo il 25%.

- ★ **9** Se in una città ci fosse un medico ogni 500 abitanti, quale sarebbe la percentuale di medici?

**A** 0,2%      **C** 0,02%      **E** 0,5%  
**B** 2%      **D** 5%

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 52, 2000)

🔍 Proponiamo due soluzioni:

- 1) Se ci fosse un medico ogni 100 abitanti, la percentuale sarebbe dell'1%. Dato che gli abitanti sono 500, devi dividere la percentuale per 5, ottenendo lo 0,2%.
- 2) Usando la definizione di percentuale:  $(1 / 500) \cdot 100 = 0,2\%$ .

- ★ **10** Se sul prezzo di un oggetto si pratica uno sconto del 30%, e quindi sul nuovo prezzo così ottenuto si applica un nuovo sconto del 20%, quanto vale in % lo sconto (cioè la riduzione percentuale) totale sul prezzo iniziale?

**A** 50%      **C** 44%      **E** 66%  
**B** 36%      **D** 72%

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 84, 1999)

🔍 Se il primo sconto è stato del 30%, il nuovo prezzo sarà il 70% di quello iniziale.

Adesso viene applicato un nuovo sconto del 20% e quindi il nuovo prezzo sarà l'80% dell'attuale prezzo. Quindi l'oggetto costa l'80% del 70% del prezzo originario, ossia:  $(80 \cdot 70) / (10000) = 0,56$ , che in forma di percentuale è il 56% (del prezzo originario). All'oggetto è stato quindi applicato complessivamente uno sconto del 44%.

- ★ **11** Il prezzo di listino di un elettrodomestico è di € 680,00. Viene venduto per € 595,00. Quale percentuale di sconto è stata praticata?

**A** 13,5%      **C** 13%      **E** 14,5%  
**B** 12,5%      **D** 12%

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2007)

🔍 Dalla definizione di variazione percentuale si ha:  $(680,00 - 595,00) / 680,00 = 0,125$ , che in forma di percentuale è il 12,5%.

- **12** I cioccolatini contenuti in una confezione sono di due tipi: fondenti e al latte. Il 70% è di cioccolato fondente e 15 cioccolatini sono invece al latte. Quanti cioccolatini ci sono nella scatola?

**A** 85      **C** 25      **E** 50  
**B** 43      **D** 120

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2004)

🔍 Se il 70% sono fondenti, il 30% saranno al latte. Se il 30% corrisponde a 15 cioccolatini, il 70% corrisponderà a 35 cioccolatini. In totale ci sono quindi  $15 + 35 = 50$  cioccolatini.

Attenzione: se il 30% è pari a 15, il 100% sarà un po' più del triplo (45) e meno del quadruplo (60). Quindi puoi escludere tutte le risposte tranne quella esatta.

- **13** La massa iniziale di un animale è  $M_0 = 40 \text{ kg}$ . Dopo un mese l'animale ha massa  $M_1$  aumentata del 25%. Al secondo mese l'animale raggiunge la massa  $M_2$ , in seguito ad un aumento pari al 20% di  $M_1$ . Infine al terzo mese la massa raggiunge il valore  $M_3$  con un aumento del 5% rispetto a  $M_2$ . Quanto vale la massa  $M_3$ ?

**A** 58 kg      **C** 63 kg      **E** 53 kg  
**B** 68 kg      **D** 48 kg

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 82, 1999)

🔍 Proponiamo due soluzioni:

- 1)  $M_0 = 40 \text{ kg}$   
 Per calcolare  $M_1$ : aumento del 25% di  $M_0$ :  $25\% \cdot 40 \text{ kg} = 25 \cdot 40 \text{ kg} / 100 = 10 \text{ kg}$ .  
 $M_1 = 50 \text{ kg}$ .  
 Per calcolare  $M_2$ : aumento del 20% di  $M_1$ :  $20\% \cdot 50 \text{ kg} = 20 \cdot 50 \text{ kg} / 100 = 10 \text{ kg}$ .  
 $M_2 = 60 \text{ kg}$ .  
 Per calcolare  $M_3$ : aumento del 5% di  $M_2$ :  $5\% \cdot 60 \text{ kg} = 5 \cdot 60 \text{ kg} / 100 = 3 \text{ kg}$ .  
 $M_3 = 63 \text{ kg}$ .

- 2) Un aumento del 25% equivale a un aumento di  $1/4$  della massa iniziale. Quindi l'animale passa da 40 kg a 50 kg. Un aumento del 20% equivale a  $1/5$  della seconda massa. Quindi l'animale passa da 50 kg a 60 kg. Un aumento del 5% equivale alla  $1/20$  dell'ultima massa. Quindi l'animale passa da 60 kg a 63 kg.

- ★ **14** Se si aumentano la lunghezza della base di un rettangolo del 50% e quella dell'altezza del 20% l'area aumenta del:

**A** 50%      **C** 100%      **E** 20%  
**B** 70%      **D** 80%

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2001)

🔍 Proponiamo due soluzioni:

- 1) In quesiti di questo tipo, è spesso conveniente sostituire dei numeri per verificare la soluzione esatta.

## Le percentuali

Prendiamo un rettangolo di base 20 e altezza 10, che ha area  $A = 200$ .

Aumentando la base del 50% e l'altezza del 20% si ha un nuovo rettangolo con base e altezza pari, rispettivamente, a 30 e 12, la cui area è  $A' = 360$ .

L'area ha avuto quindi un aumento percentuale pari a:  $(360 - 200)/200 = 0,8$ . Esprimiamo 0,8 in forma percentuale, ottenendo l'80%.

- 2) Altrimenti puoi risolvere il quesito in generale. Poniamo la base  $= b$ , che poi diventa  $b + (50/100) b$  e l'altezza  $= h$ , che poi diventa  $h + (20/100) h$ . L'area iniziale è  $A = b \cdot h$ .

La nuova area, dopo gli incrementi di base e altezza è  $A' = (b + (50/100)b) \cdot (h + (20/100)h) = bh + (20/100)bh + (50/100)bh + ((50 \cdot 20)/10\,000)bh = bh + (80/100)bh$ .

L'area ha avuto quindi un incremento dell'80%.

- ★ **15** Diminuendo del 10% la lunghezza del lato di un quadrato, l'area del quadrato che si ottiene diminuisce del ...

- A** 11%      **C** 40%      **E** 10%  
**B** 19%      **D** 20%

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 2010)

In quesiti di questo tipo, è spesso conveniente sostituire dei numeri per verificare la soluzione esatta.

🔍 Proponiamo due soluzioni:

- 1) Consideriamo un quadrato di lato 10, che ha area  $A = 100$ .  
Diminuendo il lato del 10%, si ha il nuovo lato pari a 9, da cui un'area  $A' = 81$ .  
Quindi l'area del quadrato è diminuita del 19% ( $81 = 100 - 19$ ).
- 2) Altrimenti puoi risolvere il quesito in generale: Poniamo il lato  $= L$ , che poi diventa  $L - (10/100) L$ . L'area iniziale è  $A = L^2$ .  
La nuova area, dopo la diminuzione del lato è:  
 $A' = (L - (10/100)L)^2 = L^2 - (20/100)L^2 + (1/100)L^2 = L^2 - (19/100)L^2$   
L'area del quadrato è diminuita del 19%.

- ★ **16** Aumentando del 10% le lunghezze della base e dell'altezza di un rettangolo, l'area aumenta del:

- A** 20%      **C** 121%      **E** 100%  
**B** 21%      **D** 10%

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 2009)

🔍 Proponiamo due soluzioni:

- 1) Consideriamo un rettangolo di base 20 e altezza 10, che ha area  $A = 200$ .  
Aumentando la base del 10% e l'altezza del 10%, si ha il nuovo rettangolo con base e altezza pari, rispettivamente, a 22 e 11, la cui area è  $A' = 242$ .  
L'area ha avuto quindi un aumento percentuale

pari a:  $(242 - 200)/200 = 0,21$ . Esprimiamo 0,21 in forma percentuale, ottenendo il 21%.

- 2) Poniamo la base  $= b$ , che poi diventa  $b + (10/100) b$  e l'altezza  $= h$ , che poi diventa  $h + (10/100) h$ . L'area iniziale è  $A = b \cdot h$ .

La nuova area, dopo gli incrementi di base e altezza è:  
 $A' = (b + (10/100)b) \cdot (h + (10/100)h) = bh + (10/100)bh + (10/100)bh + ((10 \cdot 10)/10\,000)bh = bh + (21/100)bh$ .

L'area ha avuto quindi un incremento del 21%.

- ★ **17** In due triangoli simili, le misure dei lati del più piccolo sono uguali al 50% delle corrispondenti misure del più grande; il rapporto tra l'area del triangolo maggiore e quella del triangolo minore è:

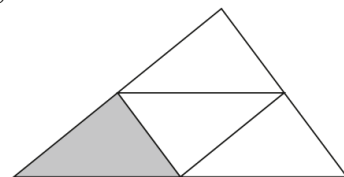
- A** 0,25      **B** 4  
**C** 0,5      **D** 2  
**E** i dati forniti non sono sufficienti per rispondere

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 88, 1998)

Ricorda che in due triangoli simili, i lati sono in proporzione, e così anche le altezze.

🔍 Proponiamo due soluzioni:

- 1) Se le misure dei lati del secondo triangolo sono uguali al 50% delle misure dei lati del primo triangolo, lo saranno anche le corrispondenti altezze. Chiamiamo  $2b$  e  $2h$  la base e la relativa altezza del primo triangolo,  $b$  e  $h$  la base e la relativa altezza del secondo triangolo.  
La prima area è  $1/2 \cdot 2b \cdot 2h = 2bh$ , la seconda area è  $1/2 \cdot bh$ . Si conclude che il rapporto tra la prima area e la seconda è  $2 / (1/2) = 2 \cdot 2 = 4$ .
- 2) Unendo i punti medi dei lati del primo triangolo, si suddivide la figura in 4 triangoli congruenti. Dalla figura si vede che, dal punto di vista geometrico, l'area del triangolo grande è 4 volte quella del triangolo grigio.



- ★ **18** Il 31 dicembre di ogni anno, l'Istituto di Statistica di un determinato Paese pubblica nel proprio Rapporto annuale l'ammontare delle spese mediche sostenute in quell'anno. Ipotizzando una crescita annua del 30% delle spese mediche, nel Rapporto di quale anno apparirà per la prima volta un ammontare superiore al doppio della spesa sostenuta nel 2010?

- A** 2014      **C** 2013      **E** 2015  
**B** 2012      **D** 2011

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 2010)



Proponiamo due soluzioni:

- 1) Il 31 dicembre del 2010 si ha una spesa  $S$  pari per esempio a 100.  
Il 31 dicembre del 2011 si ha una spesa  $S$  pari a 130 (incremento del 30%).  
Il 31 dicembre del 2012 si ha una spesa  $S$  pari a 169 (incremento del 30%).  
Il 31 dicembre del 2013 si ha una spesa  $S$  pari a 219,7 (incremento del 30%).
- 2) Ogni 31 dicembre la spesa  $S$  diventa  $S + (30/100) \cdot S = (130/100) \cdot S = 1,3 \cdot S$ .  
Quindi dopo  $N$  anni si ha una spesa pari a  $(1,3)^N \cdot S$ .  
Per  $N = 3$  (che corrisponde al 2013) si ha  $(1,3)^3 > 2$ .  
La risposta D è errata: se una grandezza aumenta del 30%, non raddoppia.



**19** In un contenitore ci sono 2 litri di liquido, di cui il 75% è vino ed il restante 25% è acqua. Determinare quanti centimetri cubi di vino bisogna aggiungere per portare la percentuale di vino all'80%.

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A 200 | <input type="checkbox"/> D 500 |
| <input type="checkbox"/> B 400 | <input type="checkbox"/> E 300 |
| <input type="checkbox"/> C 100 |                                |

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 2011)

Ricorda che 1 centilitro equivale a  $10 \text{ cm}^3$ .



Nel contenitore ci sono 150 cL di vino e 50 cL di acqua, pari rispettivamente al 75% e al 25% di 2 litri. Devi trovare la quantità di vino  $X$  da aggiungere in modo che la percentuale di vino sia l'80%.  
Quindi  $(150 + X) / (200 + X) = 80/100$ . Risolvendo l'equazione ottieni  $750 + 5X = 800 + 4X$ , da cui  $X = 50 \text{ cL}$ .  
Quindi la quantità di vino da aggiungere è  $50 \text{ cL} = 500 \text{ cm}^3$ .



**20** Una commissione è composta per il 60% da donne, di cui il 40% sono laureate in Veterinaria. Inoltre, nel totale della commissione (uomini e donne), i laureati in Veterinaria sono il 60%. Determinare, tra gli uomini presenti in commissione, la percentuale di quelli laureati in Veterinaria.

- |                                |
|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A 40% |
| <input type="checkbox"/> B 60% |
| <input type="checkbox"/> C 20% |
| <input type="checkbox"/> D 90% |
| <input type="checkbox"/> E 80% |

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2011)



Nella commissione ci sono il 60% di donne e il 40% di uomini.  
Le donne laureate in Veterinaria sono il 40% del 60%:  
 $(40 / 100) \cdot (60 / 100) = 24 / 100 = 24\%$ .  
Quindi il 24% della commissione è costituita da donne laureate in veterinaria.

Dato che in totale, nella commissione ci sono il 60% di veterinari, significa che gli uomini laureati in Veterinaria sono il 36% della commissione.

Ma dato che in commissione ci sono il 40% di uomini, la percentuale di uomini della commissione laureati in Veterinaria è pari a  $36 / 40 = 0,9 = 90\%$ .



**21** All'inizio del 2007 ho comprato alcune azioni che a fine anno hanno guadagnato il 10% del valore, ma a fine del 2008 hanno perso il 10% del valore. Rispetto al valore iniziale, quello finale è:

- |  |
|--|
| <input type="checkbox"/> A Aumentato dell'1% |
| <input type="checkbox"/> B Aumentato del 10% |
| <input type="checkbox"/> C Lo stesso         |
| <input type="checkbox"/> D Diminuito del 10% |
| <input type="checkbox"/> E Diminuito dell'1% |

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 2009)

Ricorda che se una grandezza aumenta (o diminuisce) di una certa percentuale e poi diminuisce (o aumenta) della stessa percentuale, NON torna al suo valore iniziale, ma a un valore INFERIORE.



Per quanto ricordato sugli aumenti e le diminuzioni percentuali, puoi escludere le risposte A, B, C. Infine la risposta D è errata perché le azioni non possono essere diminuite del 10% visto che hanno subito un innalzamento del 10% a fine 2007.

Proponiamo altre due soluzioni per risolvere l'esercizio senza andare per esclusione.

- 1) Puoi sostituire dei numeri per verificare la soluzione esatta.  
Per esempio, le azioni valgono inizialmente 100, a fine 2007 valgono 110 (incremento del 10%).  
Alla fine del 2008 subiscono un decremento del 10%. Il 10% di 110 è 11, e quindi le azioni valgono 99.
- 2) Altrimenti puoi risolvere il quesito in generale:  
Inizio 2007: le azioni valgono  $X$ .  
Fine 2007: le azioni valgono  $X + (10 / 100) \cdot X = (110/100) \cdot X$ .  
Fine 2008: le azioni valgono  $(110 / 100) \cdot X - (10 / 100) \cdot (110 / 100) \cdot X = (99 / 100) \cdot X$ .



**22** All'inizio del 2007 ho comprato 1000 € di azioni. Nel 2007 il valore è aumentato del 5% e nel 2008 del 10%. A fine del 2008 quanto avrò guadagnato rispetto all'inizio del 2007?

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A 100 € | <input type="checkbox"/> D 155 € |
| <input type="checkbox"/> B 115 € | <input type="checkbox"/> E 80 €  |
| <input type="checkbox"/> C 110 € |                                  |

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 2009)

## Le percentuali

🔍 All'inizio del 2007 ho 1000 €. Durante l'anno le azioni aumentano del 5%, ossia di  $(5/100) \cdot 1000 \text{ €} = 50 \text{ €}$ . Quindi le azioni raggiungono il valore di 1050 €. Nel 2008, le azioni aumentano del 10%, ossia  $(10/100) \cdot 1050 \text{ €} = 105 \text{ €}$ .

Quindi nel 2008, le azioni valgono 1155 € e ho quindi guadagnato 155 €.

La risposta A è errata: 100 € è pari solo a un aumento del 10%.

In generale, anche senza far calcoli, sapendo che il 5% di 1000 è 50 e il 10% di 1000 è 100, puoi concludere che l'aumento delle azioni è maggiore di 150 €.

L'unica risposta maggiore di 150 € è la D.

**23** Se investo 12 000 € per 3 mesi al tasso annuale del 5%, l'interesse che ottengo per tali tre mesi è ...

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A 15,00 €  | <input type="checkbox"/> D 60,00 €  |
| <input type="checkbox"/> B 150,00 € | <input type="checkbox"/> E 600,00 € |
| <input type="checkbox"/> C 300,00 € |                                     |

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2008)

🔍 Ricorda che il tasso è annuale!

Il 5% di 12 000 € è  $(5/100) \cdot 12\,000 \text{ €} = 600 \text{ €}$ . Quindi in un anno il mio investimento frutta 600 €. In 3 mesi ( $1/4$  di un anno), il mio investimento frutta  $600 \text{ €} / 4 = 150 \text{ €}$ .

La risposta A è errata: in 9 giorni (considerando mesi di 30 giorni) ottengo 15 € di interesse.

La risposta C è errata: in 6 mesi ottengo 300 € di interesse.

La risposta D è errata: in 36 giorni (considerando mesi di 30 giorni) ottengo 60 € di interesse.

La risposta E è errata: in un anno ottengo 600 € di interesse.

★ **24** Qual è la cifra in euro che, impiegata per sei mesi al tasso annuo di interesse semplice del 2%, produce un guadagno di 500 €?

- |                                    |                                   |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A 12 500  | <input type="checkbox"/> D 25 000 |
| <input type="checkbox"/> B 50 000  | <input type="checkbox"/> E 10 000 |
| <input type="checkbox"/> C 100 000 |                                   |

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2009)

🔍 Chiamiamo  $X$  la cifra da impiegare. Sapendo che il tasso annuo è del 2%, in 6 mesi si avrà un aumento dell'1%. Se in 6 mesi, viene prodotto un guadagno di 500 €, significa che  $(1/100) \cdot X = 500 \text{ €}$ , da cui  $X = 50\,000 \text{ €}$ .

La risposta A è errata: 12500 € produrrebbe un guadagno di 125 €.

La risposta C è errata: 100 000 € produrrebbe un guadagno di 1000 €.

La risposta D è errata: 25 000 € produrrebbe un guadagno di 250 €.

La risposta E è errata: 10 000 € produrrebbe un guadagno di 100 €.

★ **25** Il 3% di una certa somma ammonta a lire 60 000. Allora l'intera somma ammonta a lire:

- |                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A 50 000    | <input type="checkbox"/> D 7 000 000 |
| <input type="checkbox"/> B 2 000 000 | <input type="checkbox"/> E 1 930 000 |
| <input type="checkbox"/> C 200 000   |                                      |

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 81, 1998)

🔍 Il 3% di  $X$  è 60 000, significa che  $(3/100) \cdot X = 60\,000$ , da cui  $X = 60\,000 \cdot 100 / 3 = 2\,000\,000$ .

Attenzione alla risposta C: se il 3% di  $X$  fosse 6000,  $X$  sarebbe 200 000.

22 D 23 B 24 B 25 B  
15 B 16 B 17 B 18 C 19 D 20 D 21 E  
8 A 9 A 10 C 11 B 12 E 13 C 14 D  
1 A 2 A 3 A 4 B 5 C 6 D 7 B


Soluzioni:

**1** In una serie ordinata di 41 dati la mediana è:

- ☐ A la media aritmetica del 20° e 21° dato
- ☐ B un dato compreso tra il 20° e il 21°
- ☐ C il 21° dato
- ☐ D la media aritmetica del 19° e 20° dato
- ☐ E il 20° dato

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 67, 2001)

Ricorda che la mediana di una distribuzione di dati ordinati è il valore centrale quando il numero dei dati è dispari, o la media aritmetica dei due valori centrali quando il numero dei dati è pari.


-  In una serie ordinata di 41 dati, la mediana è il 21° dato. Infatti, il 21° dato è il centrale, avendo 20 dati che lo precedono e altri 20 che lo seguono. La risposta A è errata: sarebbe esatta per 40 dati. La risposta B è errata: non ci sono dati tra il 20° e il 21°. La risposta D è errata: sarebbe esatta per 38 dati. La risposta E è errata: sarebbe esatta per 39 dati.

**2** Uno studente universitario ha superato 4 esami, e ha la media di 23; quale è il voto minimo che lo studente dovrà prendere all'esame successivo affinché la media diventi almeno 25?

- ☐ A Qualunque sia il voto all'esame successivo, la media non potrà raggiungere il valore 25.
- ☐ B 26
- ☐ C 29
- ☐ D 28
- ☐ E 30

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 89, 1998)


Ricorda che la media dei voti è la somma di tutti i voti divisa per il numero dei voti.

-  Proponiamo due soluzioni:
- 1) Non sappiamo quali siano i voti dei primi 4 esami, ma è come se lo studente avesse preso 4 volte 23. Chiamiamo  $X$  il voto che lo studente deve prendere all'ultimo esame per avere come media 25. Si ha  $(23 + 23 + 23 + 23 + X) / 5 = 25$ . Risolvendo l'equazione si ha  $92 + X = 125$ , da cui  $X = 33$ . Ricorda che al massimo all'Università il voto è 30, quindi lo studente non potrà raggiungere con un unico esame la media del 25.
  - 2) Sostituiamo le soluzioni e vediamo quale dà come media 25. Si nota che anche con il voto 30 si ha la media:  $(23 + 23 + 23 + 23 + 30) / 5 = 24,4$ . Quindi lo studente non potrà raggiungere con un unico esame la media del 25.

**3** Uno studente ha avuto 5 e mezzo ai primi due compiti. Quale voto dovrà raggiungere al terzo compito per ottenere la media del 6?

- ☐ A Non ce la può fare
- ☐ B 6 e mezzo
- ☐ C 5 e mezzo
- ☐ D 6
- ☐ E 7

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 2009)

 Proponiamo due soluzioni:


- 1) Chiamiamo  $X$  il voto che lo studente deve prendere all'ultimo compito per avere come media 6. Si ha  $(5,5 + 5,5 + X) / 3 = 6$ . Risolvendo l'equazione si ha  $11 + X = 18$ , da cui  $X = 7$ .
- 2) Sostituiamo le soluzioni e vediamo quale dà come media 6. Si nota che l'unico voto che dà come media 6 è il 7:  $(5,5 + 5,5 + 7) / 3 = 6$

**4** La somma algebrica degli scarti rispetto alla media aritmetica dei numeri  $-4, -3, -2, 5, 6, 7$  è:

- ☐ A 2,43
- ☐ B 0
- ☐ C 35
- ☐ D 7
- ☐ E 17

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 88, 1998)


Ricorda che la media aritmetica degli scarti rispetto alla media è sempre pari a 0.

-  In ogni caso, puoi calcolare la media algebrica:  $(-4 - 3 - 2 + 5 + 6 + 7) / 6 = 1,5$ . Quindi i rispettivi scarti sono  $-5,5; -4,5; -3,5; +3,5; +4,5; +5,5$ . La media degli scarti è  $(-5,5 - 4,5 - 3,5 + 3,5 + 4,5 + 5,5) / 6 = 0$ . Le risposte A, C, D, E sono errate: fai la media aritmetica degli scarti tenendo conto del loro segno!

★ **5** Quanti sono i numeri naturali formati da tre cifre significative distinte?

- ☐ A 648
- ☐ B 504
- ☐ C 720
- ☐ D 120
- ☐ E 630

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2006)

-  La prima cifra può essere scelta tra 9 (non può iniziare con lo zero), la seconda cifra può essere scelta tra 9 (perché deve essere differente dalla prima cifra), la terza cifra può essere scelta tra 8 (perché deve essere differente dalle prime due cifre). Quindi  $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ . Le altre risposte sono errate per motivi di calcolo.

## La statistica e il calcolo combinatorio

- ★ **6** Quanti sono i numeri naturali formati da al più quattro cifre dispari distinte?

**A** 625  
**B** 180  
**C** 30  
**D** 205  
**E** 120

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 2006)

- 🔍 Le cifre dispari sono 5.  
 I numeri costituiti da 1 sola cifra possono essere 5.  
 I numeri costituiti da 2 cifre dispari distinte possono essere  $5 \cdot 4 = 20$ .  
 I numeri costituiti da 3 cifre dispari distinte possono essere  $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ .  
 I numeri costituiti da 4 cifre dispari distinte possono essere  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ .  
 In totale si hanno quindi 205 numeri possibili.

- ★ **7** Quanti sono i numeri di tre cifre (non necessariamente distinte) che si possono scrivere con le cifre 2, 3 e 5?

**A** 6  
**B** 27  
**C** 15  
**D** 12  
**E** 9

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2008)

Una disposizione con ripetizione di  $n$  elementi di classe  $k$  indica tutti i gruppi che si possono formare con  $k$  elementi, anche ripetuti, presi tra gli  $n$ , tali che ogni gruppo è diverso dagli altri per gli elementi contenuti o per il loro ordine:  $D'_{n,k} = n^k$ .

- 🔍 Proponiamo due soluzioni:  
 1) Dal quesito si ha una disposizione con ripetizione tale che  $n = 3, k = 3$ , quindi  $3^3 = 27$ .  
 2) Con 2, 3 e 5 (e in generale con 3 cifre), si possono scrivere  $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$  numeri.  
 Infatti ognuna delle tre cifre può essere scelta tra 3 a disposizione.

La risposta A sarebbe stata esatta se il quesito avesse chiesto "senza ripetizione".

- ★ **8** Disponendo di 7 lettere dell'alfabeto, tutte diverse, il numero di parole con 4 lettere che si possono formare ponendo ripetere 2 o 3 o 4 volte la stessa lettera è:

**A**  $4^4$   
**B**  $7^4$   
**C**  $4^7$   
**D** 49  
**E**  $7^7$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 81, 1997)

- 🔍 Proponiamo due soluzioni:  
 1) Dal quesito si ha una disposizione con ripetizione tale che  $n = 7, k = 4$ , quindi  $7^4$ .  
 2) Con un altro ragionamento, puoi pensare che hai a disposizione 7 lettere per ogni casella:

7	7	7	7
---	---	---	---

Quindi  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$ .

Puoi osservare che avendo come dati 4 e 7, è plausibile pensare che le risposte A e E (in cui non si utilizzano rispettivamente i dati 7 e 4) siano errate.

- ★ **9** Determinare quante sono le parole di 7 lettere (anche senza senso) che si possono scrivere utilizzando solo le 4 lettere A, C, G, T (si intende che non bisogna necessariamente utilizzare tutte le 4 lettere, per cui per esempio anche la parola AGGTATA va bene).

**A**  $7 \cdot 4$  **D**  $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$   
**B**  $(7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4) / (4 \cdot 3 \cdot 2)$  **E**  $4^7$   
**C**  $7^4$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 2011)

- 🔍 Proponiamo due soluzioni:  
 1) Dal quesito si ha una disposizione con ripetizione tale che  $n = 4, k = 7$ , quindi  $4^7$ .  
 2) Con un altro ragionamento, puoi pensare che hai a disposizione 4 lettere per ogni casella:

4	4	4	4	4	4	4
---	---	---	---	---	---	---

Quindi  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^7$ .

La risposta A può essere esclusa immediatamente: 28 è un numero troppo piccolo, puoi trovare facilmente almeno 29 parole lunghe 7 lettere costituite con le lettere ACGT.

- ★ **10** Tredici persone si stringono la mano. Ciascuna stringe la mano a tutte le altre. Quante sono le strette di mano in totale?

**A** 26 **D** 169  
**B** 156 **E** 13  
**C** 78

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 2009)

Ricorda che i primi  $N$  numeri naturali si sommano con la formula  $N \cdot (N + 1) / 2$ .

Inoltre, una combinazione semplice di  $n$  elementi di classe  $k < n$  indica tutti i gruppi che si possono formare con  $k$  elementi, presi tra gli  $n$ , tali che ogni gruppo sia diverso dagli altri per almeno un elemento contenuto:

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!},$$

con  $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ .

🔍 Proponiamo due soluzioni:

- 1) La prima persona dà 12 strette di mano; la seconda 11, perché ha già stretto la mano alla prima; la terza 10, perché ha già stretto la mano alla prima e alla seconda e così via...

Quindi devi calcolare la somma dei primi 12 numeri naturali, che (secondo la formula nota) è uguale a 78.

- 2) Per risolvere il quesito proposto, puoi calcolare:

$$\binom{13}{2} = \frac{13!}{2! \cdot 11!} = 13 \cdot 6 = 78.$$

**11** Indicare la risposta giusta tra le seguenti affermazioni, che riguardano il calcolo del valore medio (media aritmetica) di un certo numero  $N$  di numeri reali (tra cui alcuni sono positivi, altri negativi):

- ☐ A non è possibile calcolare il valore medio di  $N$  numeri, se alcuni sono positivi e altri negativi
- ☐ B il valore medio è ottenuto dividendo la somma (algebrica cioè ogni numero con il suo segno) degli  $N$  numeri per la radice quadrata di  $N$
- ☐ C il valore medio è ottenuto dividendo la somma dei valori assoluti degli  $N$  numeri per il loro numero  $N$
- ☐ D il valore medio è ottenuto dividendo la somma (algebrica, cioè ogni numero con il suo segno) degli  $N$  numeri per il loro numero  $N$
- ☐ E il valore medio è ottenuto moltiplicando la somma (algebrica) degli  $N$  numeri per il loro numero  $N$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 60, 2000)

La media di  $N$  numeri è la somma algebrica dei numeri diviso  $N$ .

🔍 La risposta A è errata: si può calcolare la media di numeri negativi e positivi.

La risposta B è errata: per calcolare la media non si divide per la radice quadrata di  $N$ .

La risposta C è errata: per calcolare la media non si sommano i valori assoluti dei numeri.

La risposta E è errata: per calcolare la media non si moltiplica la somma algebrica per  $N$ .

★ **12** Quanti sono i numeri naturali di quattro cifre dispari distinte?

- ☐ A 5
- ☐ B 60
- ☐ C 120
- ☐ D 20
- ☐ E 625

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 2006)

🔍 Le cifre dispari sono 5 (le cifre 1, 3, 5, 7, 9): la prima cifra può essere scelta tra 5, la seconda tra 4, la terza tra 3, la quarta tra 2. Quindi  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ .

Soluzioni:  
8 B 8  
9 E 10 C  
11 D 12 C  
13 A 14 B  
15 E 16 A  
17 C 18 D  
19 B 20 A

- ★ **1** Tirando contemporaneamente cinque dadi con facce numerate da 1 a 6, qual è la probabilità di ottenere cinque numeri pari?

[A]  $\frac{1}{32}$                       [C]  $\frac{1}{10}$                       [E]  $\left(\frac{1}{6}\right)^5$   
 [B]  $\frac{1}{25}$                       [D]  $\frac{1}{6}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 71, 2012)

Ricorda il teorema del prodotto di eventi indipendenti: se due eventi  $E$  ed  $F$  sono indipendenti, la probabilità del loro evento intersezione è pari al prodotto delle loro probabilità.

- 🔍 Tirando un dado, la probabilità di ottenere un numero pari è  $\frac{1}{2}$ .

Allora  $P(5 \text{ numeri pari}) = (1/2) \cdot (1/2) \cdot (1/2) \cdot (1/2) \cdot (1/2) = (1/2)^5 = 1/32$ .

La risposta D è errata: è la probabilità di ottenere un numero determinato (per esempio il numero 3) in un lancio di un dado.

La risposta E è errata: è la probabilità di ottenere un numero determinato (per esempio il numero 3) in 5 lanci consecutivi di un dado.

- ★ **2** Nel lancio di un dado con sei facce sia  $E$  l'evento: "esce un numero maggiore di 2". La probabilità dell'evento  $\bar{E}$  (complementare di  $E$ ) è:

[A]  $\frac{1}{2}$                       [C]  $\frac{3}{4}$                       [E]  $-\frac{2}{3}$   
 [B]  $\frac{1}{3}$                       [D]  $\frac{2}{3}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 68, 2001)

Ricorda che la probabilità è un numero sempre positivo o, tutt'al più, nullo.

Inoltre ricorda che la probabilità  $P(E)$  di un evento è il quoziente tra il numero dei casi favorevoli e quello dei casi possibili, quando essi sono tutti ugualmente possibili.

- 🔍 Puoi eliminare subito la risposta E: la probabilità non può essere negativa.

Se  $E$  è l'evento "esce un numero maggiore di 2", il complementare di  $E$  è "NON esce un numero maggiore di 2", ossia "esce o il numero 1 o il numero 2". Sono quindi 2 i casi favorevoli e 6 quelli possibili, allora la probabilità del complementare di  $E$  è  $2/6 = 1/3$ .

La risposta D è errata: è la probabilità dell'evento  $E$ , non del complementare di  $E$ .

- ★ **3** Una scatola contiene 60 biglietti numerati da 1 a 60. Estrahendo un biglietto a caso, qual è la probabilità che il numero risulti maggiore di 57 oppure minore di 4?

[A]  $\frac{1}{10}$                       [C]  $\frac{9}{60}$                       [E]  $\frac{9}{3600}$   
 [B]  $\frac{5}{60 \cdot 59}$                       [D]  $\frac{5}{60}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 90, 1997)

- 🔍 Se  $E$  è l'evento "esce un numero maggiore di 57 o minore di 4", il numero di casi favorevoli è 6: infatti sono "casi favorevoli" i numeri 1, 2, 3, 58, 59, 60.

Il numero di casi possibili è invece 60.

La probabilità dell'evento richiesto è quindi:

$$P(X > 57 \text{ o } X < 4) = 6/60 = 1/10$$

La risposta C è errata: i casi possibili sono 60, ma i casi favorevoli non sono 9.

La risposta D è errata: i casi possibili sono 60, ma i casi favorevoli non sono 5.

- ★ **4** In un vassoio ci sono 100 caramelle di cui 35 all'arancia, 33 alla menta e 32 al limone. Prendendo a caso una caramella dal vassoio, qual è la probabilità che non sia alla menta?

[A] 0,65                      [D] 0,68  
 [B] 0,67                      [E] 0,32  
 [C] 0,33

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2002)

- 🔍 Se  $E$  è l'evento "NON esce una caramella alla menta", il numero di casi favorevoli è 67: le 35 caramelle all'arancia e le 32 caramelle al limone.

Il numero di casi possibili è invece 100: il totale delle caramelle.

La probabilità dell'evento richiesto è quindi:

$$P(E) = 67/100 = 0,67.$$

La risposta A è errata: è la probabilità di prendere una caramella che non sia all'arancia.

La risposta C è errata: è la probabilità di prendere una caramella alla menta.

La risposta D è errata: è la probabilità di prendere una caramella che non sia al limone.

La risposta E è errata: è la probabilità di prendere una caramella al limone.

- ★ **5** Un'urna contiene 12 palline, alcune bianche e altre rosse. È possibile che vi siano anche palline verdi ma non è sicuro. Sapendo che le probabilità di estrarre a caso dall'urna una pallina bianca o rossa sono rispettivamente  $3/4$  e  $1/4$  rispettivamente, indica se vi sono anche palline verdi e, in caso affermativo, il loro numero.

[A] 2  
 [B] 3  
 [C] 1  
 [D] 4  
 [E] Non vi sono palline verdi.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 2005)

Ricorda il teorema della somma per eventi incompatibili: se due eventi  $E$  ed  $F$  sono incompatibili, la probabilità del loro evento unione è uguale alla somma delle loro probabilità.

- 🔍 La probabilità di estrarre una pallina bianca è  $P$  (pallina bianca) =  $3/4$ . La probabilità di estrarre una pallina rossa è  $P$  (pallina rossa) =  $1/4$ .

Quindi la probabilità di estrarre una pallina bianca o una pallina rossa è la somma delle due probabilità (essendo gli eventi incompatibili):  $P(\text{pallina bianca oppure pallina rossa}) = 3/4 + 1/4 = 1$ . Quando la probabilità è 1 si ha l'evento certo, puoi quindi dedurre che non ci sono palline verdi.

- ★ **6** Un'urna contiene 100 palline numerate da 1 a 100. La probabilità che estraendo una pallina essa rechi un numero divisibile per 6 è:

- A**  $\frac{33}{100}$  **D**  $\frac{3}{20}$   
**B**  $\frac{8}{25}$  **E**  $\frac{17}{100}$   
**C**  $\frac{4}{25}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2006)

- 🔍 Il numero di casi favorevoli è dato da tutti i multipli di 6 da 1 a 100 (compresi gli estremi): sono in totale 16. Il numero di casi possibili è pari a 100.

Quindi si ha  $P(\text{estrarre un multiplo di 6}) = 16/100 = 4/25$ . La risposta A è errata: è la probabilità di estrarre un multiplo di 3.

- ★ **7** Da un mazzo di 40 carte (10 cuori, 10 quadri, 10 fiori, 10 picche) se ne estraiono tre; qual è la probabilità che siano tre assi fra i quattro presenti, supponendo di non rimettere la carta estratta nel mazzo?

- A**  $\frac{1}{20}$  **D**  $\frac{3}{800}$   
**B**  $\frac{3}{10}$  **E**  $\frac{4}{3705}$   
**C**  $\frac{1}{2470}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 2003)

- 🔍 Gli assi sono 4 su 40 carte a disposizione. La probabilità di estrarre il primo asso è  $4/40$ , la probabilità di estrarre il secondo asso (senza inserire il primo asso nel mazzo) è  $3/39$  e la probabilità di estrarre il terzo asso (sempre senza inserire i primi due assi nel mazzo) è  $2/38$ . Per il teorema del prodotto degli eventi indipendenti si ha:  $P(\text{estrarre 3 assi da un mazzo}) = (4/40) \cdot (3/39) \cdot (2/38) = 1/2470$

La risposta B è da scartare per motivi di buon senso: estrarre 3 assi da un mazzo è "poco probabile". Non può accadere 3 volte su 10. Anche perché solo la probabilità di estrarre il primo asso è minore di  $3/10$ .

- ★ **8** Da un mazzo di 40 carte (10 cuori, 10 quadri, 10 fiori, 10 picche) se ne estraiono tre; qual è la probabilità che siano tre figure fra le dodici presenti, supponendo di non rimettere la carta estratta nel mazzo?

- A**  $\frac{33}{1600}$  **C**  $\frac{36}{1235}$  **E**  $\frac{33}{494}$   
**B**  $\frac{9}{10}$  **D**  $\frac{11}{494}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 2003)

- 🔍 Le figure sono 3 per ogni seme, i semi sono 4 e quindi le figure sono 12 su 40 carte a disposizione. La probabilità di estrarre la prima figura è  $12/40$ , la probabilità di estrarre la seconda figura (senza inserire la prima figura nel mazzo) è  $11/39$  e la probabilità di estrarre la terza figura (sempre senza inserire le prime due figure nel mazzo) è  $10/38$ . Per il teorema del prodotto degli eventi indipendenti si ha:  $P(\text{estrarre 3 figure da un mazzo}) = (12/40) \cdot (11/39) \cdot (10/38) = 11/494$ .

La risposta B è da scartare per motivi di buon senso: estrarre 3 figure da un mazzo "non è molto probabile". Non può accadere 9 volte su 10. Anche solo perché la probabilità di estrarre la prima figura è minore di  $9/10$ .

- 9** Luca arriva in ritardo davanti a scuola una volta su tre e quando arriva puntuale davanti a scuola, si attarda al bar con gli amici una volta su quattro. Qual è la probabilità che Luca entri puntualmente in classe?

- A**  $\frac{1}{12}$  **C**  $\frac{3}{4}$  **E**  $\frac{1}{4}$   
**B**  $\frac{1}{6}$  **D**  $\frac{1}{2}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 2002)

- 🔍 Calcoliamo la probabilità che Luca arrivi puntuale in classe. Luca arriva puntuale 2 volte su 3 (infatti 1 volta su 3 arriva in ritardo); quando arriva puntuale (quelle 2 volte su 3), entra in aula puntuale 3 volte su 4 (infatti 1 volta su 4 si attarda al bar con gli amici).

La probabilità che Luca arrivi puntuale è quindi il prodotto delle due probabilità:  $(2/3) \cdot (3/4) = 1/2$ .

- 10** Una coppia vuole avere due figli dello stesso sesso: quanti figli deve avere per essere sicura che almeno due siano dello stesso sesso?

- A** 4 **D** Più di 4  
**B** 2 **E** Non si può stabilire  
**C** 3

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 87, 1997)

- 🔍 Il primo figlio può avere uno dei due sessi, il secondo potrebbe avere il sesso opposto, il terzo ha di certo il sesso di uno dei due figli.

Qualche studente potrebbe pensare che la risposta esatta sia 2 (ossia la risposta B): è vero che due figli possono avere lo stesso sesso, ma non si può essere sicuri che ciò accada.

La risposta A è errata: con 4 figli, di sicuro almeno 2 avranno lo stesso sesso, ma non è il numero minimo.

La risposta B è errata: 2 figli possono avere sesso opposto.

La risposta D è errata: con più di 4 figli, di sicuro almeno 2 avranno lo stesso sesso, ma non è il numero minimo.

La risposta E è errata: si può stabilire.

# La probabilità

- 11 Se si lancia un dado 5 volte con quale probabilità il "2" esce esattamente 3 volte?

- A  $\frac{1}{6^3}$  D  $2 \cdot \frac{5^3}{6^5}$   
 B  $\frac{5^2}{6^5}$  E  $\frac{1}{2} \cdot \frac{5^2}{6^2}$   
 C  $\frac{1}{2}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2008)

Un esempio di soluzione vincente è la seguente: esce 2 nei primi tre lanci e non esce 2 negli ultimi due lanci. Per il teorema del prodotto di eventi indipendenti si ha che la probabilità che accada la soluzione scritta qui sopra è  $(1/6) \cdot (1/6) \cdot (1/6) \cdot (5/6) \cdot (5/6) = 5^2 / 6^5$ . Ora però si deve moltiplicare tale probabilità per tutte le combinazioni semplici di 5 elementi di classe 3, ovvero tutti i modi possibili in cui i tre "2" si possono collocare nei 5 posti a disposizione:

$$C_{5,3} = \binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 5 \cdot 2 = 10.$$

Quindi la probabilità che il numero 2 esca esattamente tre volte su cinque lanci è:

$$10 \cdot 5^2 / 6^5 = 2 \cdot 5^3 / 6^5.$$

- 12 La probabilità che nel lancio contemporaneo di due dadi escano due numeri aventi come somma un numero primo è

- A  $\frac{7}{12}$  D  $\frac{5}{12}$   
 B  $\frac{2}{3}$  E  $\frac{1}{2}$   
 C  $\frac{5}{18}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 2007)

Lanciando i due dati puoi ottenere come somma un numero da 2 a 12. Però i casi non sono equiprobabili. Infatti (indicando tra parentesi i valori dei due dadi) si possono avere i seguenti casi:

- 2 = (1 + 1)  
 3 = (1 + 2); (2 + 1)  
 4 = (1 + 3); (2 + 2); (3 + 1)  
 5 = (1 + 4); (2 + 3); (3 + 2); (4 + 1)  
 6 = (1 + 5); (2 + 4); (3 + 3); (4 + 2); (5 + 1)  
 7 = (1 + 6); (2 + 5); (3 + 4); (4 + 3); (5 + 2); (6 + 1)  
 8 = (2 + 6); (3 + 5); (4 + 4); (5 + 3); (6 + 2)  
 9 = (3 + 6); (4 + 5); (5 + 4); (6 + 3)  
 10 = (4 + 6); (5 + 5); (6 + 4)  
 11 = (5 + 6); (6 + 5)  
 12 = (6 + 6)

In totale ci sono 36 casi possibili. I casi favorevoli sono 15, quelli in la somma è un numero primo (2, 3, 5, 7, 11).

$$\text{Allora } P(E) = 15 / 36 = 5 / 12.$$

- 13 La probabilità che nel lancio contemporaneo di due dadi escano due numeri consecutivi è ...

- A  $\frac{1}{6}$  C  $\frac{1}{3}$  E  $\frac{5}{8}$   
 B  $\frac{7}{36}$  D  $\frac{5}{36}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2007)

In totale ci sono 36 casi possibili. I casi favorevoli sono 10: (1 + 2); (2 + 1); (2 + 3); (3 + 2); (3 + 4); (4 + 3); (4 + 5); (5 + 4); (5 + 6); (6 + 5). Allora  $P(E) = 10 / 36 = 5 / 18$ .

- 14 Tirando contemporaneamente due dadi con facce numerate da 1 a 6, qual è la probabilità che la somma dei due punteggi ottenuti sia divisibile per 5?

- A  $\frac{1}{5}$  C  $\frac{7}{36}$  E  $\frac{1}{7}$   
 B  $\frac{2}{11}$  D  $\frac{1}{6}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, 2011)

In totale ci sono 36 casi possibili. I casi favorevoli sono 7: (1 + 4); (2 + 3); (3 + 2); (4 + 1); (4 + 6); (5 + 5); (6 + 4). Allora  $P(E) = 7 / 36$ .

- 15 La probabilità che lanciando simultaneamente due dadi si ottengano due numeri la cui somma vale 11 è, rispetto alla probabilità che si ottengano due numeri la cui somma vale 10:

- A uguale  
 B circa doppia  
 C maggiore  
 D minore  
 E non paragonabile, perché si tratta di eventi diversi

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 87, 1998)

Non ci viene chiesta la probabilità, ma solo un confronto tra le probabilità. Dato che ci sono 3 casi favorevoli in cui la somma è 10 e solo 2 in cui la somma è 11, è chiaro che la probabilità che escano due numeri la cui somma è 11 è minore della probabilità che escano due numeri la cui somma è 10.

In generale, si ha  $P(\text{la somma è } 11) = 2 / 36 = 1 / 18$  e  $P(\text{la somma è } 10) = 3 / 36 = 1 / 12$ .

La risposta B è errata per un ragionamento logico: se fosse vera, sarebbe vera anche la C, in contraddizione con l'unicità della risposta esatta nel test di ammissione!

La risposta E è errata: le probabilità di eventi differenti si possono paragonare.

- 16 Lanciando contemporaneamente due dadi regolari a sei facce, qual è la probabilità che il risultato sia 4?

- A  $\frac{1}{18}$  C  $\frac{3}{2}$  E  $\frac{1}{8}$   
 B  $\frac{1}{12}$  D  $\frac{1}{6}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 2005)

🔍 Elimina subito la risposta C, la probabilità non può essere maggiore di 1.

In totale ci sono 36 casi possibili. I casi favorevoli sono 3:  $(1+3)$ ;  $(2+2)$ ;  $(3+1)$ .

Allora  $P(E) = 3/36 = 1/12$ .

La risposta E è errata: sapendo che i casi favorevoli sono 36, e sapendo che la scomposizione in fattori primi di 36 è  $2^2 \cdot 3^2$ , se ne deduce che al denominatore non può comparire (anche dopo eventuali semplificazioni) il numero 8, che è  $2^3$ .

★ **17** La probabilità che lanciando contemporaneamente 3 dadi escano un 2 e due 3 è:

**A**  $\frac{1}{27}$

**D**  $\frac{1}{72}$

**B**  $\frac{1}{216}$

**E**  $\frac{1}{18}$

**C**  $\frac{1}{54}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 2006)

🔍 Scriviamo una delle stringhe vincenti: 2-3-3.

Per il teorema del prodotto di eventi indipendenti si ha che la probabilità della stringa che abbiamo scritto è  $(1/6) \cdot (1/6) \cdot (1/6) = 1/216$ .

Ora però si deve moltiplicare tale probabilità per tutte le combinazioni semplici di 3 elementi di classe 1, ovvero tutti i modi possibili in cui il numero 2 si può collocare nei 3 posti a disposizione:

$$C_{3,1} = \binom{3}{1} = \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3.$$

Quindi la probabilità che escano un 2 e due 3 è  $3/216 = 1/72$ .

La risposta B è errata: è la probabilità che esca 2 sul primo dado, 3 sul secondo e 3 sul terzo. Ma il 2 può uscire anche nel secondo o nel terzo dado.

★ **18** Due eventi sono incompatibili quando:

- A** non possono verificarsi contemporaneamente
- B** il verificarsi dell'uno non influenza la probabilità del verificarsi dell'altro
- C** avvengono in modi differenti
- D** il verificarsi dell'uno influenza la probabilità del verificarsi dell'altro
- E** si verificano simultaneamente

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2001)

Ricorda che due eventi, relativi allo stesso insieme universo, si dicono incompatibili se il verificarsi di uno esclude il verificarsi contemporaneo dell'altro.

🔍 La risposta B è errata: il verificarsi dell'uno esclude il verificarsi dell'altro.

La risposta E è errata: in tal caso sarebbero compatibili.

★ **19** Individua fra le seguenti affermazioni quella CORRETTA:

- A** si chiama probabilità di un evento il numero dei casi a esso favorevoli
- B** se  $p$  è la probabilità di un evento, la probabilità del suo evento contrario è  $p-1$
- C** si dice mediana di una serie di dati posti in ordine crescente il valore medio
- D** due eventi compatibili si dicono indipendenti se il verificarsi dell'uno non influisce sulla probabilità del verificarsi dell'altro
- E** si chiama moda di una distribuzione statistica il dato che ricorre meno frequentemente

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2002)

Ricorda che due eventi  $E$  e  $F$  sono indipendenti se  $P(E) = P(E|F)$ , ovvero se la probabilità che avvenga l'evento  $E$  è uguale alla probabilità che avvenga l'evento  $E$  dopo che è avvenuto l'evento  $F$ . In caso contrario gli eventi si dicono dipendenti.

🔍 La risposta A è errata: la probabilità è il rapporto tra il numero di casi favorevoli e il numero di casi possibili. La risposta B è errata: se  $p$  è la probabilità di un evento, la probabilità del suo evento contrario è  $1-p$ .

La risposta C è errata: si dice mediana di una serie di dati posti in ordine crescente il valore assunto dal dato che si trova al centro della distribuzione.

La risposta E è errata: si dice moda di una distribuzione statistica il dato che ricorre più frequentemente.

★ **20** Lanciando tre volte una moneta non truccata, qual è la probabilità che escano tre croci?

**A**  $\frac{1}{8}$

**D**  $\frac{8}{3}$

**B** 0,3

**E**  $\frac{3}{8}$

**C** 0

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 56, 2000)

🔍 Eliminiamo subito la risposta C e la risposta D.

Infatti la risposta C è errata, perché se la probabilità fosse pari a zero, l'evento sarebbe impossibile e l'uscita di 3 croci in 3 lanci non è impossibile.

Anche la risposta D è errata, perché la probabilità di un evento, è un numero compreso tra 0 e 1 (estremi inclusi) e quindi non può essere pari a  $8/3$ , che è maggiore di 1.

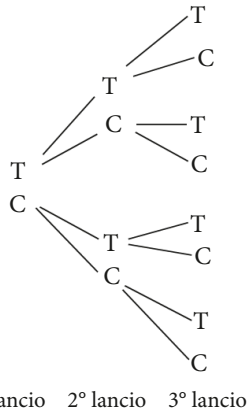
Proponiamo ora due soluzioni.

1) Ogni lancio di una delle tre monete è indipendente dall'altro, quindi per calcolare la probabilità dell'uscita di tre teste è necessario moltiplicare la probabilità dell'uscita di una testa (pari a  $1/2$ ) per la probabilità dell'uscita della seconda testa (pari a  $1/2$ ) per la probabilità di uscita della terza testa (pari a  $1/2$ ):

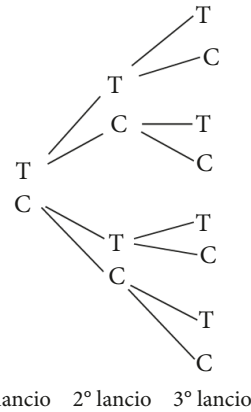
$$P(\text{ottenere 3 teste}) = (1/2) \cdot (1/2) \cdot (1/2) = 1/8.$$

## La probabilità

- 2) Con un altro ragionamento, puoi considerare il seguente diagramma ad albero e fare il rapporto tra i casi favorevoli (1) e i casi possibili (8).



- 2) Si considerino le stringhe vincenti: TTT e CCC. I casi favorevoli sono quindi 2. I casi possibili sono 8, come mostrato nel diagramma ad albero.



- ★ **21** Qual è la probabilità che lanciando 6 volte una moneta escano esattamente 4 teste?

- A**  $\frac{1}{64}$  **D**  $\frac{1}{16}$   
**B**  $\frac{5}{32}$  **E**  $\frac{15}{16}$   
**C**  $\frac{15}{64}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 2008)

Scriviamo una delle stringhe vincenti (usando come simboli T = testa e C = croce): T T T T C C.  
 Per il teorema del prodotto di eventi indipendenti si ha  $P(T T T T C C) = (1/2) \cdot (1/2) \cdot (1/2) \cdot (1/2) \cdot (1/2) \cdot (1/2) = 1/64$ .

Ora però si deve moltiplicare tale probabilità per tutte le combinazioni semplici di 6 elementi di classe 4, ovvero tutti i modi possibili in cui le 4 teste si possono collocare nei 6 posti a disposizione:

$$C_{6,4} = \binom{6}{4} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 5 \cdot 3 = 15.$$

Quindi la probabilità che escano 4 teste su 6 lanci è  $15/64$ . La risposta A è errata: sarebbe stata esatta se il quesito avesse chiesto quale è la probabilità che in sei lanci escano nell'ordine T T T T C C.

- ★ **22** La probabilità che lanciando contemporaneamente tre monete uguali esse presentino la stessa faccia è:

- A**  $\frac{2}{3}$  **C**  $\frac{3}{4}$  **E**  $\frac{3}{8}$   
**B**  $\frac{1}{8}$  **D**  $\frac{1}{4}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2006)

Proponiamo due soluzioni:

- 1) Nella prima moneta si può presentare sia testa che croce. Affinché le 3 monete possano avere le tre facce uguali, nella seconda e la terza moneta deve presentare la stessa faccia della prima. Quindi per il teorema del prodotto di eventi indipendenti, la probabilità sarà  $(1/2) \cdot (1/2) = 1/4$ .

- ★ **23** Una moneta è lanciata quattro volte. Qual è la probabilità di ottenere due croci e due teste sapendo che la prima volta si è ottenuto croce?

- A**  $\frac{1}{4}$  **D**  $\frac{3}{8}$   
**B**  $\frac{3}{16}$  **E**  $\frac{1}{2}$   
**C**  $\frac{5}{16}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 2004)

Sai che la prima volta si è ottenuto croce. Quindi nei successivi 3 lanci ci devono essere due teste e una croce. Ragioniamo dunque solo sugli ultimi 3 lanci. Proponiamo due soluzioni:

- 1) Considera la stringa TTC. Per il teorema del prodotto di eventi indipendenti, la probabilità è  $P(T T C) = (1/2) \cdot (1/2) \cdot (1/2) = 1/8$ .

Ora però si deve moltiplicare tale probabilità per tutte le combinazioni semplici di 3 elementi di classe 2, ovvero tutti i modi possibili in cui le 2 teste si possono collocare nei 3 posti a disposizione:

$$C_{3,2} = \binom{3}{2} = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$$

Quindi la probabilità richiesta è  $3/8$ .

- 2) Si considerino le stringhe vincenti: T T C, T C T, C T T. I casi favorevoli sono quindi 3. I casi possibili sono 8.

- ★ **24** Una moneta è lanciata quattro volte. Qual è la probabilità  $p$  di ottenere quattro croci sapendo che le prime due volte si è ottenuto croce?

- A**  $\frac{1}{2}$  **D**  $p < \frac{1}{4}$   
**B**  $\frac{3}{8}$  **E**  $\frac{1}{2} < p < \frac{3}{4}$   
**C**  $\frac{1}{4}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2004)

🔑 Sai che nei primi due lanci si è ottenuto croce. Quindi nei successivi 2 lanci ci devono essere altre due croci. Ragioniamo dunque solo sugli ultimi 2 lanci. Per il teorema del prodotto di eventi indipendenti, la probabilità è  $P(CC) = (1/2) \cdot (1/2) = 1/4$ . La risposta A è errata: è la probabilità che esca croce in un solo lancio.

★ **25** Si ha un'urna contenente 8 palline bianche. Qual è il numero minimo di palline rosse che bisognerebbe aggiungere perché, estraendo due palline contemporaneamente, la probabilità che esse siano una bianca e una rossa sia 16/45?

- A** 8                                      **D** 2  
**B** 10                                      **E** 5  
**C** 3

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 2008)

🔑 Proponiamo due soluzioni.

- 1) Chiamiamo  $X$  il numero di palline rosse da aggiungere. Hai in totale  $8 + X$  palline, di cui 8 bianche e  $X$  rosse. Quindi la probabilità di estrarre la prima pallina bianca è  $8/(8 + X)$ ; la probabilità di estrarre la seconda pallina rossa è  $X/(7 + X)$ . Ora però si deve moltiplicare tale probabilità per tutte le combinazioni semplici di 2 elementi di classe 1, ovvero tutti i modi possibili in cui la pallina rossa si può collocare nei 2 posti a disposizione (in questo caso il conto è semplice: ci sono solo 2 combinazioni possibili). Quindi la probabilità richiesta è  $2 \cdot [8/(8 + X)] \cdot [X/(7 + X)]$ . Sapendo che la probabilità è pari a 16/45, dovrai risolvere l'equazione  $2 \cdot [8/(8 + X)] \cdot [X/(7 + X)] = 16/45$ . L'equazione equivale a  $X^2 - 30X + 56 = 0$ , che ha come soluzione  $X = 2$  e  $X = 28$ . Il quesito chiede il numero minimo, quindi 2.
- 2) Senza usare l'incognita  $X$ , prova le varie soluzioni e calcola la probabilità. L'unica soluzione che dà come probabilità 16/45 è quando si hanno 2 palline rosse. Infatti la probabilità che le palline estratte siano una bianca e una rossa è:  
 $P(\text{bianca-rossa}) = 2 \cdot (8/10) \cdot (2/9) = 16/45$ .

★ **26** Un'urna contiene 12 palline, alcune bianche e altre rosse. È possibile che vi siano anche palline verdi ma non è sicuro. Sapendo che le probabilità di estrarre a caso dall'urna una pallina bianca o rossa sono 2/3 e 1/4 rispettivamente, indica se vi sono anche palline verdi e, in caso affermativo, il loro numero.

- A** 3  
**B** 2  
**C** 4  
**D** 1  
**E** Non vi sono palline verdi.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2007)

🔑 La probabilità di estrarre una pallina bianca è  $P(\text{bianca}) = 2/3$ . La probabilità di estrarre una pallina rossa è  $P(\text{rossa}) = 1/4$ .

La probabilità di estrarre una pallina bianca o una pallina rossa è la somma delle due probabilità (essendo gli eventi incompatibili):

$P(\text{bianca o rossa}) = 2/3 + 1/4 = 11/12$ . Quindi la probabilità di estrarre una pallina di altro colore è  $1 - (11/12) = 1/12$ . Sulle 12 palline totali, è presente quindi 1 pallina verde.

★ **27** Da un mazzo di 40 carte (10 cuori, 10 quadri, 10 fiori, 10 picche) se ne estracono tre; qual è la probabilità che siano tutte e tre di fiori, supponendo di non rimettere la carta estratta nel mazzo?

- A**  $\frac{9}{800}$   
**B**  $\frac{11}{247}$   
**C**  $\frac{3}{247}$   
**D**  $\frac{7}{10}$   
**E**  $\frac{25}{1482}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2003)

🔑 Le carte di fiori sono 10 su 40 a disposizione. La probabilità di estrarre la prima carta di fiori è 10/40, la probabilità di estrarre la seconda carta di fiori (senza inserire la prima carta di fiori nel mazzo) è 9/39 e la probabilità di estrarre la terza carta di fiori (sempre senza inserire le prime due carte di fiori nel mazzo) è 8/38. Per il teorema del prodotto degli eventi indipendenti si ha:

$P(\text{estrarre 3 carte di fiori}) = (10/40) \cdot (9/39) \cdot (8/38) = 3/247$ .

La risposta D si può scartare con il buon senso: estrarre 3 carte di fiori da un mazzo "non è molto probabile". Non può accadere 7 volte su 10. Anche perché solo la probabilità di estrarre la prima carta di fiori è minore di 7/10.

★ **28** Nel gioco dei dadi, lanciando contemporaneamente due dadi, qual è la probabilità che si abbiano due facce con somma 7?

- A** 1/7                                      **C** 1/6                                      **E** 2/7  
**B** 1/3                                      **D** 5/36

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2005)

🔑 In totale ci sono 36 casi possibili. Quelli in cui la somma è sette sono 6: (1 + 6); (2 + 5); (3 + 4); (4 + 3); (5 + 2); (6 + 1).

Allora  $P(E) = 6/36 = 1/6$ .

La risposta B è errata: è per esempio la probabilità che esca il 2 o il 6 o l'8 o il 12 come somma.

La risposta D è errata: è per esempio la probabilità che esca il 6 come somma.

# La probabilità

- 29** Nel gioco dei dadi, lanciando contemporaneamente due dadi, qual è la probabilità che si abbiano due facce con somma complessiva 8?

A  $\frac{1}{12}$       C  $\frac{1}{8}$       E  $\frac{7}{36}$   
 B  $\frac{1}{4}$       D  $\frac{5}{36}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 2007)

- In totale ci sono 36 casi possibili. Quelli in cui la somma è otto sono 5: (2 + 6); (3 + 5); (4 + 4); (5 + 3); (6 + 2).

Allora  $P(E) = 5/36$ .

La risposta A è errata: è per esempio la probabilità che esca il 4 come somma.

La risposta B è errata: è per esempio la probabilità che esca il 4 o il 7 come somma.

La risposta C è errata: sapendo che i casi favorevoli sono 36, e sapendo che la scomposizione in fattori primi di 36 è  $2^2 \cdot 3^2$ , se ne deduce che al denominatore non può comparire (anche dopo eventuali semplificazioni) il numero 8, che è  $2^3$ .

La risposta E è errata: è per esempio la probabilità che esca il 2 o il 7 come somma.

- 30** Due dadi vengono lanciati contemporaneamente. Qual è la probabilità di ottenere un punteggio minore o uguale a 4?

A  $\frac{1}{9}$       C  $\frac{1}{6}$       E  $\frac{1}{12}$   
 B  $\frac{1}{2}$       D  $\frac{1}{18}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 63, 2001)

- In totale ci sono 36 casi possibili. Quelli in cui la somma è minore o uguale a 4 sono 6:

(1 + 1); (1 + 2); (2 + 1); (1 + 3); (2 + 2); (3 + 1).

Allora  $P(E) = 6/36 = 1/6$ .

La risposta A è errata: è per esempio la probabilità che esca il 5 come somma.

La risposta B è errata: è per esempio la probabilità che esca il 2 o il 6 o il 7 o l'8 o il 12 come somma.

La risposta D è errata: è per esempio la probabilità che esca il 3 come somma.

La risposta E è errata: è per esempio la probabilità che esca il 4 come somma.

- 31** Si hanno due dadi uguali con le facce di colori diversi. Ciascun dado ha due facce azzurre, due facce marroni e due facce verdi. La probabilità  $p$  che dopo un lancio simultaneo dei due dadi si ottengano facce dello stesso colore è:

A  $p < \frac{1}{6}$       D  $p > \frac{2}{6}$   
 B  $\frac{2}{3}$       E  $\frac{1}{3} < p < \frac{1}{2}$   
 C  $\frac{1}{3}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 2004)

- Proponiamo due soluzioni:

- 1) Consideriamo la soluzione vincente Azzurro-Azzurro. Per il teorema del prodotto di eventi indipendenti si ha  $P(\text{Azzurro-Azzurro}) = (1/3) \cdot (1/3) = 1/9$ .

Ora però si deve moltiplicare tale probabilità per tutte le combinazioni semplici di 3 elementi di classe 1, ovvero tutti i modi possibili in cui possono uscire un colore sui tre a disposizione:

$$C_{3,1} = \binom{3}{1} = \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3.$$

Quindi la probabilità che escano 2 facce dello stesso colore è  $3/9 = 1/3$ .

- 2) Con un altro ragionamento, puoi pensare che nel primo dado si può presentare uno qualunque dei tre colori. Sul secondo dado deve uscire lo stesso colore, e dato che i colori sono 3 tutti ugualmente possibili, la probabilità di avere lo stesso colore del primo è  $1/3$  (numero di casi favorevoli/numero di casi possibili).

La risposta B è errata: è per esempio la probabilità che esca l'azzurro o il marrone.

- 32** Alan lancia contemporaneamente due dadi non truccati con le facce numerate da 1 a 6.

Qual è la probabilità che esca lo stesso numero su entrambi i dadi?

A  $\frac{1}{6}$       C  $\frac{1}{36}$       E  $\frac{1}{18}$   
 B  $\frac{1}{3}$       D  $\frac{1}{2}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 56, 2013)

- Si propongono di seguito due possibili soluzioni:

- 1) Nel primo dado può uscire un qualunque numero; la probabilità che nel secondo dado esca lo stesso numero è  $\frac{1}{6}$ .

- 2) la probabilità che esca la coppia (1;1) è  $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ .

Le coppie uguali sono 6 e quindi la probabilità che esca sui due dadi lo stesso numero è  $6 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$ .

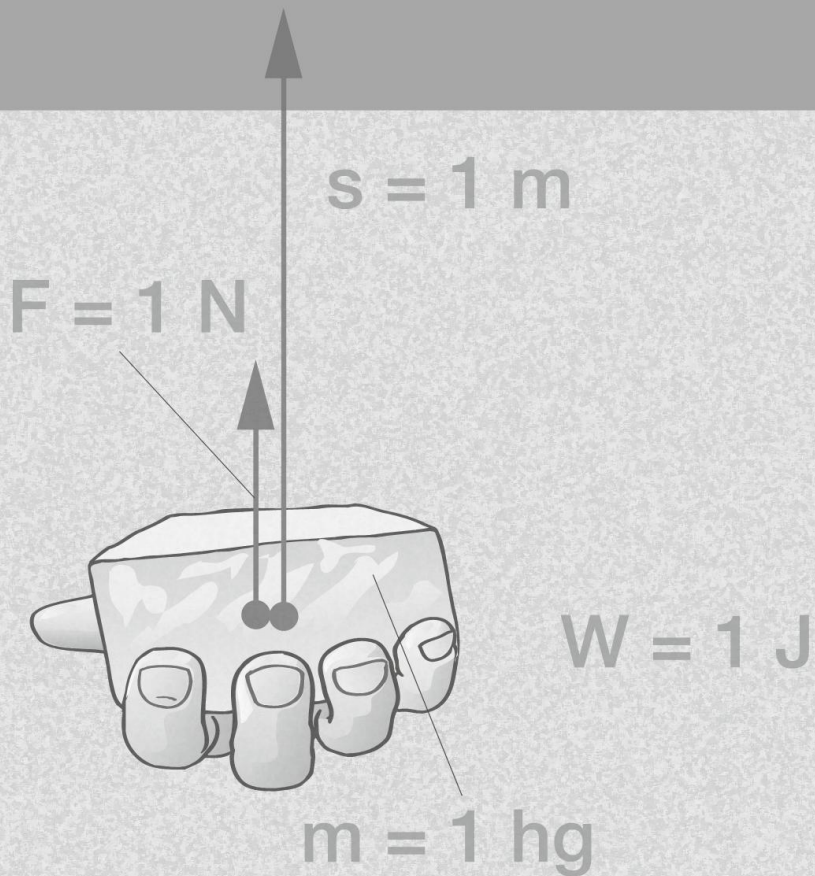
Attenzione alla risposta C: è la probabilità che esca un coppia prestabilita di numeri, ad esempio solo la coppia (5;5).

28 C	27 C	26 D	25 D	24 C	23 D	22 D	29 D
21 C	20 A	19 D	18 A	17 D	16 B	15 D	
14 C	13 E	12 D	11 D	10 C	9 D	8 D	
7 C	6 C	5 E	4 B	3 A	2 B	1 A	

Soluzioni:



## QUIZ DI FISICA



**1 La somma di una forza con un'accelerazione:**

- A** è un vettore avente per modulo la somma dei moduli, ma direzione indeterminata
- B** si può fare solo se i due vettori sono paralleli
- C** si può fare seguendo la regola del parallelogramma
- D** non si può fare
- E** è uno scalare

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 48, 2000)

Si possono sommare solo grandezze omogenee (con la stessa unità di misura). Non si può sommare una forza (che si misura in newton) con un'accelerazione (che si misura in metri/secondo<sup>2</sup>): sono due grandezze non omogenee.

- Un distrattore che potrebbe trarti in inganno è il C: due vettori si sommano con la regola del parallelogramma, ma solo se indicano la stessa grandezza (dovrebbero essere due forze o due accelerazioni).

**2 Quale tra le seguenti relazioni è esatta?**

- A**  $1 \text{ ohm} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ V/A}$
- B**  $1 \text{ atm} = 1 \text{ torr}$
- C**  $1 \text{ Pa} = 100 \text{ N/m}^2$
- D**  $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dine}$
- E**  $3,14 \text{ rad} = 360^\circ$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 42, 2000)

Il dine (o dyne, o dina) è l'unità di misura della grandezza forza nel sistema c.g.s., dove lo spazio si misura in centimetri, la massa in grammi e il tempo in secondi.

- Esaminiamo i vari distrattori. A: la formula corretta sarebbe  $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ , ricavata dalla prima legge di Ohm: resistenza = differenza di potenziale/intensità di corrente. Nel caso della risposta B, la formula corretta sarebbe  $1 \text{ atm} = 760 \text{ torr}$ . Pur non sapendo la risposta, avresti potuto eliminare il distrattore B: non avrebbe senso dal punto di vista fisico chiamare in due modi diversi la stessa unità di misura. Considera l'opzione C: la formula corretta sarebbe  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ , ricavata dalla definizione di pressione, come forza su superficie. Infine la formula corretta nell'uguaglianza al punto E sarebbe  $3,14 \text{ rad} = 180^\circ$ .

**3 A proposito di prefissi, un milli di un milli corrisponde a:**

- A** un micro
- B** un Mega
- C** 1 000 000 000
- D** un kilo
- E** un nano

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 46, 2008)

Un milli- è  $10^{-3}$ . Un milli- di un milli- è quindi  $10^{-3}$  di  $10^{-3}$ , ovvero  $10^{-3} \cdot 10^{-3} = 10^{-6}$ . La potenza  $10^{-6}$  corrisponde al prefisso chiamato micro-.

- Esaminiamo gli altri distrattori:  
 un Mega- (risposta B) corrisponde a  $10^6$ ;  
 1 000 000 000, ovvero un miliardo ( $10^9$ ) corrisponde al prefisso Giga- (risposta C);  
 un kilo- (risposta D) corrisponde a  $10^3$ ;  
 un nano- corrisponde a  $10^{-9}$ .

**4 Quale frazione di un centimetro è un micron (= micro-metro)?**

- A** la millesima parte
- B** la centomillesima parte
- C** la decima parte
- D** la centesima parte
- E** la decimillesima parte

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 51, 1998)

- La frazione di centimetro ( $10^{-2}$ ) che è un micron ( $10^{-6}$ ) è  $10^{-4}$ . Infatti stai cercando  $x$  tale che  $x \cdot 10^{-2} = 10^{-6}$ . Ricordando le proprietà delle potenze, si ha  $x = 10^{-4}$ .

**5 Quanti millimetri cubici sono contenuti in un millilitro?**

- A** 10
- B** 100
- C** 1
- D** 10 000
- E** 1000

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 63, 1998)

Ricorda che  $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$ .

- Sapendo che  $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$  e che  $1 \text{ dm}^3 = 10^6 \text{ mm}^3$ , si ottiene che  $1 \text{ L} = 10^6 \text{ mm}^3$ . Per sapere quanti millimetri cubici sono contenuti in un millilitro, è sufficiente dividere per 1000 (ovvero  $10^3$ ) entrambi i membri dell'ultima uguaglianza:  $\frac{1}{1000} \text{ L} = \frac{10^6}{1000} \text{ mm}^3$  da cui si ottiene che  $1 \text{ mL} = 10^3 \text{ mm}^3$ .

**6 Il prefisso Giga equivale a:**

- A**  $10^6$
- B**  $10^3$
- C**  $10^{12}$
- D**  $10^9$
- E**  $10^{20}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 69, 2001)

Se si escludono i prefissi che vanno dal milli- al kilo-, tutti gli altri hanno un nome quando l'esponente della potenza di base dieci è un multiplo di 3. Ricordando semplicemente questo e conoscendo i prefissi dal milli- al kilo-, potevi escludere i distrattori B (perché il prefisso kilo- equivale a  $10^3$ ) ed E (perché l'esponente 20 non è multiplo di 3). Rimanevano:

- A.  $10^6$  corrisponde al prefisso Mega-;  
C.  $10^{12}$  corrisponde al prefisso Tera-.

★ **7** Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- ☐ A Il prefisso Mega equivale a 1 000 000 000 e il prefisso Giga a 1 000 000.  
☐ B Il prefisso Giga equivale a 10 000 000 000 e il prefisso Mega a 100 000.  
☐ C Il prefisso nano equivale a  $1/1\,000\,000\,000$  e il prefisso Mega a 100 000.  
☐ D Il prefisso Giga equivale a 1 000 000 000 e il prefisso Mega a 1 000 000.  
☐ E Il prefisso pico equivale a 1 000 000 000 000 e il prefisso Giga a 1 000 000 000.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 45, 2000)

Ricorda che il prefisso *Giga* equivale a  $10^9$  e il prefisso *Mega* equivale a  $10^6$ .

★ **8** Un micron corrisponde alla milionesima parte di:

- ☐ A 1 m ☐ D 1 cm  
☐ B 1 dm ☐ E 1 mm  
☐ C 1 nm

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 69, 2002)

Ricorda che il prefisso *micro* equivale a  $10^{-6}$ .

★ **9** Il prefisso milli, indicato con la lettera m (per esempio 2,2 mg), indica che l'unità di misura che segue la m (nell'esempio il grammo) deve essere moltiplicata per:

- ☐ A  $10^{-6}$  ☐ C  $10^{-2}$  ☐ E  $10^3$   
☐ B  $10^{-1}$  ☐ D  $10^{-3}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 69, 2002)

Ricorda che il prefisso milli- indica che l'unità di misura che segue deve essere moltiplicata per  $10^{-3}$ .

★ **10** Il prefisso Mega equivale a:

- ☐ A  $10^9$  ☐ D  $10^2$   
☐ B  $10^6$  ☐ E  $10^3$   
☐ C  $10^{12}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 65, 2001)

Ricorda la tabella dei prefissi e in particolare che  $10^6$  corrisponde a Mega-.

Con conoscenze minime potevi escludere i distrattori D ed E, che corrispondono ai prefissi etto- e kilo-.

★ **11** Il prefisso pico, indicato con la lettera p, (per esempio 2 pF) indica che l'unità di misura che segue la p (nell'esempio il farad) deve essere moltiplicata per:

- ☐ A  $10^{-9}$   
☐ B  $10^6$   
☐ C  $10^9$   
☐ D  $10^{-15}$   
☐ E  $10^{-12}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 42, 2000)

Il prefisso *pico* ha la radice della parola "piccolo" e quindi puoi escludere i distrattori B e C, che indicano dei multipli, cioè "grandi quantità":

- B.  $10^6$  equivale al prefisso Mega  
C.  $10^9$  equivale al prefisso Giga

**12** Sia indicata con M la massa, con L la lunghezza e con T il tempo. Quali sono le dimensioni della forza del Sistema Internazionale (SI)?

- ☐ A  $[MLT^{-2}]$   
☐ B  $[ML^2T]$   
☐ C  $[ML^2T^2]$   
☐ D  $[MLT]$   
☐ E  $[MLT^2]$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2001)

Per il secondo principio della dinamica:  $F = ma$  (con  $F$  = forza,  $m$  = massa,  $a$  = accelerazione). L'accelerazione, dimensionalmente, è una lunghezza diviso un tempo al quadrato.

Soluzioni: 1 D 2 D 3 A 4 E 5 E 6 D 7 D 8 A 9 D 10 B 11 E 12 A

**1** Quale tra le seguenti grandezze fisiche è una grandezza scalare?

- ☐ A il momento di una forza
- ☐ B la forza
- ☐ C la velocità
- ☐ D la temperatura
- ☐ E l'induzione magnetica

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 68, 2008)

Una grandezza scalare è una grandezza fisica che viene descritta da uno scalare, ossia da un numero reale associato a un'unità di misura.

Al contrario, una grandezza vettoriale è una grandezza fisica che viene descritta da un vettore. Un vettore è definito da tre caratteristiche: il modulo, la direzione e il verso.

Tra le opzioni, la soluzione è la temperatura, che è una grandezza scalare perché è definita completamente solo tramite la sua intensità espressa in opportune unità di misura.

Inoltre, è molto probabile che le tue conoscenze di meccanica ti facciano ricordare che la forza e la velocità sono due vettori. Potevi quindi escludere i distrattori B e C molto facilmente.

Per quanto riguarda i distrattori A ed E: il momento  $\vec{M}$  di una forza  $\vec{F}$  è un vettore espresso dal prodotto vettoriale  $\vec{M} = \vec{b} \times \vec{F}$ , dove  $\vec{b}$  rappresenta il braccio; l'induzione magnetica  $\vec{B}$  è un vettore, perché oltre alla sua intensità è necessario conoscere la sua direzione e il suo verso.

**2** Dire quale degli elenchi di termini riportati sotto identifica grandezze tutte vettoriali.

- ☐ A energia cinetica, accelerazione, velocità angolare
- ☐ B accelerazione, densità, energia potenziale
- ☐ C quantità di moto, forza, accelerazione
- ☐ D forza, quantità di moto, energia cinetica
- ☐ E nessuna delle precedenti risposte è corretta

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 47, 2001)

La quantità di moto ( $\vec{p} = m\vec{v}$ ), la forza e l'accelerazione (legate tra loro dal secondo principio della dinamica  $\vec{F} = m\vec{a}$ ) sono grandezze vettoriali.

Per eliminare ben tre distrattori, sarebbe stato sufficiente sapere che l'energia è una grandezza scalare. Infatti, sfruttando tale informazione avresti potuto scartare i distrattori A e D che contengono l'energia cinetica e il distrattore B, che contiene l'energia potenziale.

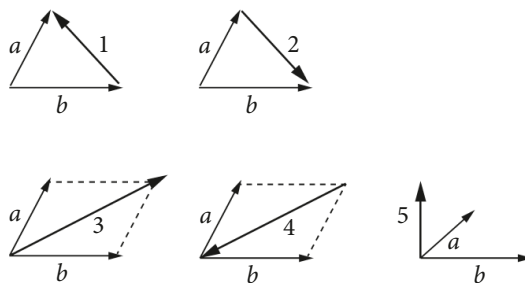
**3** Il "prodotto" di due vettori non nulli:

- ☐ A ha come risultato un vettore che giace nello stesso piano dei due vettori
- ☐ B è sempre un vettore
- ☐ C può essere sia un vettore sia uno scalare, a seconda del tipo di prodotto
- ☐ D è un vettore sempre nullo: solo gli scalari si possono moltiplicare tra di loro
- ☐ E è sempre uno scalare

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, 2001)

Ricorda che il prodotto vettoriale di due vettori è un vettore e il prodotto scalare di due vettori è uno scalare.

**4** Quale dei vettori indicati nei seguenti disegni con i numeri rispettivamente 1, 2, 3, 4, 5 rappresenta il vettore differenza  $\vec{a} - \vec{b}$ ?



- ☐ A 4    ☐ B 3    ☐ C 5    ☐ D 2    ☐ E 1

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 68, 2007)

Il vettore differenza  $\vec{a} - \vec{b}$  è la diagonale secondaria del parallelogramma che ha per lati i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ . Il verso va dalla "testa" di  $\vec{b}$  alla "testa" di  $\vec{a}$ .

Attenzione: le risposte dei distrattori non seguono l'ordine numerico dei disegni. Un errore molto frequente è quello di sapere la risposta esatta (disegno 1) e di segnare di conseguenza il primo distrattore (A).

Esaminiamo tutti i distrattori:

Il disegno 4 (risposta A) rappresenta il vettore  $-(\vec{a} + \vec{b})$ .

Il disegno 3 (risposta B) rappresenta il vettore  $\vec{a} + \vec{b}$ .

Il disegno 5 (risposta C) non ha significato e in particolare non rappresenta il vettore differenza  $\vec{a} - \vec{b}$ .

Il disegno 2 (risposta D) rappresenta il vettore  $\vec{b} - \vec{a}$ .

**5** È dato il vettore  $\vec{a}$  di modulo  $a \neq 0$ . È dato poi il vettore  $\vec{b}$  avente verso opposto al precedente e modulo  $b$  sconosciuto. Si sa inoltre che  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ ; possiamo allora concludere che:

- ☐ A non è possibile che  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$
- ☐ B  $a + b = 0$
- ☐ C  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
- ☐ D  $b = a$
- ☐ E  $b = 0$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 64, 2003)

Se il vettore  $\vec{a} \neq \vec{0}$  e  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ , si ha che  $\vec{a} = -\vec{b}$ . Quindi i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  hanno stessa intensità o modulo, stessa direzione e verso opposto. Passando al modulo si ha quindi  $a = b$ .

★ **6** Due campi elettrici, rispettivamente di 3 V/m e 4 V/m, sono diretti ortogonalmente l'uno all'altro. Calcolarne il modulo del vettore risultante:

- ☐ A 7 V/m
- ☐ B 5 V/m
- ☐ C  $\frac{3}{4}$  V
- ☐ D è necessario precisare il verso dei vettori componenti
- ☐ E 2 V/m

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, 1999)

Se i vettori sono perpendicolari, il parallelogramma diventa un rettangolo. Sarà quindi sufficiente applicare il teorema di Pitagora per determinare la diagonale del rettangolo. Si avrà quindi  $\sqrt{3^2 + 4^2}$  V/m = 5 V/m.

★ **7** Un bambino regge due cani di ugual peso con due guinzagli uguali. I cani partono di scatto. Il bambino perderà più facilmente l'equilibrio se le direzioni dei cani sono:

- ☐ A a 90 gradi
- ☐ B coincidenti con stesso verso
- ☐ C a 60 gradi
- ☐ D a 45 gradi
- ☐ E coincidenti con versi opposti

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 64, 2003)

La somma di due vettori è massima in modulo se i vettori hanno stessa direzione e stesso verso.

**8** Due vettori hanno moduli  $U$  e  $V$ , e formano tra loro un angolo  $\alpha$ . Il prodotto scalare vale:

- ☐ A  $(U + V) \cdot \cos(\alpha)$
- ☐ B  $(U + V) \cdot \sin(\alpha)$
- ☐ C  $(U \cdot V) \cdot \cos(\alpha)$
- ☐ D  $(U \cdot V) \cdot \tan(\alpha)$
- ☐ E  $(U \cdot V) \cdot \sin(\alpha)$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 65, 2004)

Il prodotto scalare tra i due vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  è  
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cdot \cos \alpha$ ,  
 dove  $\alpha$  indica l'angolo formato tra i vettori.

**9** Il prodotto vettoriale è un prodotto tra:

- ☐ A due vettori, con risultato uguale a uno scalare
- ☐ B uno scalare e un vettore, con risultato uguale a un vettore
- ☐ C due vettori, con risultato uguale a un vettore
- ☐ D uno scalare e un vettore, con risultato uguale a uno scalare
- ☐ E nessuna delle precedenti

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 43, 2000)

Il prodotto vettoriale  $\vec{V} = \vec{A} \times \vec{B}$  dei due vettori  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$  è un vettore perpendicolare sia al vettore  $\vec{A}$  che al vettore  $\vec{B}$  e ha modulo pari a  $V = AB \cdot \sin \alpha$  dove  $\alpha$  indica l'angolo tra i vettori  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$ .

Sarebbe stato sufficiente ricordarsi che il prodotto vettoriale dava risultato un vettore per escludere i distrattori A e D.

- 1** Un'auto viaggia a 120 km/h. Quanti metri percorre in un secondo?

**A** 33 m  
**B** 3,3 m  
**C** 0,12 m  
**D** 12 m  
**E** 120 m

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 49, 1997)

Per trasformare i km/h in m/s, devi dividere per 3,6. Non avendo a disposizione la calcolatrice, ti conviene dividere per 4 ( $120/4=30$  m/s) e per 3 ( $120/3=40$  m/s). Il risultato sarà compreso tra i due. 33 m/s è l'unica risposta compresa nell'intervallo da considerare.

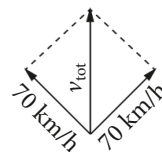
🔍 Potevi escludere le risposte B, C, D, E con un semplice ragionamento di buon senso, tenendo conto che 120 km/h è la velocità di un'automobile che percorre un'autostrada rispettando i limiti. Esaminiamo i distrattori uno per uno: 3,3 m/s (risposta B) è la velocità di una persona che corre; 12 cm/s (risposta C) è una velocità che si può assegnare a una formica; 12 m/s (risposta D) è la velocità di Usain Bolt, che pur veloce non ti sorpasserebbe certo in autostrada; una velocità di 120 m/s (risposta E) è molto elevata: una macchina a quella velocità riuscirebbe a percorrere 1 km in poco più di 8 s.

- 2** Un elicottero sta viaggiando in direzione Nord-Ovest a una velocità di circa 70 km/h rispetto al suolo, in assenza di vento. Entra in una regione in cui sta spirando un vento in direzione Nord-Est alla velocità di circa 70 km/h rispetto al suolo. Con che velocità si muoverà l'elicottero rispetto al terreno, se mantiene, rispetto all'aria, la stessa velocità che aveva prima?

**A** a circa 0 km/h  
**B** a circa 140 km/h  
**C** a circa 70 km/h  
**D** a circa 50 km/h  
**E** a circa 100 km/h

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 2010)

🔍 Per calcolare la velocità finale dell'elicottero, devi sommare vettorialmente la velocità dell'elicottero in assenza di vento e quella del vento, uguali in modulo. Nota che le direzioni Nord-Ovest e Nord-Est sono perpendicolari e quindi sarà sufficiente calcolare la diagonale del quadrato di lato  $v = 70$  km/h (ricorda che la diagonale  $d$  di un quadrato di lato  $l$  è uguale a  $\sqrt{2} \cdot l$ ).



La velocità con cui si muoverà l'elicottero rispetto al terreno sarà quindi

$$v_{\text{tot}} = \sqrt{2} v = \sqrt{2} \cdot 70 \text{ km/h} \approx 100 \text{ km/h}.$$

- 3** Una velocità di 180 m/s equivale a:

**A** 500 km/h  
**B** 648 km/h  
**C** 64,8 km/h  
**D** 6,48 km/h  
**E** 50 km/h

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 49, 1998)

Ricorda che per trasformare i m/s in km/h, devi moltiplicare per 3,6. Non avendo a disposizione la calcolatrice, ti conviene moltiplicare per 3 ( $180 \cdot 3 = 540$  km/h) e per 4 ( $180 \cdot 4 = 720$  km/h). Il risultato sarà compreso tra i due. 648 km/h è l'unica risposta compresa nell'intervallo da considerare.

🔍 Potevi escludere le risposte A, C, D, E perché nessuna era superiore a 540 km/h ( $180 \cdot 3$ ).

- 4** In auto percorriamo un primo tratto in leggera discesa di 100 km alla velocità costante di 100 km/h, e un secondo tratto in salita di 100 km alla velocità costante di 50 km/h. Possiamo affermare che:

**A** dato che abbiamo tratti in discesa, è impossibile che la velocità possa rimanere costante  
**B** la velocità media è di circa 66,7 km/h  
**C** la velocità media è di circa 75 km/h  
**D** il modulo del vettore velocità media può essere anche superiore a 100 km/h, dato che non ci muoviamo lungo una retta  
**E** nessuna delle altre risposte proposte è corretta, visto che non abbiamo tenuto conto della natura vettoriale della velocità

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2010)

Ricorda che la velocità media non è la media delle velocità.

🔍 La velocità media si calcola applicando la formula  $v_{\text{media}} = s_{\text{tot}}/t_{\text{tot}}$ , dove  $s_{\text{tot}}$  è lo spazio totale percorso e  $t_{\text{tot}}$  il tempo totale per percorrere tale spazio.

Si hanno:

$$s_{\text{tot}} = 200 \text{ km}$$

$$t_{\text{tot}} = t_1 + t_2$$

$t_1$  e  $t_2$  rappresentano rispettivamente i tempi necessari per percorrere il primo e il secondo tratto di 100 km e si possono quindi calcolare applicando la formula  $t = s/v$ .

$$t_1 = s_1/v_1 = 100 \text{ km} / (100 \text{ km/h}) = 1 \text{ h}$$

$$t_2 = s_2/v_2 = 100 \text{ km} / (50 \text{ km/h}) = 2 \text{ h}$$

da cui  $t_{\text{tot}} = 3 \text{ h}$ .

La velocità media sarà quindi:

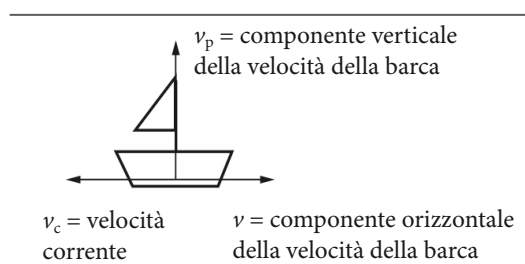
$$v_{\text{media}} = s_{\text{tot}}/t_{\text{tot}} = 200 \text{ km} / 3 \text{ h} = 66,7 \text{ km/h}.$$

- 5** Una barca impiega un minimo di 30 minuti per attraversare un fiume (da un punto A al punto B di fronte sull'altra riva) quando la corrente è lenta. Se la velocità di scorrimento del fiume raddoppia, il tempo minimo di attraversamento:

- ☐ A resta invariato
- ☐ B aumenta solo al ritorno
- ☐ C diminuisce sia all'andata che al ritorno
- ☐ D aumenta sia all'andata che al ritorno
- ☐ E aumenta solo all'andata

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 2007)

La barca deve attraversare il fiume da un punto di una riva al punto di fronte della riva opposta. Se la velocità di scorrimento del fiume raddoppia (verso valle) fino ad assumere il valore  $\vec{v}_c$ , la barca per muoversi perpendicolarmente alle sponde dovrà avere una velocità  $\vec{v}_{\text{tot}}$  che ha componenti  $\vec{v}$  verso monte e  $\vec{v}_p$  verso la riva opposta.



- 6** Un aereo viaggia, in assenza di vento, da A a B in direzione Nord e poi ritorna indietro. Sapendo che la distanza tra A e B vale  $L$  e la velocità dell'aereo vale  $v_0$ , il tempo impiegato per realizzare l'intero percorso sarà  $t = 2L/v_0$ . Quando lungo il percorso soffia un vento diretto verso Est (od Ovest) con velocità  $V$  costante, il tempo di percorrenza:

- ☐ A diminuisce sia se il vento spira da Est che da Ovest
- ☐ B resta lo stesso
- ☐ C aumenta sia se il vento spira da Est che da Ovest
- ☐ D aumenta se il vento spira da Est
- ☐ E aumenta se il vento spira da Ovest

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 64, 2005)

- 7** Un aereo viaggia a 800 km/h, in assenza di vento, in direzione Est per 400 km, poi ritorna indietro. Il tempo impiegato per realizzare l'intero percorso è quindi un'ora. Quando, lungo il tragitto, soffia un vento diretto verso Ovest (o verso Est) pari a 50 km/h costante per tutto il percorso, il tempo di percorrenza (andata e ritorno), a parità di carburante sarà:

- ☐ A più di un'ora se il vento spira da Est
- ☐ B poco più di un'ora
- ☐ C un'ora
- ☐ D più di un'ora se il vento spira da Ovest
- ☐ E meno di un'ora

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 65, 2005)

In presenza di vento verso Ovest, l'aereo percorre i primi 400 km con una velocità di 750 km/h rispetto al terreno in direzione Est e i secondi 400 km con velocità di 850 km/h rispetto al terreno in direzione Ovest.

Il tempo totale di percorrenza  $t_{\text{tot}}$  (andata e ritorno) sarà quindi pari alla somma dei due tempi di percorrenza relativi ai primi e ai secondi 400 km:

$$t_1 = 400 \text{ km} / (750 \text{ km/h}) = 0,533 \text{ h}$$

$$t_2 = 400 \text{ km} / (850 \text{ km/h}) = 0,471 \text{ h}$$

$$t_{\text{tot}} = t_1 + t_2 = 1,004 \text{ h}, \text{ quindi poco più di un'ora.}$$

Potevi escludere le risposte A ed E: è chiaro che l'effetto del vento sul tempo totale di percorrenza è lo stesso sia se agisce all'andata (verso Est) che al ritorno (verso Ovest).

- 8** Un ciclista procede alla velocità costante di 9 km/h. Determinare quanto tempo impiega a percorrere un chilometro.

- ☐ A 6 minuti e 40 secondi
- ☐ B 6 minuti e 30 secondi
- ☐ C 9 minuti
- ☐ D 6 minuti
- ☐ E 6 minuti e 20 secondi

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 2012)

Il ciclista ha una velocità di 9 km/h. Quindi in 1 ora percorre 9 km; per percorrere 1 km dovrà pedalare per 1/9 h. Ricorda che 1 h = 3600 s. Quindi 3600 s/9 = 400 s, ossia 6 min e 40 s.

- 1** Riporto in grafico il moto di un corpo. Il grafico dello spazio percorso in funzione tempo è quello di una retta. A quale tra i seguenti moti si può riferire?

- A** un moto avente velocità di modulo variabile  
**B** un moto circolare uniformemente accelerato  
**C** un moto uniforme  
**D** un moto uniformemente accelerato  
**E** nessuna delle precedenti, non si hanno sufficienti elementi per poter rispondere

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 47, 2000)

Come visto nella lezione 3, nel grafico dello spazio in funzione del tempo, si ha una retta quando il corpo percorre un moto uniforme. Infatti il corpo percorre distanze uguali in intervalli di tempo uguali.

- 2** Si abbia un moto in cui si percorrono spazi uguali in tempi uguali. Dica il candidato come chiamerebbe tale moto.

- A** uniforme  
**B** uniformemente accelerato  
**C** con velocità unitaria  
**D** a velocità variabile  
**E** rettilineo ad accelerazione variabile

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 65, 2001)

Come visto nella lezione 3, un moto uniforme è un moto in cui il modulo del vettore velocità è costante, quindi un moto in cui si percorrono spazi uguali in tempi uguali.

- 3** Quale nome prende la grandezza fisica che esprime con quale rapidità varia, o può variare, una velocità?

- A** velocità angolare **D** quantità di moto  
**B** energia cinetica **E** coefficiente d'attrito  
**C** accelerazione

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 2002)

L'accelerazione è definita come  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  ed esprime con quale rapidità varia la velocità. Più precisamente l'accelerazione è il rapporto tra la variazione della velocità e il tempo necessario per ottenere tale variazione.

- 🔍 Potevi escludere la risposta B, perché l'energia cinetica  $K$  è legata alla velocità dalla relazione  $K = \frac{1}{2}mv^2$  ma non alla sua variazione, e la risposta D, perché la quantità di moto  $\vec{p}$  è legata alla velocità dalla relazione  $\vec{p} = m\vec{v}$  ma non alla sua variazione.

- 4** Un'accelerazione, dal punto di vista dimensionale, è:

- A** lunghezza/tempo **D** lunghezza/(tempo)<sup>2</sup>  
**B** (lunghezza)<sup>-2</sup>/tempo **E** (lunghezza)<sup>2</sup>/(tempo)<sup>2</sup>  
**C** (lunghezza)<sup>2</sup>/tempo

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 68, 1998)

Dal punto di vista dimensionale, l'accelerazione è una lunghezza/tempo<sup>2</sup>. Lo puoi verificare facilmente dalla sua definizione  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  dividendo le dimensioni della velocità (lunghezza/tempo) per un tempo.

- ★ **5** Un'automobile si muove con velocità  $v = v_0 + at$ ; in cui:  $v_0 = 6 \text{ m/s}$ ;  $a = 2 \text{ m/s}^2$ ;  $t$  misurato in s. Il grafico dello spazio percorso in funzione del tempo, nel caso di spazio iniziale uguale a zero, rappresenta:

- A** un arco di parabola con il vertice nell'origine degli assi  
**B** un arco di parabola con il vertice posto fuori dell'origine degli assi  
**C** una retta passante per l'origine degli assi  
**D** una retta non passante per l'origine degli assi  
**E** una funzione indeterminata (non si hanno sufficienti elementi per rispondere)

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 2002)

- 🔍 Se l'automobile si muove con velocità  $v = v_0 + at$ , con  $a$  costante, il moto è uniformemente accelerato. L'equazione dello spazio in funzione del tempo è quindi  $s(t) = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ , nell'ipotesi di spazio iniziale pari a zero. Il grafico sarà quindi un arco di parabola e puoi escludere quindi le risposte C, D, E. Essendo  $v_0 = 6 \text{ m/s} \neq 0$ , il vertice della parabola non è posto nell'origine degli assi.

- ★ **6** Si consideri un'automobile, in cui la velocità è indicata in chilometri all'ora (km/h). Durante un moto uniformemente accelerato l'auto passi da 100 km/h a 120 km/h in 36 s. La sua accelerazione vale:

- A** 105/3600 m/s<sup>2</sup> **D** 20 m/s<sup>2</sup>  
**B** 2000 km/h<sup>2</sup> **E** circa 3700 m/s<sup>2</sup>  
**C** circa 3,7 km/h<sup>2</sup>

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 67, 2002)

Puoi determinare l'accelerazione tramite la sua definizione  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ .

- 🔍 Conviene lasciare le velocità in km/h e trasformare i tempi in ore. Sapendo che in un'ora ci sono 3600 s, 36 s corrispondono a 1/100 h. Quindi:
- $$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{120 \text{ km/h} - 100 \text{ km/h}}{\frac{1}{100} \text{ h}} = 20 \cdot 100 \text{ km/h}^2 = 2000 \text{ km/h}^2$$

**7** Un'automobile parte da ferma con accelerazione costante uguale a  $0,1 \text{ m/s}^2$ . Dopo un minuto ha percorso:

- A** 981 m
- B** 180 m
- C** 524 m
- D** 1 m
- E** 0,05 m

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 49, 2000)

Se l'accelerazione è costante, il moto dell'automobile è uniformemente accelerato. Applicando le formule per il moto uniformemente accelerato, lo spazio percorso in un minuto (60 s) è dato da:

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{0,1 \cdot 60^2}{2} \text{ m} = 180 \text{ m}$$

**8** Un'automobile percorre un rettilineo infinitamente lungo. Esprimo lo spazio percorso in chilometri (km) e il tempo in ore (h). La velocità dell'auto sia costante e uguale a  $100 \text{ km/h}$ . A partire da un certo istante in poi l'auto subisce un'accelerazione negativa costante, uguale a  $-200 \text{ km/h}^2$ . Dopo quanti minuti si inverte il senso di marcia?

- A** 30
- B** 50
- C** 1
- D** mai
- E** 60

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 43, 2000)

L'automobile inverte il senso di marcia dall'istante in cui si ferma ( $v_{\text{finale}} = 0$ ); da  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , si ricava:

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_{\text{finale}} - v_{\text{iniziale}}}{a} = \frac{0 - 100 \text{ km/h}}{-200 \text{ km/h}^2} = \frac{1}{2} \text{ h},$$

ovvero dopo 30 minuti.

**9** Mentre viaggia, un passeggero osserva un pesetto di piombo che pende, sospeso a un filo, all'interno della sua automobile. Egli osserva che il pesetto:

- A** si sposta indietro mentre l'automobile viaggia su un rettilineo alla velocità costante di  $100 \text{ km/h}$
- B** si sposta in avanti mentre l'automobile viaggia su un rettilineo alla velocità costante di  $120 \text{ km/h}$
- C** si sposta in avanti quando l'automobile rallenta
- D** si sposta in avanti quando l'automobile accelera
- E** mantiene insieme al filo una posizione verticale comunque si muova

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 2007)

Probabilmente tu stesso avrai sperimentato che quando un'automobile rallenta, ti senti spinto in avanti, subendo un'accelerazione. Si tratta di un'accelerazione apparente dovuta al fatto che il sistema di riferimento solidale con l'automobile rallenta.

Attenzione alle risposte A e B: se l'automobile si muove a velocità costante, il pesetto rimane perfettamente sulla verticale, come se stesse in una stanza ferma.

**10** Un veicolo spaziale viaggia lontano da corpi celesti, a motore spento e con velocità  $V > 0$ . Al tempo  $t_1$  accende i razzi posteriori ottenendo accelerazione  $a = +20 \text{ m/s}^2$  e li spegne al tempo  $t_2 = t_1 + 5 \text{ s}$ , raggiungendo velocità  $V'$ .

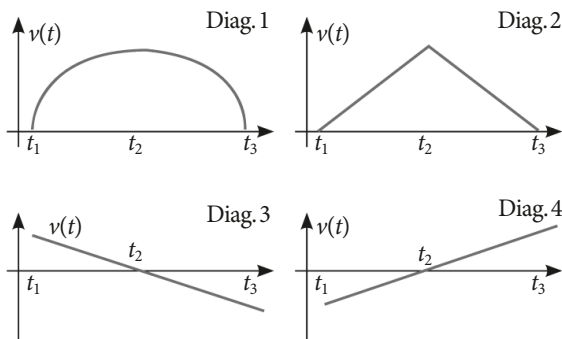
- A** fra  $t_1$  e  $t_2$  il "carico" non ha subito forze inerziali
- B** dopo  $t_2$  è  $0 < V' < V$
- C** fra  $t_1$  e  $t_2$  il moto è stato di tipo rettilineo uniforme
- D** ha guadagnato  $100 \text{ km/h}$  in velocità
- E** ha guadagnato  $360 \text{ km/h}$  in velocità

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 64, 2004)

I razzi posteriori sono stati accesi per un tempo  $\Delta t$  di 5 secondi. Dalla definizione di accelerazione  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , si ottiene  $\Delta v = a\Delta t = 20 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ s} = 100 \text{ m/s}$ . Per convertire i m/s in km/h, ricorda che devi moltiplicare per 3,6:  $\Delta v = 100 \text{ m/s} = 360 \text{ km/h}$ .

Potevi escludere facilmente altri distrattori. Se il veicolo accelera, la velocità aumenta quindi  $V' > V$  (risposta B); l'accelerazione è costante, il moto è uniformemente accelerato e non rettilineo uniforme (risposta C); la risposta D è da escludere perché sono errate le unità di misura (sarebbe stata corretta  $100 \text{ m/s}$ ).

**11** Consideriamo un tram nel percorso rettilineo fra due fermate. Se per metà percorso l'accelerazione è  $a = a_1$  mentre nella seconda è  $a = -a_1$ , quale sarà il grafico della velocità? ( $a_1$  è costante e positiva;  $t_1, t_2, t_3$  sono gli istanti in cui il tram si trova rispettivamente all'inizio, a metà e alla fine del percorso).



- A** Diagramma 2
- B** Diagramma 3
- C** Diagramma 4
- D** Diagramma 1
- E** Nessuno dei 4

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 63, 2004)

## Moto rettilineo uniformemente accelerato

Per un moto uniformemente accelerato il grafico velocità-tempo è una retta; l'accelerazione è il coefficiente angolare della retta nel grafico velocità-tempo.

Il tram si muove ad accelerazione positiva costante nella prima metà del percorso e ad accelerazione negativa costante nella seconda metà del percorso. Nella prima metà la retta ha coefficiente angolare positivo e nella seconda negativo, come nel diagramma 2.

Fai attenzione all'ordine delle risposte (la risposta A non coincide con il diagramma 1; la risposta B non coincide con il diagramma 2...): uno degli errori più frequenti in test di questo tipo è quello di voler segnare il diagramma 2 e di segnare invece la risposta B.

★ **12** Un oggetto si muove su traiettoria rettilinea con equazione  $x(t) = 1250 + 20 \cdot t - 0,5 \cdot t^2$  (unità di misura del SI):

- ☐ A la posizione iniziale è data dalla soluzione di:  
 $1250 + 20 \cdot t - 0,5 \cdot t^2 = 0$
- ☐ B l'accelerazione è positiva ma decrescente
- ☐ C l'accelerazione è  $a = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- ☐ D la velocità iniziale è 36 km/h
- ☐ E la velocità è nulla all'istante  $t = 20 \text{ s}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 64, 2004)

Lequazione  $x(t) = 1250 + 20t - 0,5t^2$  è l'equazione di un moto uniformemente accelerato. Confrontandola con  $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ , ricavi che l'accelerazione  $a$  è pari a  $-1$ . L'equazione della velocità ( $v = v_0 + at$ ) è quindi  $v(t) = 20 - 1t$ . Sostituendo 20 s in  $t$  nell'equazione  $v(t) = 20 - 1t$ , ottieni  $v = 0$ . La velocità quindi è nulla all'istante  $t = 20 \text{ s}$ .

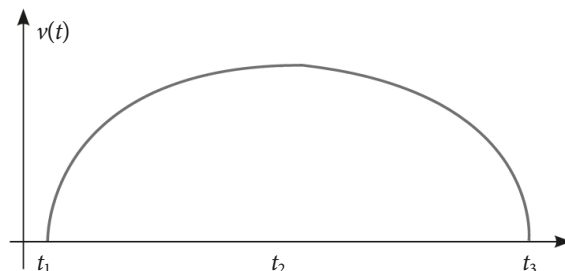
Esaminiamo gli altri distrattori:

Risposta A: la posizione iniziale è 1250 m.

Nei casi B e C: l'accelerazione è negativa ( $a = -1 \text{ m/s}^2$ ).

Risposta D: la velocità iniziale è di 20 m/s.

●●● **13** Il conducente di un treno, fra due fermate R e S, mantiene una velocità che è quella della figura sottostante in cui negli istanti  $t_1, t_2, t_3$  si trova rispettivamente in R, nel punto intermedio M ed in S. Allora si può affermare che:



- ☐ A l'accelerazione tra R e M è uguale a quella tra M e S
- ☐ B l'accelerazione è nulla in R e in S
- ☐ C l'accelerazione è massima in S
- ☐ D l'accelerazione è minima in R
- ☐ E l'accelerazione è nulla in M

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 63, 2004)

Ricorda che quando la velocità è massima, l'accelerazione è pari a zero. Dal grafico puoi notare che la velocità assume un massimo in M, al tempo  $t_2$ . Quindi in M l'accelerazione è nulla.

- ★ **1** Due oggetti hanno massa e volume diversi l'uno dall'altro. Lasciati cadere dalla stessa altezza, con velocità nulla e in assenza di atmosfera, arrivano al suolo contemporaneamente. Ciò avviene perché:

- ☐ A i due corpi hanno lo stesso peso
- ☐ B la legge di caduta di un corpo nel vuoto dipende solo dalla velocità iniziale
- ☐ C il corpo a volume maggiore ha una massa minore
- ☐ D i due corpi hanno masse proporzionale ai volumi
- ☐ E per nessuna delle ragioni esposte

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 68, 1999)

In assenza di atmosfera (ovvero trascurando gli attriti), un corpo lasciato cadere da un'altezza  $h$  raggiunge il suolo dopo un tempo pari a  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ , con  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

Come puoi notare, il tempo non dipende dalla massa del corpo. Anche se le velocità iniziali dei corpi fossero diverse da zero, ma sempre uguali tra i due corpi, questi cadrebbero contemporaneamente.

- ● **2** Due sferette identiche A e B vengono lasciate cadere contemporaneamente dalla stessa altezza, la sferetta A con velocità iniziale nulla, la B con velocità orizzontale  $v$ . Trascurando l'attrito, quando arrivano le sferette al suolo?

- ☐ A I dati non sono sufficienti per fare una previsione attendibile.
- ☐ B La sferetta B per prima.
- ☐ C La sferetta B per prima, se la velocità orizzontale  $v$  è maggiore di  $9,8 \text{ m/s}$ .
- ☐ D Le sferette raggiungono il suolo contemporaneamente.
- ☐ E La sferetta A per prima.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 2009)

- 🔍 Per rispondere esattamente a questo quesito, devi considerare i moti solo lungo la direzione verticale. La velocità orizzontale iniziale della seconda sferetta è la componente che sposta orizzontalmente la sferetta, senza contribuire in alcun modo alla caduta proiettata sull'asse verticale, ma facendo compiere alla sferetta la tipica traiettoria parabolica. Trascurando gli attriti, la prima sferetta raggiunge terra dopo un tempo pari a  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ , con  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , perché ha velocità iniziale nulla. Anche la seconda sferetta raggiunge terra dopo lo stesso tempo, pari a  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ , avendo velocità iniziale unicamente orizzontale, con componente verticale nulla.

- ★ **3** Un corpo di ferro di 5 kg e uno di piombo di 2 kg vengono lasciati cadere da 10 m di altezza indipendentemente l'uno dall'altro. In un secondo esperimento i due corpi vengono strettamente legati insieme e il corpo così composto è lasciato cadere dalla stessa altezza. Sapendo che l'effetto dell'attrito dell'aria è trascurabile, si elenchi quale delle affermazioni seguenti è l'UNICA CORRETTA quando si confronti il moto effettuato dai due corpi con quello del corpo composto:

- ☐ A il corpo composto segue un moto che dipenderà da come è stato legato
- ☐ B i tre corpi seguono tre distinti moti perché i materiali sono diversi
- ☐ C il corpo più pesante tende a frenare il corpo più leggero perché ha maggiore inerzia
- ☐ D i tre corpi seguono lo stesso moto di caduta
- ☐ E il corpo leggero tende a frenare il corpo più pesante perché pesa di meno

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 69, 2006)

Quando si trascura l'attrito dell'aria, i moti di caduta non dipendono dalla massa dei corpi.

- ● **4** Un sasso viene lasciato cadere con velocità nulla in un pozzo. Il rumore del sasso che tocca il fondo giunge dopo 6 s dall'istante iniziale. La profondità del pozzo è di circa:

- ☐ A 450 m
- ☐ B 45 m
- ☐ C 180 m
- ☐ D 90 m
- ☐ E 0,018 km

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 48, 1997)

- 🔍 Anche se non è precisato nel testo, in questo esercizio devi trascurare l'attrito e il tempo impiegato dal suono per giungere al nostro orecchio. Se il sasso tocca il fondo del pozzo dopo 6 s, ha percorso uno spazio pari a

$$s = \frac{1}{2}gt^2, \text{ con } g = 9,8 \text{ m/s}^2. \text{ Ricorda che durante il test}$$

di ammissione non potrai usare la calcolatrice e quindi, in esercizi di questo tipo, è molto utile approssimare  $g$  al valore di  $10 \text{ m/s}^2$ .

Sostituendo i dati, si ha  $s = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 36 \text{ m} = 180 \text{ m}$ .

- ★ **5** Una bottiglia di plastica contiene, sul fondo, delle biglie di acciaio. Lasciamo cadere la bottiglia da una grande altezza con una velocità iniziale nulla. Quale affermazione tra le seguenti si ritiene corretta, nell'ipotesi di poter trascurare l'attrito tra bottiglia e aria?

- ☐ A Le sfere lentamente ruotano all'interno della bottiglia, a causa della forza di Coriolis.

## Caduta libera e moto dei proiettili

- B** Le sfere sono accelerate verso il collo della bottiglia, a causa della spinta di Archimede.
- C** Nei primi istanti del moto le sfere si portano dalle parti del collo della bottiglia, a causa dell'inerzia.
- D** Le sfere rimangono sul fondo, come conseguenza del fatto che l'acciaio ha una densità maggiore della plastica.
- E** Le sfere rimangono sul fondo, come conseguenza del fatto che la forza peso è proporzionale alla massa.

(Test di ammissione a Odontoiatria e protesi dentaria, quesito 73, 2010)

In un ascensore in caduta libera tutti gli oggetti sentono la stessa accelerazione, quella di gravità.

🔍 Se le biglie fossero adagiate su una bilancia, scopriremmo che il loro peso sarebbe zero, perché anche la bilancia sarebbe in caduta libera.

- ★ **6** Due sfere  $S_1$  ed  $S_2$  hanno lo stesso diametro e densità rispettivamente di  $8 \text{ g/cm}^3$  e  $16 \text{ g/cm}^3$ . Cadono simultaneamente nel vuoto.

- A** Le due sfere arrivano al suolo simultaneamente.
- B** La sfera  $S_1$  arriva per prima al suolo.
- C** La sfera  $S_1$  arriva al suolo con un tempo doppio rispetto a quello impiegato da  $S_2$ .
- D** La sfera  $S_2$  arriva per prima al suolo.
- E** I tempi di caduta dipendono dal rapporto delle due masse.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 1997)

Il tempo di caduta libera nel vuoto non dipende dalla massa del corpo.

- ★ **7** Si lasciano cadere a terra dalla medesima altezza un foglio e una pallina, entrambi di carta e di massa 15 g:

- A** arriva prima la pallina, perché la forza peso dipende dalla superficie del corpo
- B** essi arrivano a terra contemporaneamente
- C** arriva prima la pallina, perché ha peso maggiore
- D** arriva prima la pallina, perché c'è l'aria
- E** arriva prima la pallina perché c'è l'accelerazione di gravità

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 57, 1997)

🔍 Fai attenzione: nel testo non si chiede di trascurare l'attrito dell'aria. Esaminiamo i distrattori: la forza peso non dipende dalla superficie (risposta A); la forza peso della pallina e del foglio è la stessa perché hanno la stessa massa (risposta C); l'esperienza di tutti i giorni ci insegna che un foglio di carta cade più lentamente di una pallina ottenuta appallottolando il foglio e

se non ci fosse l'aria, pallina e foglio toccherebbero il suolo insieme (è quindi la presenza dell'aria a causare la caduta non contemporanea della pallina e del foglio) (risposta D); non è l'accelerazione di gravità la causa della caduta non contemporanea degli oggetti (risposta E).

- ★ **8** In un ambiente, in cui è stato fatto il vuoto, lascio cadere (in caduta libera) una piuma di 10 g, una sfera di legno da 200 g e una piccola sferetta di ferro da 1 g e misuro i tempi di caduta (alla stessa quota, nelle stesse condizioni di partenza, per uno stesso percorso). Quale di questi tempi è il minore e quale il maggiore?

- A** Non si può rispondere senza conoscere i volumi dei tre oggetti.
- B** Minore per la piuma e maggiore per il ferro.
- C** Minore per il legno e maggiore per la piuma.
- D** Minore per il ferro e maggiore per la piuma.
- E** Non vi è minore né maggiore perché i tre tempi sono uguali.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 68, 2002)

In un ambiente in cui è stato fatto il vuoto (ovvero trascurando gli attriti), un corpo lasciato cadere da un'altezza  $h$  raggiunge il suolo dopo un tempo pari a  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ , con  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Come puoi notare, il tempo non dipende dalla massa del corpo. Anche se le velocità iniziali dei corpi fossero diverse da zero, ma sempre uguali per i tre corpi, questi cadrebbero contemporaneamente.

🔍 La risposta B è insensata (non può cadere prima la piuma!) e le altre risposte sono chiaramente dei distrattori.

- ★ **9** Una delle seguenti affermazioni non è corretta. Quale?

- A** Accelerazione e posizione iniziale sono sufficienti per determinare la traiettoria di un corpo.
- B** La velocità vettoriale media di un corpo, in un dato intervallo di tempo, si può calcolare conoscendo solo il vettore spostamento e la durata dell'intervallo temporale.
- C** Se l'accelerazione è diversa da zero, la velocità vettoriale non è costante.
- D** Esistono moti in cui l'accelerazione è diversa da zero, pur essendo la velocità scalare costante.
- E** In un moto periodico, la velocità vettoriale media in un periodo è necessariamente nulla.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 2012)

Non è sufficiente conoscere l'accelerazione e la posizione iniziale per individuare la traiettoria di un corpo. Si devono avere informazioni anche sulla velocità iniziale.

Pensa al caso di un corpo lasciato cadere da un'altezza  $h$  e di un altro corpo sparato orizzontalmente dalla stessa altezza. I due corpi hanno stessa posizione iniziale, stessa accelerazione (di gravità) ma differente velocità iniziale. Le due traiettorie non sono uguali.

La risposta B è esatta:  $v = \Delta s / \Delta t$

La risposta C è esatta: si ha  $v = v_0 + at$


La risposta D è esatta: il moto circolare uniforme ha velocità scalare costante e accelerazione centripeta.

La risposta E è esatta: in un moto periodico, in un periodo la velocità vettoriale media è zero.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 57, 2013)

Il moto della pallina è un moto uniformemente accelerato. Considerando le unità di misura nel S.I. e che la velocità iniziale ha verso opposto all'accelerazione di gravità, si ha che la pallina dopo 2 secondi ha percorso uno spazio di

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 19,6 \cdot 2 - 9,8 \cdot 2 = 9,8 \cdot 2 = 19,6 \text{ m.}$$

 Fai attenzione: il calcolo si semplifica se ti rendi conto che  $19,6 \cdot 2$  è il doppio di  $9,8 \cdot 2$ .

- ★ **10** Una pallina viene lanciata verticalmente in alto ad una velocità di 19,6 m/s. Quale distanza ha percorso in 2 secondi? [Ignorare gli effetti dell'aria e considerare che  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ]

- ☐ A 9,8 m      ☐ C 19,6 m      ☐ E 0 m  
☐ B 39,2 m      ☐ D 14,7 m

Soluzioni: 

8	E
9	A
10	C

1	B
2	D
3	D

4	C
5	E
6	A

7	D
---	---

- 1** Sia dato un moto rettilineo in cui la velocità passa da 4 m/s a 6 m/s in 2 s. L'accelerazione centripeta vale:

- A** 4 m/s<sup>2</sup>                      **D**  $\left(\frac{6}{2} - \frac{4}{2}\right)$  m/s<sup>2</sup>  
**B** 2 m/s<sup>2</sup>                      **E** zero  
**C**  $\left(\frac{4}{2} - \frac{6}{2}\right)$  m/s<sup>2</sup>

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 67, 2002)

Un moto rettilineo ha accelerazione centripeta nulla. Per avere accelerazione centripeta (o radiale) il moto deve essere circolare o il corpo deve compiere traiettorie curve.

- La risposta D potrebbe creare confusione: sarebbe stata esatta se il testo avesse chiesto di calcolare il valore dell'accelerazione e non il valore dell'accelerazione centripeta.

- 2** L'accelerazione centripeta nel moto circolare uniforme, nel Sistema Internazionale (SI), si esprime in:

- A** rad/s                      **D** m · s<sup>-2</sup>  
**B** s<sup>-2</sup>                      **E** s<sup>2</sup>  
**C** (m/s)<sup>2</sup>

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 42, 2000)

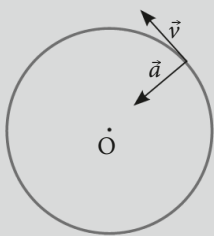
- In una grandezza fisica, è il sostantivo (*accelerazione*) e non l'aggettivo (*centripeta*) che definisce l'unità di misura: l'accelerazione centripeta nel moto circolare uniforme, come tutte le accelerazioni, si esprime in m · s<sup>-2</sup>.

- 3** Se un corpo puntiforme di massa  $M$  è animato di moto circolare uniforme, allora si verifica che varia:

- A** la velocità angolare  
**B** la direzione dell'accelerazione centripeta  
**C** il modulo dell'accelerazione  
**D** il modulo dell'accelerazione centripeta  
**E** il modulo della velocità

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 59, 1999)

L'accelerazione nel moto circolare uniforme è centripeta, ovvero rivolta verso il centro, e quindi varia la sua direzione durante il moto del corpo.



- Le risposte C, D, E erano da scartare: in un moto circolare uniforme, non variano il modulo della velocità (che è tangenziale) e dell'accelerazione (che è centripeta), ma variano solo le loro direzioni e di conseguenza i loro versi. Anche la risposta A è da scartare: in un moto circolare uniforme la velocità angolare è costante.

- 4** Nel descrivere il moto circolare uniforme, indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- A** L'accelerazione dipende unicamente dalla velocità angolare.  
**B** L'accelerazione dipende unicamente dal raggio della circonferenza descritta dal moto.  
**C** L'accelerazione varia in modulo.  
**D** Il vettore accelerazione è costante.  
**E** L'accelerazione è costante in modulo.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, 2009)

In un moto circolare uniforme l'accelerazione (che è centripeta) è costante in modulo, ma non in direzione e verso.

- Ricordando che l'accelerazione centripeta vale  $a = \omega^2 R$  (con  $\omega$  velocità angolare e  $R$  raggio della circonferenza) potevi escludere le risposte A e B. Le risposte C e D sono da scartare per la definizione stessa di accelerazione centripeta.

- 5** Individuate la GIUSTA affermazione, tra le seguenti.

- A** In un moto a traiettoria qualsiasi, ma uniformemente accelerato, velocità e accelerazione sono direttamente proporzionali.  
**B** In un moto rettilineo uniformemente accelerato, velocità e accelerazione sono direttamente proporzionali.  
**C** In un moto a traiettoria qualsiasi, ma uniformemente accelerato, velocità e accelerazione sono inversamente proporzionali.  
**D** In un moto rettilineo uniformemente accelerato, velocità e accelerazione sono inversamente proporzionali.  
**E** In un moto circolare uniforme, accelerazione e velocità sono vettori tra loro ortogonali.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 63, 2002)

In un moto circolare uniforme, la velocità è tangenziale e l'accelerazione è centripeta (diretta verso il centro). In ogni punto di una circonferenza, raggio e tangente sono tra loro perpendicolari. Quindi in un moto circolare uniforme, accelerazione e velocità sono tra loro ortogonali.

**6** Un corpo puntiforme di massa  $M$  è dotato di un moto con componente tangenziale dell'accelerazione uguale a zero, e con componente radiale (o centripeta) dell'accelerazione costante e diversa da zero. Il modulo della velocità è  $V$ . Quale delle seguenti affermazioni è ERRATA?

- ☐ A La componente centripeta dell'accelerazione è proporzionale al quadrato del modulo della velocità  $V$  e inversamente proporzionale al raggio della traiettoria circolare.
- ☐ B La componente centripeta dell'accelerazione è proporzionale al quadrato del modulo della velocità  $V$ .
- ☐ C Il corpo puntiforme esegue un moto circolare uniforme.
- ☐ D Il modulo del vettore velocità rimane costante nel tempo.
- ☐ E Il corpo puntiforme esegue un moto con traiettoria elicoidale.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 69, 2009)

🔍 Dalla definizione del moto, si evince che il corpo compie un moto circolare uniforme e non un moto elicoidale. L'affermazione errata è quindi la E. Esaminiamo i diversi distrattori. Le risposte A e B non sono errate: in un moto circolare uniforme l'accelerazione centripeta è espressa dalla relazione  $a = \frac{V^2}{R}$  (con  $V$  = velocità e  $R$  = raggio della circonferenza). Anche la risposta C non è errata: il moto è circolare uniforme. Anche l'affermazione D è corretta: in un moto circolare uniforme il modulo del vettore velocità è costante.

**7** Un corpo puntiforme si muove di moto circolare uniforme. Indichiamo con  $r$  il raggio della circonferenza, con  $v$  la velocità periferica, con  $\omega$  la velocità angolare, con  $T$  il periodo, con  $f$  la frequenza. Qual è la giusta espressione?

- ☐ A  $T = \omega \cdot v$
- ☐ B  $T = \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot r}$
- ☐ C  $T = \frac{\pi}{v}$
- ☐ D  $T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v}$
- ☐ E  $T = \frac{f}{\pi}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 63, 2003)

In un moto circolare uniforme, la velocità  $v$  è espressa dalla relazione  $v = \frac{2\pi r}{T}$  (con  $r$  = raggio della circonferenza e  $T$  = periodo).

Dall'espressione della velocità si ricava  $T = \frac{2\pi r}{v}$ .

🔍 Potresti escludere le risposte sbagliate effettuando l'analisi dimensionale.

**8** In un moto circolare uniforme, il periodo  $T$  è il tempo impiegato per percorrere l'intera circonferenza. Il numero di giri compiuti nell'unità di tempo è:

- ☐ A  $\frac{1}{2\pi T}$
- ☐ B  $2\pi T$
- ☐ C  $\frac{T}{2\pi}$
- ☐ D  $\frac{2\pi}{T}$
- ☐ E  $\frac{1}{T}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 47, 1998)

Il numero di giri al secondo, ovvero compiuti nell'unità di tempo corrisponde alla frequenza.

La frequenza  $f$  è il reciproco del periodo  $T$ :  $f = \frac{1}{T}$ .

**9** Un oggetto di massa  $m = 0,5$  kg, legato a una fune, viene fatto ruotare su una traiettoria circolare a una frequenza di 2 Hz. Qual è la sua velocità angolare in radianti al secondo?

- ☐ A  $6\pi$
- ☐ B  $2\pi$
- ☐ C  $3\pi$
- ☐ D  $4\pi$
- ☐ E  $1,5\pi$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 64, 1997)

🔍 La velocità angolare  $\omega$  è espressa dalla relazione  $\omega = 2\pi f$  (con  $f$  = frequenza). Sostituendo i dati, si ottiene  $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 2 \text{ Hz} = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ .

Attenzione: ogni tanto il MIUR propone quesiti in cui non è necessario utilizzare tutti i dati forniti. Questo è un quesito di questo tipo, dove è stato fornito il valore della massa, non necessario per la risoluzione del problema.

**10** Un corpo celeste ha periodo di rotazione  $T$  pari a 36 ore. Allora detta  $\omega$  la sua velocità angolare e detta  $\omega_T$  quella terrestre:

- ☐ A  $\omega = \frac{2}{36} \text{ rad/s}$
- ☐ B  $\omega < \omega_T$
- ☐ C  $\omega = \frac{1}{T}$
- ☐ D  $\omega > \omega_T$
- ☐ E  $\omega = 36 \text{ h/rad}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 63, 2003)

🔍 La Terra ha un periodo di rotazione di 24 ore. La velocità angolare è espressa dalla relazione  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  (con  $T$  = periodo). Quindi la velocità angolare del corpo celeste ( $\omega = \frac{2\pi}{36}$ ) risulta minore di quella della Terra

## Il moto circolare uniforme

( $\omega_T = \frac{2\pi}{24}$ ), usando le inusuali, ma utili, unità di misura rad/h.


Nota bene che per dare la risposta esatta, sarebbe stato sufficiente sapere che velocità angolare e periodo sono inversamente proporzionali.

- 11** Un corpo celeste costretto a percorrere un'orbita circolare di raggio 10 m alla velocità di 10 m al secondo, percorrerà in un secondo un arco di circonferenza corrispondente a un angolo pari a:

- ☐ A tutto l'angolo giro
- ☐ B metà angolo giro
- ☐ C 0,1 rad
- ☐ D 1 rad
- ☐ E 10 rad

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 2008)


Ricorda dalla geometria che un radiante è l'angolo che insiste su un arco di lunghezza pari al raggio della circonferenza.

-  In un secondo, il corpo percorrerà un arco di lunghezza di 10 m. Quindi percorrerà un arco di lunghezza pari al raggio. Di conseguenza, il corpo percorrerà in un secondo un arco di circonferenza corrispondente a un radiante. Anche senza conoscere la definizione di radiante, potevi escludere le risposte A e B, sapendo rispettivamente che le lunghezze di una circonferenza e di una semicirconferenza sono superiori al loro raggio.

- 12** Un sasso ruota attorno ad un centro fisso trattenuto da un filo lungo 1 m con velocità angolare  $\omega = \sqrt{10}$  rad/s. Qual è (entro il 2%) la giusta proposizione (g accelerazione di gravità)?

- ☐ A La velocità periferica è  $\pi^2$  m/s.
- ☐ B È sottoposto ad accelerazione pari a 1g.
- ☐ C La frequenza del moto è 2 Hz.
- ☐ D È sottoposto ad accelerazione pari a 10g.
- ☐ E La velocità periferica è  $10 \cdot \pi$  m/s.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 63, 2004)

-  L'accelerazione centripeta è espressa dalla relazione  $a = \omega^2 R$  (con velocità angolare e  $R$  = raggio). Sostituendo i dati, si ottiene  $a = \omega^2 \cdot R = 10 \cdot 1 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ m/s}^2$ , ovvero il sasso è sottoposto (entro il 2%) a un'accelerazione pari a  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .


Fai molta attenzione alla risposta D: il sasso è sottoposto a un'accelerazione pari a  $a = 10 \text{ m/s}^2$ , ovvero  $a \cong 1g$  e non 10g.



**13** Una fionda è costituita da un sasso vincolato a percorrere 5 giri al secondo, lungo una circonferenza di raggio  $L = 1$  m, per mezzo di una corda rigida. Quando il sasso si stacca dalla corda la sua velocità è:

- ☐ A diversa per sassi di massa diversa
- ☐ B di 5/s
- ☐ C di circa 30 m/s
- ☐ D di circa 300 m/s
- ☐ E pari alla velocità del suono

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 2007)

-  Il sasso percorre un arco di circonferenza, in moto circolare uniforme. Quando il sasso si stacca dalla corda, la sua velocità tangenziale è pari a  $v = 2\pi Rf$  (con  $f$  = frequenza e  $R$  = raggio della circonferenza). Quindi  $v = 2\pi Rf = 2\pi \cdot 1 \text{ m} \cdot \frac{5}{s} \approx 30 \frac{\text{m}}{s}$ , approssimando  $\pi$  con 3.




**14** Una fionda è costituita da un sasso vincolato a percorrere 3 giri al secondo lungo una circonferenza di raggio  $L = 1,5$  m, per mezzo di una corda rigida. Quando il sasso viene svincolato dalla corda la sua velocità è:

- ☐ A di 4,5 m/s
- ☐ B di 3 m/s
- ☐ C di circa 28 m/s
- ☐ D pari alla velocità del suono
- ☐ E diversa per sassi di massa diversa

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 2007)

Risolvi sostituendo i dati numerici nella formula per calcolare la velocità per un moto circolare uniforme:

$$v = 2\pi Rf = 2\pi \cdot 1,5 \times 3 \text{ m/s} \approx 28 \text{ m/s}$$

-  La risposta D è chiaramente un distrattore (con una fionda posso raggiungere la velocità del suono?)

- 15** Un giradischi si muove a 45 giri al minuto. Per calcolare la velocità angolare in rad/s, quale dei seguenti calcoli è CORRETTO?

- ☐ A velocità angolare =  $\frac{45}{60} = 0,75$  rad/s
- ☐ B manca il valore del raggio del disco per poter eseguire il conto
- ☐ C velocità angolare =  $45 \frac{2\pi}{360} = 0,8$  rad/s
- ☐ D velocità angolare =  $45 \frac{2\pi}{60} = 4,7$  rad/s
- ☐ E velocità angolare =  $45 \frac{2\pi}{180} = 1,6$  rad/s

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, 2008)

La velocità angolare  $\omega$  è espressa dalla relazione  $\omega = 2\pi f$  (con  $f$  = frequenza). La frequenza è il numero di giri compiuti in un secondo.

Se il giradischi compie 45 giri al minuto, in un secondo compie 45/60 giri. Quindi la velocità angolare è  $\omega = 2\pi \frac{45}{60} \text{ rad/s} = 4,7 \text{ rad/s}$ .

**16** Un satellite impiega 100 giorni per descrivere un'orbita circolare attorno ad un pianeta. Quale/i delle seguenti affermazioni relative al suo moto è corretta?

- 1) Mantiene una velocità scalare costante
- 2) Accelera in direzione del pianeta
- 3) Nell'arco temporale di 100 giorni la sua velocità vettoriale media è pari a zero

- ☐ A Tutte ☐ C 1 e 2 ☐ E 2 e 3  
☐ B 2 ☐ D 1 e 3

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 58, 2013)

Il moto è circolare uniforme. Quindi la velocità scalare è costante, l'accelerazione è centripeta (diretta verso il centro del pianeta) e in un periodo di rivoluzione (o in multipli di un periodo di rivoluzione) la velocità vettoriale media è nulla.

Fai attenzione: solo ricordando che nel moto circolare uniforme la velocità scalare è costante, potevi escludere i distrattori B ed E.

15 D 16 A  
8 E 9 D 10 B 11 D 12 B 13 C 14 C  
1 E 2 D 3 B 4 E 5 E 6 E 7 D

Soluzioni:

★ **1** Un moto si dice periodico quando:

- ● ●
- A** la traiettoria del moto è circolare
- B** l'accelerazione del moto non è mai nulla
- C** le grandezze fisiche che vi compaiono hanno sempre gli stessi valori
- D** le variabili del moto assumono gli stessi valori a intervalli di tempo uguali
- E** la velocità del moto è sempre costante

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 61, 1998)

Un moto è periodico quando le variabili del moto (posizione, velocità, accelerazione) assumono gli stessi valori a intervalli di tempo uguali. Il più piccolo di questi intervalli di tempo si chiama *periodo*: dopo 1, 2, 3 ... periodi le variabili posizione, velocità e accelerazione assumono sempre lo stesso valore.

🔍 Esaminiamo i distrattori uno per uno.

La risposta A è da scartare: sia il moto circolare uniforme sia quello armonico sono periodici, ma il moto armonico non è circolare. La risposta B è errata: in un moto armonico, che è periodico, l'accelerazione è nulla quando il corpo passa nella posizione di equilibrio. Attenzione alla risposta C: le grandezze fisiche non hanno sempre gli stessi valori in un moto periodico, ma assumono lo stesso valore solo dopo un numero intero di periodi. La risposta E è da scartare: in un moto armonico, che è periodico, la velocità non è costante, ma varia assumendo il massimo quando il corpo passa per la posizione di equilibrio e assumendo valore zero agli estremi della traiettoria.

★ **2** Nel moto armonico di un corpo puntiforme su una traiettoria rettilinea:

- ● ●
- A** la velocità del corpo è costante nel tempo
- B** la velocità del corpo cresce linearmente nel tempo
- C** il vettore velocità del corpo ha sempre la stessa direzione e sempre lo stesso verso
- D** la velocità del corpo è costante nel tempo, ma solo in un semiperiodo
- E** la velocità del corpo presenta una variazione periodica

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 57, 1999)

Nel moto armonico le grandezze cinematiche posizione, velocità e accelerazione presentano variazioni periodiche e assumono sempre lo stesso valore dopo un numero di intero di periodi.

🔍 Esaminiamo i distrattori. Le risposte A e D sono da scartare: la velocità in un moto armonico varia come una sinusoide e quindi non è costante nel tempo. La risposta B è errata: la velocità cresce linearmente in un

moto uniformemente accelerato. Infine, anche la risposta C è da scartare: un moto armonico è oscillatorio, quindi varia il verso del vettore velocità.

★ **3** Facciamo compiere piccole oscillazioni a un pendolo, costituito da un peso sostenuto da un filo di massa trascurabile. Quando il pendolo si trova alla massima ampiezza di oscillazione tagliamo il filo. Che cosa succede al peso?

- A** Descrive una parabola, partendo con una velocità iniziale in direzione orizzontale.
- B** Sale in verticale per un breve tratto sino a fermarsi, per poi iniziare a cadere.
- C** Descrive una parabola, partendo con una velocità iniziale verso l'alto, tangente alla traiettoria del pendolo quando il filo viene tagliato.
- D** Cade lungo una traiettoria che per i primi istanti coincide con quella che seguirebbe se il filo fosse integro.
- E** Cade in verticale, partendo con velocità iniziale nulla.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 71, 2010)

Ricorda che quando il pendolo si trova alla massima ampiezza di oscillazione, quindi alla estremità della sua traiettoria, la sua velocità è nulla. Il filo quindi viene tagliato quando il corpo ha velocità nulla, e su di esso agisce solo l'accelerazione gravitazionale  $g$ . Il moto del corpo sarà quello di caduta libera: uniformemente accelerato, su traiettoria verticale, con velocità iniziale nulla.

🔍 Esaminiamo i vari distrattori. A: il moto descriverebbe una parabola con velocità iniziale orizzontale se tagliassimo il filo quando il pendolo passa per la posizione centrale. La risposta B si può escludere con il buon senso: il pendolo non può salire in verticale! C: abbiamo già visto che la velocità iniziale è pari a zero, perché il pendolo si trova alla massima ampiezza di oscillazione (velocità nulla) quando tagliamo il filo. D: il pendolo segue la propria traiettoria (un arco di circonferenza) solo per la presenza del filo. Non può seguirla, anche se per pochi istanti, quando il filo è tagliato.

★ **4** Un pesante lampadario appeso al soffitto con una lunga fune (se ne vedono nelle chiese...) sta oscillando. Durante il moto l'ampiezza delle oscillazioni diminuisce gradatamente. Malgrado questa diminuzione si mantiene costante:

- ● ●
- A** il tempo impiegato per completare un'andata e ritorno (periodo)
- B** la sua energia cinetica
- C** la forza con cui sollecita il chiodo a cui è appeso
- D** la differenza dell'energia cinetica e potenziale
- E** la sua energia potenziale

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 69, 2006)

Possiamo approssimare il moto del lampadario a quello di un pendolo che sta compiendo delle piccole oscillazioni. Nell'ipotesi di piccole oscillazioni, il moto di un pendolo semplice è armonico con periodo ( $T$ ) dipendente solo dalla lunghezza del filo e indipendente dalla massa oscillante e dall'ampiezza delle oscillazioni.

Il periodo  $T$  è dato dalla relazione  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  (con  $l$  = lunghezza del filo e  $g$  = accelerazione di gravità). Nonostante l'ampiezza delle oscillazioni diminuisca progressivamente, il periodo delle stesse non varia.

**5** (Simboli:  $T$  = periodo;  $f$  = frequenza;  $\pi = 3,14159\dots$ ). Per descrivere un moto armonico si utilizza anche la velocità angolare  $\omega$ . Quale delle seguenti relazioni è ERRATA?

**A**  $T = \frac{1}{f}$

$$\boxed{\mathbf{c}} \quad T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$$

$$\boxed{\text{E}} \quad f = \frac{1}{T}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \quad \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

**D**  $T = 2 \cdot \pi \cdot \omega$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 1999)

🔍 Per arrivare alla soluzione di questo quesito ci sono due possibili strade: la prima è legata alla conoscenza della relazione in esame; alla seconda si può arrivare con un ragionamento logico.

Sappiamo che la velocità angolare  $\omega$  è espressa dalla relazione  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  (con  $T$  = periodo). La relazione ER-RATA è la D, perché  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

Anche senza conoscere l'espressione della velocità angolare, avresti potuto notare che le relazioni A ed E sono equivalenti (si ottengono l'una dall'altra tramite passaggi algebrici); così come sono equivalenti le relazioni B e C. Se per esempio fosse ERRATA (quindi nel caso del quesito in esame, corretta) la risposta A, sarebbe ERRATA anche la risposta E, ma in un test di questo tipo c'è un'unica risposta corretta da segnare. Analogo ragionamento si potrebbe fare per la coppia di risposte B e C. Di conseguenza, anche senza conoscere alcuna formula, avresti potuto segnare come ERRATA la risposta D.

**6** Due lampadari di una cattedrale, di peso e forma diversi, sono appesi a due catene di lunghezza disuguale. Nello spolverarli il sacrestano li fa leggermente oscillare e ne cronometra i periodi di oscillazione. Cosa ne può dedurre?

- A** I periodi di oscillazione dipendono dalla lunghezza delle catene e dal peso dei lampadari.
- B** I periodi di oscillazione dipendono dalla lunghezza delle catene.
- C** I periodi di oscillazione dipendono solo dalla spinta iniziale.
- D** I periodi di oscillazione dipendono dalla forma e dal peso dei lampadari.
- E** I periodi di oscillazione dipendono dal peso dei lampadari.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2009)

Possiamo approssimare i moti dei lampadari a quello di due pendoli che stanno compiendo delle piccole oscillazioni.

7 Foucault nel 1851 sospese con un filo di 67 m una sfera di 28 kg al soffitto della cupola del Pantheon di Parigi e la fece oscillare per una famosa dimostrazione. Trovate fra le seguenti l'affermazione sicuramente **ERRATA**.

- A** L'ampiezza di oscillazione si riduceva con le ore.  
**B** La frequenza di oscillazione si riduceva con le ore.  
**C** Il periodo sarebbe stato lo stesso usando altra massa.  
**D** Il moto era periodico.  
**E** Il piano di oscillazione mutava rispetto al pavimento.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 64, 2004)

Il periodo  $T$  è dato dalla relazione  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  (con  $l$  = lunghezza del filo e  $g$  = accelerazione di gravità) e la frequenza  $f$  è il reciproco del periodo ( $f = \frac{1}{T}$ ).

**8** Un corpo di 200 g viene legato a un estremo di un filo sottile inestensibile, molto leggero e lungo 1 m. Il corpo viene fatto oscillare con ampiezza di pochi centimetri. Il tempo impiegato a percorrere un ciclo completo (periodo) dipende essenzialmente.

- A** dal materiale che forma il corpo appeso  
**B** dalla lunghezza del filo  
**C** dall'ampiezza delle oscillazioni  
**D** dalla natura del filo  
**E** dal tipo di supporto a cui è agganciato il filo

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 69, 2008)

Nell'ipotesi di piccole oscillazioni, il moto di un pendolo semplice è armonico con periodo  $T$  dipendente solo dalla lunghezza del filo e indipendente dalla massa oscillante e dall'ampiezza delle oscillazioni. Il periodo  $T$  è dato dalla relazione  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  (con  $l$  = lunghezza del filo e  $g$  = accelerazione di gravità).

★ **9** Il periodo di oscillazione di un pendolo sia 2 s. La frequenza delle oscillazioni allora è uguale a:

- A** 5 Hz    **B** 0,5 Hz    **C** 2 Hz    **D** 2 s    **E** 0,5 s

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 48, 2000)

La frequenza  $f$  è legata al periodo  $T$  dalla relazione  $f = \frac{1}{T}$ . Se il periodo è pari a 2 s, la frequenza è pari a 0,5 Hz, perché  $f = \frac{1}{2\text{ s}} = 0,5\text{ Hz}$ .

- ★ **1** Un corpo puntiforme di massa  $M$ , completamente libero di muoversi, inizialmente fermo, rimane fermo:

- ☐ A se è soggetto alla sola forza peso
- ☐ B se a esso sono applicate forze la cui risultante è nulla
- ☐ C se la forza applicata è grande rispetto alla massa  $M$
- ☐ D se la forza applicata è piccola rispetto alla massa  $M$
- ☐ E se a esso sono applicate forze qualsiasi, purché costanti

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 55, 1999)

Come conseguenza del primo principio della dinamica, un corpo libero di muoversi, inizialmente fermo, rimane fermo se a esso sono applicate forze la cui risultante è nulla.

- 🔑 Puoi scartare subito le risposte C e D perché non puoi confrontare grandezze non omogenee, come massa e forza.

- ★ **2** Sia dato un corpo di massa 15 kg, che giace in quiete su un tavolo. Il tavolo sopporta il peso del corpo, senza cedere. Appoggio un secondo corpo sopra il primo. Il secondo corpo abbia massa pari a 30 kg. Il tavolo seguita a reggere entrambi i pesi che restano, entrambi, in quiete. Quanto vale l'accelerazione del primo corpo per effetto della risultante di tutte le forze a esso applicate (detta  $g$  l'accelerazione di gravità)?

- ☐ A 1g
- ☐ B 2g
- ☐ C 15 m/s<sup>2</sup>
- ☐ D 15g m/s<sup>2</sup>
- ☐ E zero

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 64, 2002)

- 🔑 Nel testo è precisato che entrambi i corpi restano in quiete. Quindi l'accelerazione del primo corpo per effetto della risultante di tutte le forze applicate è pari a zero, in quanto ha una variazione di velocità nulla.

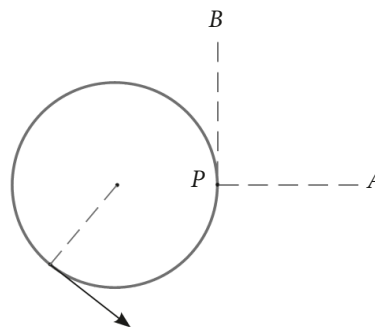
- ★ **3** Un asse del peso di 20 kg<sub>p</sub> e lungo 8 m è appoggiato alle sponde di una stretta insenatura. Un uomo di 100 kg<sub>p</sub> cammina sull'asse passando da una sponda all'altra. Durante il percorso la somma delle forze di reazione vincolari esercitate sugli estremi dell'asse per mantenere in equilibrio l'intero sistema:

- ☐ A è sempre uguale a 100 kg<sub>p</sub>
- ☐ B è nulla
- ☐ C è sempre uguale a 120 kg<sub>p</sub>
- ☐ D dipende dalla natura del materiale utilizzato per costruire l'asse
- ☐ E varia con la posizione dell'uomo sull'asse

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 65, 2005)

- 🔑 Per mantenere in equilibrio il sistema, la somma delle forze di reazione vincolari esercitate sugli estremi degli assi deve essere uguale alla somma delle forze peso dell'uomo (100 kg<sub>p</sub>) e dell'asse (20 kg<sub>p</sub>).

- ★ **4** Una pallina è soggetta a moto circolare uniforme, su un piano orizzontale senza attriti, trattenuta da un filo. Quando passa per  $P$  viene liberata. Si può dire che:



- ☐ A colpirà B
- ☐ B inizia moto accelerato
- ☐ C colpirà A
- ☐ D inizia moto ritardato
- ☐ E non colpirà né A né B

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, 1999).

Ricorda che un moto circolare uniforme ha la velocità che è tangenziale, ossia diretta punto per punto come la tangente alla circonferenza.

- 🔑 Se la palla viene liberata quando passa per  $P$ , la stessa continuerà per il primo principio della dinamica a muoversi di moto rettilineo uniforme, con la velocità che aveva in  $P$ . Colpirà quindi B.

- ★ **5** A un corpo di massa  $M$ , in moto su un piano orizzontale, inizialmente con velocità costante, si applica una forza nella stessa direzione e nello stesso verso della velocità. Si ha come risultato:

- ☐ A che la velocità rimane costante a causa della massa inerziale
- ☐ B che l'accelerazione aumenta gradualmente sotto l'azione della forza applicata
- ☐ C che l'accelerazione aumenta a causa della massa gravitazionale
- ☐ D un'accelerazione direttamente proporzionale alla forza applicata
- ☐ E che la velocità rimane costante a causa della massa gravitazionale

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, ripetizione prova 2007)

Per il secondo principio della dinamica,  $\vec{F} = m\vec{a}$  (con  $\vec{F}$  = forza,  $m$  = massa,  $\vec{a}$  = accelerazione).

Le risposte A ed E sono da scartare, perché la velocità rimane costante in assenza di forze (o se la somma vettoriale delle forze applicate è nulla). Anche le risposte B e C sono da scartare: se la forza fosse costante, l'accelerazione sarebbe costante, e non aumenterebbe.

**6** Una persona è in piedi su una bilancia a molla posta su di un ascensore. Prima che l'ascensore cominci a salire la bilancia segna 637 N. Quando l'ascensore accelererà verso l'alto la bilancia segnerà:

- A** un valore minore a causa dell'accelerazione verso l'alto
- B** un valore maggiore a causa dell'accelerazione verso l'alto
- C** lo stesso valore perché la superficie a contatto col corpo non varia
- D** lo stesso valore perché l'accelerazione è costante
- E** lo stesso valore perché la massa non varia

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, 2008)

Nel sistema di riferimento solidale con l'ascensore, l'uomo sulla bilancia percepisce un'accelerazione  $\vec{a}$  verso il basso, dovuta all'accelerazione dell'ascensore verso l'alto (è lo stesso effetto che avvertiamo quando una automobile frena: percepiamo un'accelerazione in avanti). La bilancia misura quindi una forza peso maggiore, pari a  $\vec{F} = m(\vec{g} + \vec{a})$ . La risposta A è errata: la bilancia misurerebbe un peso minore se l'ascensore accelerasse verso il basso. La risposta E è errata: la massa non varia, ma il peso sì (inteso come forza peso, infatti è espresso in newton).

**7** Un corpo di massa  $M$  percorre una circonferenza con velocità  $V$  costante in modulo. La forza  $F$  agente sul corpo dovuta al vincolo è:

- A** diversa da zero e diretta radialmente verso il centro della circonferenza (centripeta)
- B** diversa da zero e inversamente proporzionale all'accelerazione centripeta
- C** diversa da zero e tangente alla traiettoria
- D** diversa da zero e diretta radialmente verso l'esterno della circonferenza (centrifuga)
- E** nulla

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 47, 2000)

Se il corpo percorre una circonferenza con velocità  $V$  costante in modulo, allora il corpo si muove con moto circolare uniforme. Dalla lezione 6, sappiamo che l'accelerazione in un moto circolare uniforme è centripeta. Poiché, per il secondo principio della dinamica, forza e accelerazione hanno stessa direzione e stesso verso, la forza – diversa da zero – è diretta radialmente verso il centro della circonferenza (centripeta).

Alcune delle risposte proposte si potevano scartare senza conoscere la risposta esatta, perché errate, per esempio la B: forza e accelerazione sono direttamente e non inversamente proporzionali. Anche la risposta C era da scartare: la velocità è tangenziale, e la forza ha la stessa direzione dell'accelerazione, e non della velocità. Infine, anche la risposta E è errata: in un moto circolare uniforme, c'è accelerazione centripeta e la forza quindi non può essere nulla.

**8** Si applichi una forza di 3 N a un corpo puntiforme di 3 kg. Il corpo sia libero (non soggetto a vincoli e non abbia altre forze applicate). Quanto vale la sua accelerazione?

- A**  $(9,8 - 1) \text{ m/s}^2$  (all'incirca)
- B**  $(9,8 + 1) \text{ m/s}^2$  (all'incirca)
- C**  $9,8 \text{ m/s}^2$  (all'incirca)
- D**  $1 \text{ m/s}^2$  (esatto)
- E**  $9 \text{ m/s}^2$  (esatto)

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 64, 2001)

Per il secondo principio della dinamica,  $F = ma$ , quindi  $a = F/m = \frac{3 \text{ N}}{3 \text{ kg}} = 1 \text{ m/s}^2$ .

**9** Se la risultante delle forze applicate a un corpo risulta diversa da zero e costante (nel tempo e nello spazio) in modulo, direzione e verso, il corpo stesso risulta:

- A** in moto circolare uniforme
- B** in moto rettilineo uniformemente accelerato
- C** in moto rettilineo uniforme
- D** in quiete
- E** in moto rettilineo armonico

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 68, 1999)

Per il secondo principio della dinamica,  $\vec{F} = m\vec{a}$ . In generale, con  $\vec{F}$  si intende la risultante delle forze; se questa è diversa da 0 e costante, è la causa di un'accelerazione diversa da 0 e costante.

Esaminiamo i distrattori e cerchiamo di capire perché sono errati. A: per avere un moto circolare uniforme la forza dovrebbe essere costante in modulo e diretta sempre verso un punto (il centro della circonferenza). C: un moto rettilineo uniforme è un moto a velocità costante, ma una velocità costante è causata dall'assenza di forze (o da forze che si annullano). D: la quiete (come il moto rettilineo uniforme) è causata dall'assenza di forze (o da forze che si annullano). E: in un moto armonico, la forza non è costante, né in modulo, né in verso.


## I principi della dinamica

- 10** Un pilota di aviogetto di massa  $m$  descrive una circonferenza di raggio  $r$  con velocità  $v$ . Il seggiolino dovrà sopportare una forza centrifuga pari a:

- A**  $v^2 \cdot r/m$       **C**  $vr^2/m$       **E**  $mv^2/r$   
**B**  $mvr^2$       **D**  $\left(\frac{1}{2}\right)mv^2/r$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 50, 1997)

Dalla lezione 6, sai che l'accelerazione centripeta è espressa dalla relazione  $a = \frac{v^2}{r}$ . Sostituendo  $a$  nell'espressione  $F = ma$ , ottieni facilmente  $F = m \frac{v^2}{r}$ .

-  Da considerazioni di buon senso, potevi eliminare facilmente le risposte A, B, C: avrai sicuramente percorso una curva in automobile. A parità di velocità, senti un'accelerazione centrifuga superiore quando la curva è stretta, ovvero quando ha un raggio di curvatura minore. Quindi  $F$  e  $r$  devono risultare inversamente proporzionali, o almeno all'aumentare dell'una deve diminuire l'altra.

- 11** Il rapporto  $F/m$ , con  $F$  forza e  $m$  massa, è:

- A** una velocità      **D** un impulso  
**B** un'accelerazione      **E** una quantità di moto  
**C** un'energia potenziale

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 69, 2002)

$$F/m = a.$$

- 12** Se un corpo si muove con un'accelerazione costante:

- A** la sua velocità si mantiene costante  
**B** su di esso agisce una forza costante  
**C** il suo moto si dice uniforme  
**D** mantiene costante l'energia cinetica  
**E** mantiene costante la quantità di moto

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 71, 1997)

Se l'accelerazione è costante, sul corpo agisce una forza (intesa come somma di forze) costante.

- 13** Per costringere un corpo a muoversi percorrendo un'orbita circolare con una velocità di modulo costante in un piano orizzontale praticamente privo di attrito, il corpo stesso va sollecitato con:

- A** una forza ortogonale al piano d'appoggio  
**B** una forza costante diretta verso il centro del cerchio  
**C** un'opportuna spinta iniziale e poi lasciato libero di muoversi

- D** una forza diretta lungo la direzione del moto  
**E** due forze uguali e opposte

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 68, ripetizione prova 2006)


Per costringere un corpo a muoversi di moto circolare uniforme (traiettoria circolare e velocità di modulo costante), il corpo va sollecitato con una forza costante diretta verso il centro del cerchio (centripeta, nella stessa direzione e con lo stesso verso dell'accelerazione), per il secondo principio della dinamica.

- 14** Una forza di 10 N, applicata a una massa di 20 kg inizialmente ferma e appoggiata su di un piano orizzontale da ritenersi ad attrito trascurabile, produce:

- A** una velocità costante di 2 m/s  
**B** un aumento di massa del 10%  
**C** un'accelerazione costante di 2 m/s<sup>2</sup>  
**D** un'accelerazione costante di 0,5 m/s<sup>2</sup>  
**E** una velocità costante di 0,5 m/s

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 69, 2008)

Per il secondo principio della dinamica,  $F = ma$  (con  $F$  = forza,  $m$  = massa,  $a$  = accelerazione). Quindi  $a = F/m = 10 \text{ N}/20 \text{ kg} = 0,5 \text{ m/s}^2$ .

-  Le risposte A e E sono da scartare: una velocità costante è causata dall'assenza di forze (o da forze che si annullano). La risposta B è da scartare: la massa è una grandezza che si conserva. La risposta C è errata per motivi di calcolo.

- 15** In un veicolo che si avvia su strada dritta, tutto il contenuto è sottoposto a una forza:

- A** diretta in verso opposto alla velocità  
**B** diretta in verso concorde alla velocità  
**C** proporzionale alla accelerazione di gravità  
**D** proporzionale alla velocità  
**E** detta di Coriolis

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 67, 2003)

Quanto in automobile ti avvii su una strada dritta, senti una forza apparente che ti spinge in verso opposto alla direzione del moto, dovuta al fatto che il sistema di riferimento solidale con l'automobile non è inerziale. Il fenomeno è molto evidente quando sta partendo un aereo: i passeggeri si sentono spinti in verso opposto al moto.

15	A	14	D	13	B	12	B	11	B	10	E	9	B	8	D	7	A
----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	---	---	---	---	---	---

Soluzioni:

**1** Su un corpo puntiforme di massa  $M$  agiscono contemporaneamente due forze ( $F_1$  e  $F_2$ ). Se agisse solo la forza  $F_1$  l'accelerazione del corpo sarebbe  $A_1$ . Se agisse solo  $F_2$  l'accelerazione sarebbe  $A_2$ . Ma poichè agiscono contemporaneamente sia  $F_1$  che  $F_2$ , con quale accelerazione si muoverà il corpo?

- A** sempre uguale ad  $A_1$  se  $A_1$  è maggiore di  $A_2$
- B** sempre uguale ad  $A_2$  se  $A_2$  è maggiore di  $A_1$
- C** uguale alla somma vettoriale di  $A_1$  e  $A_2$
- D** uguale al prodotto di  $A_1$  per  $A_2$
- E** sempre uguale alla differenza vettoriale  $A_1 - A_2$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 56, 1999)

Le accelerazioni sono vettori che si sommano con la regola del parallelogramma. Quando agiscono contemporaneamente le forze  $F_1$  e  $F_2$ , l'accelerazione del corpo sarà pari alla somma vettoriale di  $A_1$  e  $A_2$ .

Potevi scartare a priori la risposta D per motivi dimensionali.

**2** Una scala lunga 2 m e appoggiata al muro sostiene un uomo che è salito fino al secondo gradino. Una condizione di maggiore sicurezza nell'evitare che la scala scivoli sul pavimento, si raggiunge:

- A** facendo eseguire il lavoro a operai dal peso corporeo ridotto
- B** aumentando l'attrito tra scala e pavimento
- C** diminuendo l'attrito tra scala e pavimento
- D** sagomando opportunamente i gradini
- E** diminuendo l'attrito tra scala e muro

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 68, 2008)

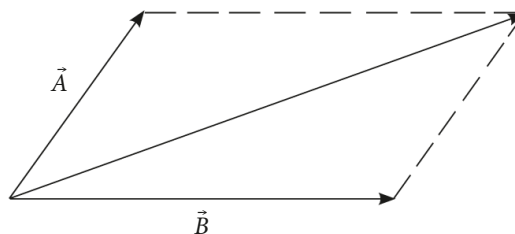
Ricorda che per far muovere un corpo su un pavimento orizzontale devi applicare una forza superiore alla forza di attrito. La scala scivolerebbe con maggiore difficoltà sul pavimento se si aumentasse l'attrito tra scala e pavimento.

**3** Siano  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$  due forze, complanari, applicate a uno stesso punto. La forza  $\vec{A}$  abbia modulo di 3 N e la forza  $\vec{B}$  di 5 N. Niente si sa della loro direzione e verso, ma certamente uno dei seguenti valori è comunque impossibile come modulo della loro risultante, espressa in newton:

- A** 7
- B** 9
- C** 5
- D** 2
- E** 6

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 71, 2002)

Due forze si sommano con la regola del parallelogramma. Se la loro intensità è di 3 N e 5 N, non si potrà mai avere un valore risultante superiore a 8 N (che si ottiene nel caso in cui le forze hanno stessa direzione e stesso verso).



Fai attenzione alla risposta D: una forza di intensità pari a 2 N si ottiene quando le due forze hanno stessa direzione e verso opposto.

**4** Un corpo pesante è sospeso a una fune lunga ed è in equilibrio: il corpo è quindi fermo e la corda perfettamente in verticale. Se, in queste condizioni, si spinge orizzontalmente e lentamente il corpo di un piccolo tratto, si scoprirà che tale spostamento è per nulla faticoso malgrado il suo grande peso: perché?

- A** L'attrito dell'aria è nullo per spostamenti piccoli.
- B** Il perno su cui è fissata la corda al soffitto produce una spinta orizzontale.
- C** Il corpo è sottoposto alla pressione atmosferica anche orizzontalmente.
- D** La fune produce anche una spinta in orizzontale.
- E** I piccoli spostamenti praticamente orizzontali non sono impediti da alcuna forza apprezzabile.

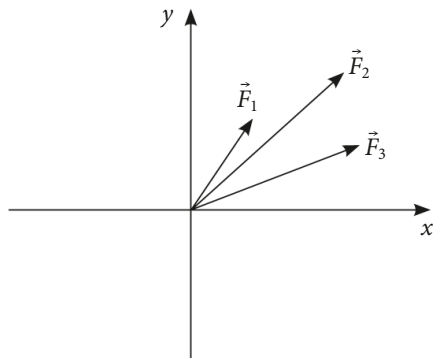
(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 69, 2006)

Nella posizione di equilibrio, le uniche forze che agiscono sono la forza peso e la tensione della fune che sono uguali e di verso opposto, in direzione verticale. Spingendo orizzontalmente e lentamente il corpo di un piccolo tratto, non si fa alcuna fatica perché i piccoli spostamenti orizzontali non sono impediti da alcuna forza apprezzabile.

**5** Siano date tre forze  $\neq 0$ , complanari, tutte e tre applicate all'origine di un sistema piano di assi cartesiani ortogonali, tutte e tre giacenti nel primo quadrante. Per quali dei seguenti valori dei moduli può essere nulla la loro risultante?

- A**  $F_1 = 3$ ;  $F_2 = 4$ ;  $F_3 = 5$
- B**  $F_1 = 1$ ;  $F_2 = 2$ ;  $F_3 = 4$
- C**  $F_1 = 1$ ;  $F_2 = 7$ ;  $F_3 = 13$
- D** Mai, qualsiasi siano i valori di  $F_1, F_2$  e  $F_3$
- E**  $F_1 = 0,5$ ;  $F_2 = 0,5$ ;  $F_3 = 1$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 71, 2002)



Se le forze (diverse da zero) sono tutte applicate all'origine del sistema piano di assi cartesiani ortogonali e sono giacenti nel primo quadrante, daranno sempre una risultante non nulla. In queste ipotesi, le tre forze non si potranno mai annullare.

**6** Quale delle seguenti forze ha intensità (modulo) maggiore?

- ☐ A 50 N  
☐ B 2 barie · m<sup>2</sup>  
☐ C 30 Pa · cm<sup>2</sup>  
☐ D 10 000 dine  
☐ E Il peso (per noi sulla Terra) di una massa di 4 kg

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 63, 2002)

Per confrontare le forze, è conveniente trasformarle tutte in newton.

- A) 50 N  
 B) 2 barie · m<sup>2</sup> = 2 · 10<sup>-1</sup> Pa · m<sup>2</sup> = 2 · 10<sup>-1</sup> N  
 C) 30 Pa · cm<sup>2</sup> = 30 N/m<sup>2</sup> · 10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup> = 3 · 10<sup>-3</sup> N  
 D) 10 000 dine = 10 000 · 10<sup>-5</sup> N = 10<sup>-1</sup> N  
 E) 4 kg · 9,81 m/s<sup>2</sup> = 38,24 N

La forza che ha intensità maggiore è quella di 50 N.

**7** Un bambino regge con una mano due guinzagli che fanno capo a due cani. I cani "tirano" ciascuno con forza di 100 N in direzioni tra loro perpendicolari. Sotto queste condizioni, la forza che la mano deve esprimere è pari a:

- ☐ A 0 dyne  
☐ B 980 g  
☐ C 200 kg  
☐ D  $\sqrt{2} \cdot 100$  N  
☐ E 200 N

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 64, 2003)

La forza risultante è la diagonale del quadrato di lato  $F = 100$  N (forze uguali e perpendicolari). La diagonale di un quadrato è il lato moltiplicato per  $\sqrt{2}$ . Quindi la forza che la mano del bambino deve esprimere è  $100\sqrt{2}$  N.

Esaminiamo i distrattori. Considera la risposta A: 0 dyne si ottiene quando i cani "tirano" nella stessa direzione e in verso opposto, quindi non è la soluzione cercata. B e C si possono scartare per motivi dimensionali.

La risposta E è da scartare: 200 N si ottiene quando i cani "tirano" nella stessa direzione e con lo stesso verso.

**8** Un blocco di materiale di massa 2 kg è sottoposto a una forza  $F = 2$  N costante e parallela al piano di appoggio; si verifica che il moto risultante è uniformemente accelerato con accelerazione pari a  $0,5$  m/s<sup>2</sup>. Se ne conclude che la forza d'attrito...

- ☐ A è nulla  
☐ B è metà della forza  $F$  ed ha stessa direzione e verso  
☐ C è ortogonale al piano d'appoggio  
☐ D vale 1 N  
☐ E varia lungo il percorso

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, 2007)

Per il secondo principio della dinamica,  $\vec{F}_{\text{tot}} = m\vec{a}$  (con  $F_{\text{tot}}$  = risultante delle forze agenti sul corpo,  $m$  = massa,  $a$  = accelerazione). Quindi  $F_{\text{tot}} = ma = 2 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ N}$ . Ricorda che la forza di attrito si oppone al moto e quindi  $F_{\text{tot}} = F - F_{\text{attrito}}$ . Ricavi dunque  $F_{\text{attrito}} = F - F_{\text{tot}} = 2 \text{ N} - 1 \text{ N} = 1 \text{ N}$ .

Potevi scartare facilmente le risposte A e B. Considera A: se la forza di attrito fosse nulla, il blocco si muoverebbe con accelerazione di  $1 \text{ m/s}^2$ . Nel caso invece di B, se la forza di attrito avesse stessa direzione e stesso verso della forza applicata, il corpo si muoverebbe con accelerazione superiore a  $1 \text{ m/s}^2$ .

**9** Un corpo è sottoposto a una forza di modulo  $F$  costante e parallela al piano d'appoggio; si verifica che il moto risultante è rettilineo ed uniforme con velocità  $V$ . Se ne conclude che la forza d'attrito:

- ☐ A è ortogonale al piano d'appoggio  
☐ B è uguale ed opposta alla forza di modulo  $F$   
☐ C è nulla  
☐ D è metà della forza  $F$  ed ha la stessa direzione e verso opposto  
☐ E è metà della forza  $F$  ed ha la stessa direzione e verso

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 2007)

Se il corpo si muove con velocità costante, significa che la risultante delle forze è nulla (primo principio della dinamica). Quindi, si conclude che la forza di attrito è uguale e opposta alla forza di modulo  $F$ .

Esaminiamo gli altri distrattori. La risposta A è errata: la forza di attrito è sempre parallela al piano di appoggio. La risposta C è da scartare: se la forza di attrito fosse nulla, il corpo si muoverebbe con accelerazione costante ( $a = F/m$ ) a causa della presenza di  $F$ . Anche le risposte D e E sono da scartare: in entrambi i casi la forza di attrito non equilibrerebbe la forza  $F$  e quindi il corpo non si potrebbe muovere a  $V$  costante, ma si muoverebbe ad accelerazione costante.

★ **10** Due forze, rispettivamente di 3 e 4 N, formano un angolo di  $90^\circ$  e sono applicate a un punto P. Qual è il valore in newton dei moduli della somma e della differenza delle due forze?

- ☐ A Somma = 7 N; Differenza = -1 N  
☐ B Somma = 5 N; Differenza = 5 N  
☐ C Somma = 7 N; Differenza = 1 N  
☐ D Somma = 7 N; Differenza = -7 N  
☐ E Somma = 5 N; Differenza = -5 N

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 69, ripetizione 2007)

Le forze sono perpendicolari e quindi formano un rettangolo. In un rettangolo, le due diagonali sono uguali. Ricorda che la diagonale principale rappresenta la somma delle forze e quella secondaria la differenza. Con questo ragionamento, non è necessario il calcolo per dare la risposta esatta, ma per completezza ricorda anche che la diagonale di un rettangolo di lati 3 e 4, vale 5 (terna pitagorica).

🔍 Sapendo che le diagonali di un rettangolo sono uguali potevi scartare le risposte A, C, E. Ricordando che il modulo di una forza (in generale il modulo di un vettore) è sempre positivo, potevi scartare anche la risposta D.

●●● **11** In un sistema... la quantità di moto totale si conserva. Qual è la parola mancante?

- ☐ A isolato      ☐ C inerziale      ☐ E meccanico  
☐ B aperto      ☐ D conservativo

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 66, 2003)

In un sistema isolato la quantità di moto si conserva. Per sistema isolato si intende un sistema non soggetto a forze esterne.

●●● **12** Un astronomo osserva che un meteorite (di massa  $m_1$  e velocità  $v_1$ ) si dirige contro un secondo avente massa  $m_2 = 2 \cdot m_1$  e velocità  $v_2 = v_1/2$  che gli va incontro sulla stessa retta. Potremo asserire che:

- ☐ A non si possono incontrare  
☐ B hanno la stessa quantità di moto  
☐ C l'urto sarà elastico  
☐ D hanno quantità di moto uguali e opposte  
☐ E il baricentro del sistema è all'infinito

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 65, 2003)

La quantità di moto  $\vec{p}$  è una grandezza vettoriale:  
 $\vec{p} = m\vec{v}$ .

Quindi:

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1 \text{ e } \vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2 = -2m_1 \frac{v_1}{2} = -m_1 \vec{v}_1 = -\vec{p}_1.$$

I due meteoriti hanno quindi quantità di moto uguali e opposte.

🔍 Attenzione al segno meno che è dovuto al fatto che i meteoriti si dirigono l'uno verso l'altro, con vettori velocità di verso opposto. La risposta B è quindi da scartare.

●●● **13** Quale delle seguenti forze ha intensità (modulo) minore?

- ☐ A 2 barie  $\cdot m^2$       ☐ C 200 Pa  $\cdot cm^2$   
☐ B 100 dine      ☐ D 30 N  
☐ E il peso (per noi sulla Terra) di una massa di 20 kg

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 65, 2002)

Per confrontare le forze, è conveniente trasformarle tutte in N:

A.  $2 \text{ barie} \cdot m^2 = 2 \cdot 10^{-1} \text{ Pa} \cdot m^2 = 2 \cdot 10^{-1} \text{ N}$

B.  $100 \text{ dine} = 100 \cdot 10^{-5} \text{ N} = 10^{-3} \text{ N}$

C.  $200 \text{ Pa} \cdot cm^2 = 200 \frac{N}{m^2} \cdot 10^{-4} m^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ N}$

D. 30 N

E.  $20 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} = 196,2 \text{ N}$

La forza che ha intensità minore è quella di 100 dine.

●●● **14** Un ragazzo è seduto su un seggiolino-gabbia sospeso con una catena alla giostra ferma. In tale condizione il seggiolino applica alla catena una forza  $F$  che diventerà  $F'$  quando, nel movimento, la catena formerà con la verticale un angolo di  $45^\circ$ . Possiamo dire che:

- ☐ A  $F'/F = \sqrt{3}$       ☐ C  $F'/F = \sqrt{2}$       ☐ E  $F/F' = \sqrt{2}$   
☐ B  $F'/F = 1$       ☐ D  $F/F' = \sqrt{3}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 66, 2004)

Quando la giostra è ferma,  $F$  agisce verticalmente, lungo la catena, verso l'alto, ed è uguale alla forza peso del ragazzo. Quando la giostra è in moto, la catena forma con la verticale un angolo di  $45^\circ$ ;  $F'$  agisce lungo la catena.  $F'$  è l'ipotenusa del triangolo rettangolo isoscele di cateto  $F$  (verticale). Ricorda che in un triangolo rettangolo isoscele il rapporto tra ipotenusa e cateto è  $\sqrt{2}$ . Quindi  $F'/F = \sqrt{2}$ .

●●● **15** Due forze hanno lo stesso modulo  $F$ , formano tra loro un angolo  $\alpha < 90^\circ$  e sono applicate allo stesso punto. Il modulo della risultante è:

- ☐ A  $F^2 \cdot \cos(\alpha)$       ☐ C  $2 \cdot F \cdot \cos(\alpha/2)$       ☐ E  $2 \cdot F \cdot \sin(\alpha/2)$   
☐ B  $F^2 \cdot \sin(\alpha)$       ☐ D  $2 \cdot F \cdot \sin(\alpha)$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 65, 2004)

Usando il metodo del parallelogramma, la risultante sarà la diagonale maggiore di un rombo di lati  $F$ .

★ **16** Il Titanic aveva una massa di  $6 \cdot 10^7$  kg. Quale forza applicata era necessaria per imprimere un'accelerazione pari a 0,1 metri al secondo per secondo (senza tener conto degli attriti a cui poteva essere sottoposto)?

- ☐ A  $6 \cdot 10^7 \cdot 9,8 = 5,9 \cdot 10^8 \text{ N}$   
☐ B  $6 \cdot 10^7 / 0,1 = 6 \cdot 10^8 \text{ N}$

## Applicazione dei principi della dinamica

- C**  $6 \cdot 10^7 \cdot 9,8 \cdot 0,1 = 5,9 \cdot 10^7 \text{ N}$   
**D**  $6 \cdot 10^7 \cdot 0,1 = 6 \cdot 10^6 \text{ N}$   
**E** una forza pari al suo peso

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 2008)

Per il secondo principio della dinamica,  $F = ma$ .

Quindi  $F = 6 \cdot 10^7 \text{ kg} \cdot 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 6 \cdot 10^6 \text{ N}$

- ★ **17** Due forze uguali agiscono su di un corpo in direzioni perpendicolari l'una all'altra. Il modulo delle due forze è di 1 N. Quanto vale il modulo della forza complessiva?

- A** 2 N **B** 1 N **C** 22 N **D** 0 N **E**  $\sqrt{2}$  N

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 1999)

La forza risultante è la diagonale del quadrato di lato  $F = 1 \text{ N}$  (forze uguali e perpendicolari). La diagonale di un quadrato è il lato moltiplicato per  $\sqrt{2}$ . Quindi il modulo della forza complessiva è  $\sqrt{2}$  N.

- 🔍 La risposta A sarebbe esatta se le forze agissero nella stessa direzione e nello stesso verso.  
 La risposta D sarebbe esatta se le forze agissero nella stessa direzione e in verso opposto.  
 Le risposte B e C sono chiaramente dei distrattori.

- **18** Due sfere di metallo di peso diverso si muovono su un piano orizzontale l'una verso l'altra con velocità diversa. Trascurando ogni forza esterna e supponendo elastico il loro urto, quale delle seguenti affermazioni è più adeguata?

- A** Nell'urto si conserva la quantità di moto totale, ma parte dell'energia cinetica viene dissipata.  
**B** Nell'urto si conservano l'energia cinetica totale e la quantità di moto totale.  
**C** La quantità di moto totale cambia a seconda dell'angolo di impatto delle due sfere.  
**D** L'urto modifica sia l'energia cinetica totale che la quantità di moto totale.  
**E** Nell'urto l'energia cinetica totale si conserva, ma non la quantità di moto totale.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, 2009)

L'urto elastico è per definizione un urto in cui si conservano l'energia cinetica totale e la quantità di moto totale.

- **19** In una manovra ferroviaria un vagone viene lanciato verso un altro, con il quale si aggancia; dopo l'urto ambedue i vagoni procedono uniti, con moto uniforme. Confrontando gli stati del sistema prima e dopo l'urto, quale delle seguenti affermazioni è CORRETTA?

- A** L'energia cinetica non varia e la quantità di moto diminuisce.

- B** Tanto l'energia cinetica che la quantità di moto totale diminuiscono.  
**C** L'energia cinetica e la quantità di moto totali non variano.  
**D** L'energia cinetica diminuisce e la quantità di moto non varia.  
**E** Non si può dire niente circa il segno delle variazioni dell'energia cinetica e della quantità di moto se non si conosce la massa dei vagoni.

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 54, 1998)

L'urto dei due vagoni è anelastico. L'urto anelastico è per definizione un urto in cui si conserva la quantità di moto totale, ma varia l'energia cinetica totale.

- **20** Quando una molecola libera di HCl incontra una molecola libera di  $\text{NH}_3$ , per formare una molecola di  $\text{NH}_4\text{Cl}$  (cloruro d'ammonio) lo stato finale del sistema, confrontato con lo stato iniziale:

- A** ha energia cinetica e quantità di moto totali minori  
**B** ha energia cinetica e quantità di moto totali maggiori  
**C** ha energia cinetica totale uguale e quantità di moto totale minore  
**D** ha energia cinetica totale minore e quantità di moto totale uguale  
**E** ha energia cinetica e quantità di moto totali uguali

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 66, 1998)

L'urto delle due molecole è anelastico.

- ★ **21** Una palla da biliardo del peso di 0,15 kg si muove ad una velocità di 1,6 m/s. Colpisce perpendicolarmente la sponda e rimbalza indietro nella stessa direzione di provenienza ad una velocità di 1,4 m/s. Se la media aritmetica della forza esercitata sulla sponda è di 30 N, per quanto tempo la palla è rimasta a contatto con la sponda?

- A** 0,015 s **C** 0,001 s **E** 15 s  
**B** 0,15 s **D** 1,0 s

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 59, 2013)

L'impulso è la variazione della quantità di moto:

$$I = \Delta p, \text{ con } p = mv.$$

$$\text{Si ha } I = F\Delta t, \text{ da cui } \Delta t = I/F.$$

Prendendo come verso positivo il verso del vettore finale, si ha

$$I = m(v_f - v_i) = 0,15 \text{ kg} [1,4 \text{ m/s} - (-1,6) \text{ m/s}] = 0,15 \cdot 3 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 0,45 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{Si ha } F = 30 \text{ N, da cui ricavi } \Delta t = 0,45/30 \text{ s} = 0,015 \text{ s}.$$

15	16	17	18	19	20	21	A
8	9	10	11	12	13	14	C
1	2	3	4	5	6	7	D

Soluzioni

## La legge di gravitazione e la forza peso

**1** Per effetto della forza di attrazione gravitazionale, due corpi puntiformi, posti a una certa distanza e aventi ciascuno una propria massa, si attirano con una forza:

- ☐ A direttamente proporzionale al quadrato della distanza
- ☐ B direttamente proporzionale alla distanza
- ☐ C inversamente proporzionale al quadrato della distanza
- ☐ D inversamente proporzionale alla distanza
- ☐ E esponenziale decrescente

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 66, 2001)

La forza di attrazione gravitazionale di Newton si esprime come  $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$  (con  $m_1$  massa del primo corpo,  $m_2$  massa del secondo corpo,  $r$  distanza tra i corpi,  $G$  costante di attrazione universale). I due corpi si attraggono quindi con una forza inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.

**2** Se non esistesse (ma è solo un'ipotesi) il campo di attrazione gravitazionale, per un corpo puntiforme di massa  $M$ , non soggetto ad alcun altro campo di forze si potrebbe dire che:

- ☐ A il peso e la massa del corpo sono nulli
- ☐ B il peso del corpo è diverso da zero ma la massa è nulla
- ☐ C il peso e la massa del corpo sono diversi da zero
- ☐ D il peso del corpo è nullo ma la massa è diversa da zero
- ☐ E non ha senso parlare di massa del corpo in quanto l'accelerazione di gravità è in questo caso zero

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 69, 1999)

Se non esistesse il campo di attrazione gravitazionale, si avrebbe  $\vec{g} = 0$ . Quindi per il secondo principio della dinamica,  $\vec{F}_p = m\vec{g} = 0$ . Il peso del corpo è quindi zero, mentre la massa  $m$  rimane diversa da zero. Ricorda che in ogni punto dell'Universo, la massa rimane costante, mentre il peso dipende dall'accelerazione di gravità (o campo gravitazionale) in quel punto dell'Universo.

**3** Quale fra le seguenti è la formula dimensionale della costante di gravitazione  $G$  che appare nella formula  $F = G \cdot \frac{M \cdot M_1}{R^2}$ ? (dove  $F$  = forza,  $L$  = lunghezza,  $M$  = massa,  $T$  = tempo)

- ☐ A  $MLT^{-2}$
- ☐ B  $M^2L^{-2}$
- ☐ C  $M^{-1}L^3T^{-2}$
- ☐ D  $M^{-2}L^2$
- ☐ E  $ML^2T^3$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 62, 1998)

Dalla forza di Newton  $F = G \frac{M_1 \cdot M_2}{R^2}$  si ricava  $G = F \frac{R^2}{M_1 \cdot M_2}$ . Dal punto di vista dimensionale  $\frac{F}{M_1}$  è un'accelerazione, quindi  $[LT^{-2}]$ . Di conseguenza, la formula dimensionale di  $G$  è  $[M^{-1}L^3T^{-2}]$ .

**4** La formula  $F = G \frac{M \cdot m}{r^2}$  esprime la legge della gravitazione universale (o di Newton). Tra le seguenti affermazioni UNA SOLA è ERRATA. Quale di esse?

- ☐ A  $F$  è inversamente proporzionale al quadrato della distanza  $r$ .
- ☐ B  $G$  non dipende dal sistema delle unità di misura usato.
- ☐ C  $F$  è direttamente proporzionale al prodotto delle masse.
- ☐ D  $G$  non dipende dalla porzione di universo in cui le masse  $M$  e  $m$  sono localizzate.
- ☐ E  $F$  è direttamente proporzionale alla massa  $m$ .

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi Dentaria, quesito 67, 2005)

Fai attenzione: si richiede di segnare la risposta ERRATA! La costante di gravitazione universale vale  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$  e quindi dipende dal sistema delle unità di misura usato.

Le risposte A, C e E sono da scartare in quanto esatte: esprimono la legge di Newton. La risposta D è da scartare: in quanto costante,  $G$  non dipende dalla porzione di universo in esame.

**5** Su un pianeta, che abbia una densità pari a quella della Terra, ma raggio pari solo alla metà di quello terrestre, un corpo che sulla superficie terrestre abbia un peso  $P$ , avrà un peso:

- ☐ A pari a un quarto di  $P$
- ☐ B pari al doppio di  $P$
- ☐ C pari a quattro volte  $P$
- ☐ D pari alla metà di  $P$
- ☐ E uguale a  $P$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi Dentaria, quesito 71, 2010)

L'accelerazione di gravità in un pianeta vale  $g = G \frac{M}{R^2}$  (con  $M$  = massa del pianeta,  $R$  = raggio del pianeta). La densità è espressa dalla relazione  $d = \frac{M}{V}$  (con  $d$  = densità,  $M$  = massa del pianeta,  $V$  = volume del pianeta). Essendo il volume di una sfera pari a  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , si ha  $g = G \frac{d}{R^2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}G\pi dR$

## La legge di gravitazione e la forza peso

Se il pianeta in esame ha densità uguale a quella della Terra e raggio pari alla metà, sullo stesso si avrà un'accelerazione pari a metà di quella terrestre. Quindi per il secondo principio della dinamica,  $P = mg$ : il peso del corpo sul pianeta è la metà di quello sulla Terra.

### 6 Il peso di un corpo sulla Luna è minore del peso dello stesso corpo sulla Terra perché:

- ☐ A il rapporto tra la massa e il quadrato del raggio è minore per la Luna che per la Terra
- ☐ B l'accelerazione di gravità diminuisce con l'aumentare della distanza dalla Terra
- ☐ C il raggio della Luna è minore della massa della Terra
- ☐ D la Luna è priva di atmosfera
- ☐ E la massa della Luna è minore della massa della Terra

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi Dentaria, quesito 56, 1998)

L'accelerazione di gravità in un pianeta vale  $g = G \frac{M}{R^2}$ . Il rapporto  $\frac{M}{R^2}$  è per la Luna  $\frac{1}{6}$  di quello per la Terra e quindi l'accelerazione di gravità lunare è  $\frac{1}{6}$  di quella della Terra. Applicando il secondo principio della dinamica, puoi concludere che sulla Luna il peso di un corpo è  $\frac{1}{6}$  di quello sullo Terra.

La risposta B è errata: ogni corpo celeste ha la propria accelerazione. La risposta C è da scartare: confronta grandezze non omogenee! La risposta E è vera, ma non tutti i corpi celesti che hanno massa minore hanno anche accelerazione di gravità minore di quella terrestre. L'accelerazione di gravità non dipende solo dalla massa ma dal rapporto tra massa e quadrato del raggio.

### 7 L'accelerazione di gravità sulla Luna è circa $\frac{1}{6}$ di quella sulla Terra. La massa di un uomo che si trova sulla Luna è:

- ☐ A  $\frac{1}{36}$  di quella che ha sulla Terra
- ☐ B uguale a quella che ha sulla Terra
- ☐ C  $\frac{1}{6}$  di quella che ha sulla Terra
- ☐ D 36 volte quella che ha sulla Terra
- ☐ E 6 volte quella che ha sulla Terra

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, settembre 1997)

La massa di un corpo è costante in tutti i punti dell'Universo; quello che varia è il peso. Sulla Luna, un uomo ha peso (inteso come forza peso)  $\frac{1}{6}$  di quello che ha sulla Terra, ma ha ovviamente la stessa massa.



8 Nina, Elena e Silvia hanno tre borracce identiche contenenti 1 kg d'acqua ciascuna. Le tre ragazze partono da Roma verso tre destinazioni diverse: Nina si reca al Polo Nord, Elena all'Equatore, mentre Silvia va al Polo Sud. Posto che le borracce sono rimaste sigillate durante il viaggio, arrivate a destinazione, significa che:

- ☐ A la massa della borraccia di Elena è minore di quella alla partenza
- ☐ B il peso della borraccia di Elena è minore di quello della borraccia di Nina
- ☐ C il peso delle borracce di Silvia e di Nina dipende dal periodo dell'anno in cui avviene la misura, dato che l'asse terrestre è inclinato
- ☐ D il peso della borraccia di Silvia è minore di quello della borraccia di Elena
- ☐ E il peso delle tre borracce è esattamente lo stesso

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2011)

Ricorda che l'accelerazione di gravità ha delle piccolissime variazioni sulla superficie terrestre: è minore all'Equatore e maggiore ai poli. Quindi il peso della borraccia di Elena è minore di quello della borraccia di Nina.



La risposta A si poteva escludere subito, sapendo che la massa si conserva.

### 9 Due oggetti hanno massa e volume diversi l'uno dall'altro. Lasciati cadere dalla stessa altezza, con velocità nulla e in assenza di atmosfera, arrivano al suolo contemporaneamente. Ciò avviene perché:

- ☐ A la legge di caduta di un corpo nel vuoto dipende solo dalla velocità iniziale e dalla gravità
- ☐ B i due corpi hanno masse proporzionali ai volumi
- ☐ C i due corpi hanno lo stesso peso
- ☐ D il corpo a volume maggiore ha una massa minore
- ☐ E per nessuna delle ragioni esposte

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi Dentaria, quesito 68, 1999)

Ricorda la legge di caduta libera di un corpo:  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ . La legge di caduta di un corpo dipende solo dalla velocità iniziale (nulla in questo esempio) e dall'accelerazione di gravità.



Esaminiamo i distrattori. La risposta B è vera ma non è la causa di quanto richiesto. La risposta C è da scartare: corpi con masse diverse hanno peso diverso. La risposta D oltre a non essere la causa di quanto richiesto, non è sempre vera (il corpo a volume maggiore potrebbe essere riempito con una sostanza a bassissima densità).

- 10** Una particella si muove sotto l'azione di una forza attrattiva che segue la legge dell'inverso del quadrato,  $F = -k/r^2$ , dove  $r$  è la distanza della particella dal punto fisso in cui ha origine la forza e  $A$  una costante positiva. La particella può percorrere:

- A** soltanto una linea retta
- B** un'orbita chiusa triangolare
- C** un'orbita chiusa rettangolare
- D** un'orbita chiusa a forma di ellisse
- E** qualsiasi orbita purché non chiusa

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi Dentaria, quesito 68, 2007)

Ricorda la I legge di Keplero: i pianeti che compiono un moto di rivoluzione intorno al Sole percorrono orbite ellittiche. La legge di gravitazione universale  $F = G \frac{M_1 \cdot M_2}{R^2}$  è inversamente proporzionale al quadrato della distanza. Quindi la particella, che si muove sotto l'azione di una forza attrattiva dello stesso tipo, percorre orbite chiuse a forma di ellisse.

- 11** Un satellite artificiale può ruotare A LUNGO intorno alla Terra se è posto su un'orbita di raggio abbastanza grande. Ciò perché:

- A** la forza centrifuga che deve far equilibrio al peso è tanto maggiore quanto maggiore è il raggio dell'orbita (a parità di velocità angolare)
- B** l'accelerazione di gravità è tanto minore quanto più grande è l'altezza
- C** per poter ruotare su un'orbita chiusa deve uscire dal campo di gravitazione della Terra
- D** più alta è la quota, minore è l'azione frenante dell'atmosfera
- E** per evitare l'attrazione terrestre deve trovarsi nel vuoto assoluto

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi Dentaria, quesito 52, 1998)

L'atmosfera terrestre diviene sempre più rarefatta con l'aumentare della distanza dalla superficie. L'atmosfera provoca un attrito frenante per i satelliti. Anche la Stazione Spaziale Internazionale (ISS) perde costantemente quota a causa di un leggero attrito atmosferico ed è necessario riportarla a altezze maggiori. L'*Automated Transfer Vehicle* (ATV) è stato lanciato in orbita nel 2008, oltre che per rifornire la ISS di aria, acqua, cibo, carburante, pezzi di ricambio e attrezzatura scientifica, anche per questo motivo.

- 12** Un aereo di linea viaggia ad altezza e velocità di crociera. Il segnale luminoso relativo alle cinture di sicurezza è spento e tutti i passeggeri le hanno slacciate. Mantenendo costante la velocità orizzontale, l'aereo inizia a perdere quota

al regime di circa 9,8 metri al secondo per ogni secondo, descrivendo in questo modo una traiettoria parabolica. Indicare l'affermazione più adeguata tra le seguenti:

- A** I passeggeri provano una forte turbolenza.
- B** I passeggeri si sentono schiacciati contro il sedile.
- C** I passeggeri non si accorgono di nulla.
- D** I passeggeri rimangono seduti, ma si sentono alleggeriti.
- E** I passeggeri galleggiano nella cabina dell'aereo apparentemente privi di peso.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 71, 2009)

L'aereo è in caduta libera perché perde quota al regime di circa 9,8 metri al secondo per ogni secondo (è l'accelerazione di gravità:  $9,8 \text{ m/s}^2$ ). Quindi i passeggeri dell'aereo galleggiano nella cabina privi di peso, proprio come gli astronauti della Stazione Spaziale Internazionale (ISS).

- 13** La densità assoluta di un corpo è una grandezza fisica:

- A** fondamentale del Sistema Internazionale delle Unità di misura
- B** scalare, data dal prodotto tra la sua massa e il suo volume
- C** scalare, data dal rapporto tra la sua massa e il suo volume
- D** vettoriale, data dal rapporto tra la sua massa e il suo volume
- E** vettoriale, data dal prodotto tra la sua massa e il suo volume

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 69, ripetizione 2007)

La densità ( $d$ ) è una grandezza scalare, definita come rapporto tra massa ( $M$ ) e volume ( $V$ ) di un corpo:

$$d = \frac{M}{V}$$

- ✎ Ricordando che la densità è scalare, avresti potuto scartare le risposte D ed E. Ricordandoti le sette grandezze fondamentali del S.I., avresti potuto scartare la risposta A.

- 14** Per effetto della dilatazione termica di un corpo si ha la variazione:

- A** del solo volume del corpo, mentre massa e densità non variano
- B** del prodotto tra densità e volume del corpo
- C** della densità e della massa del corpo
- D** della densità e del volume del corpo
- E** del volume e della massa del corpo

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 1997)

## La legge di gravitazione e la forza peso

Il fenomeno di dilatazione termica implica che al variare della temperatura aumenti il volume di un corpo. Questo effetto è molto più evidente nei gas e nei liquidi, ma è presente anche nei solidi. Se all'aumentare della temperatura aumenta il volume di un corpo, allora diminuisce la sua densità.

🔍 Poiché la massa rimane sempre costante potevi escludere facilmente le risposte B, C, E.

★ **15** ●●● Un abitante di Roma sale al mattino sulla bilancia nella sua abitazione e nota di pesare 72 kg. Se venisse istantaneamente trasportato sulla cima del Monte Bianco, come varierebbe il suo peso?

- ☐ A rimarrebbe invariato
- ☐ B diminuirebbe
- ☐ C Una eventuale variazione dipende dalla differenza di pressione atmosferica tra Roma e il Monte Bianco.
- ☐ D Una eventuale variazione dipende dalla variazione di temperatura tra Roma e il Monte Bianco.
- ☐ E aumenterebbe

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi Dentaria, quesito 71, 2009)

L'accelerazione di gravità in un pianeta diminuisce con l'altezza. Quindi un uomo pesa meno sul Monte Bianco che al livello del mare. Fai attenzione: la bilancia misura il peso, anche se poi esprime il risultato in kilogrammi.

★ **16** ●●● Ho una massa di 1 kg. Dica il candidato quanto pesa nel Sistema Internazionale (SI):

- ☐ A circa 10 N
- ☐ B 1 N
- ☐ C circa 0,1 N
- ☐ D 1 kg-forza
- ☐ E circa 10 kg-massa

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 44, 2000)

Poiché  $F_p = mg$ , il peso di un corpo di 1 kg è di circa  $F_p = 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ N}$ .

★ **17** ●●● Che cosa è il peso specifico assoluto di un corpo?

- ☐ A Il prodotto della sua massa per l'accelerazione di gravità.
- ☐ B Il rapporto tra il suo peso e il suo volume.
- ☐ C Il rapporto tra il suo volume e il suo peso.
- ☐ D Il rapporto tra la densità e l'accelerazione di gravità.
- ☐ E Il rapporto tra la sua massa e il suo volume.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 61, 1999)

Il peso specifico ( $P_s$ ) assoluto di un corpo è il rapporto tra il suo peso e il suo volume. È legato alla densità ( $d$ ) dalla relazione  $P_s = dg$ , con  $g$  = accelerazione di gravità.

★ **18** ●●● I seguenti dati, relativi al mercurio a temperatura ambiente, sono tutti corretti ECCETTO UNO. Quale?

- ☐ A volume specifico =  $1/13,6 \text{ cm}^3/\text{g}$
- ☐ B densità relativa = 13,6
- ☐ C peso specifico assoluto =  $136 \text{ N/dm}^3$
- ☐ D densità assoluta =  $13,6 \text{ g/cm}^3$
- ☐ E densità assoluta =  $13,6 \text{ kg/m}^3$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 62, 1998)

🔍 Questo è il classico quesito in cui un ragionamento logico ti permette di escludere quasi tutti i distrattori. Infatti dovresti accorgerti subito che le risposte D e E sono in contraddizione tra loro. Quindi la risposta errata (che nel tuo caso è quella corretta da segnare) deve essere una tra queste.

★ **19** ●●● Due oggetti a forma di cubo hanno rispettivamente lato di 5 e di 10 cm. I due cubi hanno esattamente lo stesso peso. Se indichiamo con  $p$  il peso specifico del cubo più piccolo e con  $P$  il peso specifico del cubo più grande, in che rapporto stanno i pesi specifici  $p$  e  $P$ ?

- ☐ A  $(p/P) = 16$
- ☐ B  $(p/P) = 2$
- ☐ C Non si può calcolare il rapporto  $p/P$  non essendo noto il peso (uguale) dei due cubi.
- ☐ D  $(p/P) = 8$
- ☐ E  $(p/P) = 4$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 63, 1997)

Il rapporto tra il peso specifico del cubo piccolo e il peso specifico del cubo grande è uguale al rapporto tra volume del cubo grande e volume del cubo piccolo. Ricorda che il volume di un cubo di spigolo  $L$  è  $L^3$ . Quindi  $p/P = V/v = (2)^3 = 8$ . In generale, se il rapporto tra gli spigoli di due cubi è 2, il rapporto tra i volumi dei cubi è  $2^3 = 8$ .

★ **20** ●●● La misura della densità dell'acqua, nel Sistema Internazionale (= MKSA), è circa:

- ☐ A 10 000
- ☐ B 100
- ☐ C 1000
- ☐ D 10
- ☐ E 1

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 63, 1998)

Nel S.I. (=MKSA) la densità dell'acqua è pari a  $1000 \text{ kg/m}^3$ . Fai attenzione: nel sistema c.g.s. la densità dell'acqua è  $1 \text{ g/cm}^3$ .

**21** Il vettore “accelerazione di gravità”, in ogni punto della superficie terrestre:

- A** esprime il rapporto costante tra forza gravitazionale e volume del corpo
- B** esprime l'intensità, la direzione e il verso del campo gravitazionale
- C** esprime la sola intensità del campo gravitazionale
- D** esprime la sola direzione del campo gravitazionale
- E** non ha nessuna relazione con il campo gravitazionale

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 48, 2000)

Il vettore accelerazione di gravità si ricava dal secondo principio della dinamica, con la relazione  $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$ , e quindi esprime l'intensità, la direzione e il verso del campo gravitazionale (è il rapporto tra la forza di Newton e la massa esploratrice del campo).

**22** Un corpo ha una certa massa  $M$ . Se viene portato sulla Luna, la sua massa:

- A** dipende dalla densità dell'atmosfera lunare
- B** si annulla
- C** aumenta
- D** diminuisce
- E** non varia

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, 1997)

La massa di un corpo è costante in tutti i punti dell'Universo.  
Quello che varia è il peso.  
Sulla Luna, un uomo ha un peso (inteso come forza peso) pari a  $1/6$  di quello che ha sulla Terra, ma ha ovviamente la stessa massa.

**23** Un satellite, che percorre con velocità costante  $V_0$  un'orbita stabile circolare a distanza  $R$  dal centro della Terra, viene fatto frenare più volte ed immesso in un'orbita circolare stabile a distanza inferiore a  $0,8 \cdot R$ . Della velocità con cui percorre la nuova orbita possiamo dire che:

- A** è rimasta la stessa perché l'energia potenziale si conserva
- B** è rimasta la stessa perché l'energia cinetica si conserva
- C** è nulla
- D** è sicuramente inferiore a  $V_0$  a causa delle frenate
- E** è più grande di  $V_0$  perché forza centripeta (e quindi centrifuga) sono maggiori

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 63, 2005)

Ricorda la terza legge di Keplero: i pianeti che compiono una rivoluzione intorno al Sole hanno una velocità che diminuisce con l'aumentare della distanza. Le leggi di Keplero ovviamente valgono anche per i satelliti in orbita intorno alla Terra.

La velocità del satellite terrestre aumenta se diminuisce la distanza.

In altri termini, si ha  $G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$ , da cui  $v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$ . Al diminuire di  $r$ , aumenta  $v$ .

**24** Atleti terrestri che gareggiassero alle olimpiadi su un pianeta alieno avente forza di gravità pari a metà di quella terrestre avrebbero, in alcune discipline, prestazioni significativamente diverse da quelle sulla Terra. Quale delle seguenti affermazioni, relativa alle prestazioni sul pianeta alieno, NON è corretta?

- A** Nel lancio del martello la distanza raggiunta sarebbe significativamente maggiore.
- B** Nel salto con l'asta l'altezza raggiunta sarebbe significativamente maggiore.
- C** Nei 200 metri dorso il tempo segnato sarebbe significativamente maggiore.
- D** Nel sollevamento pesi si potrebbero alzare i bilancieri di massa significativamente maggiore.
- E** In una cronoscalata ciclistica il tempo segnato sarebbe significativamente minore.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 76, 2012)

Sul pianeta alieno  $g = \frac{g_{Terra}}{2}$ , quindi ci sarà un miglioramento di tutte le prestazioni in cui l'accelerazione di gravità (che è sempre verticale e diretta verso il centro del pianeta) ha un ruolo significativo nella prestazione, perché c'è una componente verticale del moto.

**25** Un cosmonauta “galleggia” senza sforzo all'interno di una stazione spaziale che orbita intorno alla Terra a velocità angolare costante. Questo avviene principalmente perché:

- A** la sua accelerazione centripeta è uguale a quella della stazione spaziale
- B** è sufficientemente lontano dalla Terra da non risentire dell'attrazione di gravità terrestre
- C** essendo la sua velocità costante, la sua accelerazione è nulla, quindi per il secondo principio della dinamica non è soggetto a forze esterne
- D** si muove all'interno di un veicolo ad atmosfera compensata nel quale la pressurizzazione è tale da equilibrare la forza gravitazionale
- E** la stazione spaziale viene in realtà fatta ruotare sul suo asse per compensare la forza di attrazione gravitazionale della Terra

## La legge di gravitazione e la forza peso

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 80, 2012)

L'accelerazione centripeta dell'uomo e della stazione spaziale è uguale, ed è pari a  $\omega^2 R$  (con  $\omega$  = velocità angolare e  $R$  = distanza dal centro della Terra).

★  
26 ●●●

Se il pianeta Terra improvvisamente raddoppiasse il suo raggio mantenendo la stessa densità, cosa succederebbe al peso di un corpo, misurato sulla superficie del pianeta?

- ☐ A diventerebbe un quarto
- ☐ B rimarrebbe costante
- ☐ C si dimezzerebbe
- ☐ D si raddoppierebbe
- ☐ E si quadruplicherebbe

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2012)

L'accelerazione di gravità in un pianeta vale  $g = G \frac{M}{R^2}$  (con  $M$  = massa del pianeta,  $R$  = raggio del pianeta). Ricorda che  $M = dV$  (con  $d$  = densità e  $V$  = volume) e che il volume di una sfera è  $V = 4/3\pi R^3$ . Si ha quindi  $g = G \frac{d}{R^2} \frac{4}{3}\pi R^3 = G \frac{4}{3}\pi dR$ . Il peso di un corpo in superficie è  $P = mg$ , quindi se il raggio della Terra raddoppiasse e la densità rimanesse costante, il peso di un corpo raddoppierebbe.

1	C	2	D	3	C	4	B	5	D	6	A	7	B	8	B	9	A	10	D	11	D	12	E	13	C	14	D	15	B	16	A	17	B	18	E	19	D	20	C	21	B	22	E	23	E	24	C	25	A	26	D
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

Soluzioni:

**1** Il momento di una forza diversa da zero, rispetto a un punto non giacente sulla retta d'azione della forza stessa:

- A** è una grandezza senza dimensioni
- B** ha le stesse dimensioni fisiche di una pressione
- C** è un vettore perpendicolare sia alla forza sia al braccio
- D** è definito soltanto nel caso di forze costanti e braccio costante
- E** varia al variare del braccio ed è massimo quando il braccio è nullo

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, 2002)

Il momento di una forza è espresso dalla relazione  $\vec{M} = \vec{F} \times \vec{b}$  ( $F$  = forza,  $b$  = braccio). Come per ogni prodotto vettoriale, il momento è un vettore perpendicolare sia alla forza che al braccio.

**2** La leva è una macchina semplice che:

- A** è in equilibrio solo se i bracci sono uguali
- B** può equilibrare due forze diverse
- C** consente di sviluppare maggior potenza
- D** è in equilibrio solo se i bracci sono sulla stessa retta
- E** consente di compiere maggiore lavoro

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 53, 1998)

🔍 Osserva che posso equilibrare una forza di 10 N a distanza 1 m dal fulcro, con una forza di 1 N a 10 m dal fulcro.

**3** Il funzionamento dell'avambraccio umano è assimilato dai fisici a quello di una macchina semplice. Di quale tipo di macchina semplice si tratta?



- A** È una leva di primo genere perché il fulcro (gomito) si trova tra la resistenza e la potenza.
- B** È una leva di secondo genere perché tutte le leve del corpo umano sono di secondo genere.
- C** È una leva di terzo genere perché, anche se sembra interfulcrare, la potenza agisce tra il fulcro (gomito) e la resistenza.
- D** È una leva di secondo genere perché interresistente.
- E** È una macchina semplice che non funziona come una leva.

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 2005)

Il funzionamento dell'avambraccio umano è quello di una leva di terzo genere, perché la forza motrice è tra il fulcro e la forza resistente.

**4** Sia data una forza costante e di modulo  $F_1 \neq 0$ . Sia inoltre dato un punto  $A_1$  giacente sulla retta d'azione di  $F_1$ . Il punto  $A_1$  disti  $L_1$  (con  $L_1 \neq 0$ ) dal punto di applicazione di  $F_1$ . Analogamente, sia data una seconda forza costante, di modulo  $F_2 \neq 0$ , e un punto  $A_2$  giacente sulla retta d'azione di  $F_2$ . Sia  $L_2 \neq 0$  la distanza di  $A_2$  dal punto di applicazione di  $F_2$ . Che relazione c'è tra il momento  $M_1$  di  $F_1$  rispetto ad  $A_1$  e il momento  $M_2$  di  $F_2$  rispetto ad  $A_2$ ?

- A**  $M_1 > M_2$  se  $F_1 > F_2$  e contemporaneamente  $L_1 > L_2$
- B**  $M_1 > M_2$  se  $L_2 < L_1$
- C**  $M_1 > M_2$  se  $L_2 > L_1$
- D**  $M_2 = M_1 = 0$
- E** Non si può rispondere se non si conoscono i valori di  $F_1$ ;  $F_2$ ;  $L_1$ ;  $L_2$ .

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 2001)

🔍 Dalle ipotesi del testo, braccio e forza sono paralleli (i punti  $A$  giacciono sulle rette di azione delle forze  $F$ ). Ricorda che il prodotto vettoriale di due vettori paralleli è nullo. Quindi deve valere:  $M_1 = M_2 = 0$ .

★ **5** Una pattinatrice su ghiaccio sta piroettando con le braccia strette al corpo. A un certo punto allarga improvvisamente le braccia. Indicare l'affermazione più probabile tra le seguenti:

- A** La velocità di rotazione dipende dallo stato del ghiaccio.
- B** La velocità di rotazione dipende dall'affilatura dei pattini.
- C** La velocità di rotazione diminuisce.
- D** La velocità di rotazione rimane inalterata.
- E** La velocità di rotazione aumenta.

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 2009)

Se gli attriti sono trascurabili, il momento angolare  $L$ , definito come  $L = rmv$  (con  $r$  = raggio del moto,  $m$  = massa,  $v$  = velocità), si conserva. Quando la pattinatrice allarga improvvisamente le braccia,  $r$  aumenta e quindi la velocità delle varie parti del suo corpo diminuisce.

**1** Con riferimento al lavoro  $L = \vec{F} \cdot \vec{s}$  di una forza  $F$  il cui punto di applicazione si sposta di  $\vec{s}$  possiamo dire:

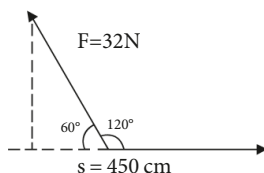
- A**  $L$  è massimo se  $\vec{F}$  e  $\vec{s}$  sono paralleli e discordi
- B**  $L$  è nullo se  $\vec{F}$  e  $\vec{s}$  sono ortogonali
- C**  $L$  è nullo se  $\vec{F}$  e  $\vec{s}$  sono paralleli
- D**  $L$  non può mai essere negativo
- E**  $L$  non può mai essere nullo

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 66, 2003)

Ricorda che il lavoro è il prodotto scalare di forza e spostamento. Tutti i prodotti scalari sono nulli se i due vettori sono perpendicolari.

Esaminiamo i distrattori. La risposta A è errata: il lavoro è minimo (negativo!) se forza e spostamento sono paralleli e discordi. Anche la risposta C è errata: se i vettori sono paralleli, il prodotto vettoriale è nullo. È da escludere anche la risposta D: se forza e spostamento sono discordi, il lavoro è negativo. Infine, anche la risposta E è errata: il lavoro è nullo per spostamenti perpendicolari alla forza.

**2** Una forza  $\vec{F}$  ha modulo  $F = 32$  N; il suo punto di applicazione si sposta nella direzione e nel verso indicati in figura di  $s = 450$  cm.



Il lavoro compiuto dalla forza  $\vec{F}$  è:

- A**  $32 \text{ N} \cdot 450 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \cos 120^\circ = -72 \text{ J}$
- B**  $-32 \text{ N} \cdot 450 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \cos 120^\circ = 72 \text{ J}$
- C**  $-32 \text{ N} \cdot 450 \text{ cm} \cdot \cos 60^\circ = -7200 \text{ J}$
- D**  $32 \text{ N} \cdot 450 \text{ cm} \cdot 10^{-2} \cdot \sin 120^\circ = 72\sqrt{3} \text{ J}$
- E**  $-32 \text{ N} \cdot 450 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \sin 60^\circ = -72\sqrt{3} \text{ J}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 66, 2005)

Il lavoro  $L$  compiuto dalla forza  $\vec{F}$  è il prodotto scalare di  $\vec{F}$  per lo spostamento  $\vec{s}$ :  $L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F_{//} s$  (con  $F_{//}$  componente della forza parallela allo spostamento). Ricorda che in un triangolo con angoli di  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ , il cateto minore ha lunghezza pari a metà ipotenusa e quindi  $F_{//} = 16$  N. Puoi concludere che  $L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F_{//} s = 16 \text{ N} \cdot 4,5 \text{ m} = -72 \text{ J}$ .

Fai molta attenzione: durante l'esame non potrai usare la calcolatrice. Allenati a fare calcoli a mente: per esempio, puoi moltiplicare 4,5 per 16, moltiplicando per 10 (ottenendo 45), sommando la sua metà (ottenendo

67,5) e sommando infine 4,5 (ottenendo 72). Dalla figura, si ricava che il lavoro è negativo ( $F_{//}$  è opposto allo spostamento): puoi escludere quindi le risposte B e D.

**3** Un ragazzo di massa  $m$  fa pattinaggio sopra un lago ghiacciato percorrendo un tratto di lunghezza  $L$ . Se l'accelerazione di gravità è  $g$ , il lavoro fatto dalla gravità vale:

- A** zero
- B**  $m \cdot g \cdot L$
- C**  $m \cdot g \cdot \cos(0^\circ)$
- D**  $m \cdot g \cdot \sin(90^\circ)$
- E**  $m \cdot L$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 65, 2003)

Lo spostamento del ragazzo è orizzontale; la forza di gravità è verticale. Ricorda che il prodotto scalare di due vettori perpendicolari è nullo. Quindi il lavoro della forza di gravità è nullo, essendo il lavoro definito come prodotto scalare tra forza e spostamento.

Le risposte C, D, E possono essere escluse perché dimensionalmente non rappresentano un lavoro.

**4** Siano date due macchine A e B. La macchina A assorbe una potenza di 70 kW ed è accesa per 2 ore, la macchina B impegna 140 kW e resta accesa 1 ora. Possiamo dire dell'energia spesa che:

- A** quella di A sta a quella di B come 140 sta a 35
- B** è doppia nella macchina A rispetto a quella di B
- C** quella di A sta a quella di B come 35 sta a 140
- D** è uguale per le due macchine
- E** quella di B è uguale a 2 volte quella di A

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 67, 2002)

La potenza  $P$  è il rapporto tra lavoro e tempo ( $P = \frac{L}{\Delta t}$ ). Ricorda che il lavoro è una forma di energia. Il lavoro della macchina A è  $L = P \Delta t = 70 \text{ kW} \cdot 2 \text{ h} = 140 \text{ kWh}$ . Il lavoro della macchina B è  $L = P \Delta t = 140 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h} = 140 \text{ kWh}$ . Quindi l'energia spesa dalle due macchine è uguale.

**5** Una città con un milione di alloggi, ciascuno dei quali consuma mediamente 1 kilowatt di potenza elettrica, richiede una centrale elettrica:

- A** da 1 megajoule
- B** da 1 gigawatt
- C** da 1 GeV
- D** da 1 megawatt
- E** da 1 kilowatt

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 2003)

È un quesito che si risolve con una semplice moltiplicazione: un alloggio consuma 1 kW (che significa  $10^3 \text{ W}$ ) e ci sono un milione di alloggi ( $10^6$ ); la città avrà quindi bisogno di una centrale di  $10^6 \cdot 10^3 \text{ W} = 10^9 \text{ W}$ , ossia di 1 Gigawatt.

Potevi scartare le risposte A e C per motivi dimensionali: rappresentano delle energie e non delle potenze.

- 6** Sia dato un corpo in moto rettilineo a cui viene applicata per 10 s una forza 100 N agente lungo la traiettoria e che si oppone al moto per una distanza di 2 m. La potenza sviluppata dalla forza è uguale a:

**A** 5 W                      **C** -500 W                      **E** 200 W  
**B** 2 kW                      **D** 20 W

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 67, 2001)


La potenza è definita come  $P = \frac{L}{\Delta t}$  e il lavoro come prodotto scalare della forza  $F$  per lo spostamento  $s$ :  $L = \vec{F} \cdot \vec{s}$ . Sapendo che forza e spostamento sono paralleli, si ha  $P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{F \cdot s}{\Delta t} = \frac{100 \text{ N} \cdot 2 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 20 \text{ W}$ .

- 7** Durante un trasloco abbiamo la necessità di sollevare un pianoforte dalla strada sino a una finestra posta a una altezza di 15 m. Sapendo che il pianoforte ha una massa di 400 kg, quanto impiegherà, come minimo, un motore di 1 kW a portare il pianoforte dalla strada alla finestra?

**A** alcune ore                      **D** circa 10 minuti  
**B** circa 6 secondi                      **E** poco più di un'ora  
**C** circa un minuto

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2010)


La potenza è definita come  $P = \frac{L}{\Delta t}$ .

 Ricorda che 1 kW=1000 W e che in molti casi è utilissimo approssimare  $g$  a  $10 \text{ m/s}^2$ .

- 8** Sui quotidiani è apparsa la notizia di un hotel in cui i clienti possono pagare il conto producendo energia pedalando su apposite biciclette. Sapendo che il prezzo di 1 kWh di elettricità è di circa 0,20 €, e che la potenza muscolare sviluppata durante una pedalata aerobica da un cliente con massa di 80 kg è circa 1000 W, per quanto tempo il cliente deve pedalare per pagare una colazione dal costo di 2 €?

**A** 1 h    **B** 10 m    **C** 10 h    **D** 10 s    **E** 1 m

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, 2010)

 Se il prezzo di 1 kWh è € 0,20, significa che sviluppando 1000 W in 1 h si pagano € 0,20 all'hotel. Per pagare € 2 (che è 10 volte € 0,20), un cliente che ha la potenza muscolare di circa 1000 W, deve pedalare 10 h (che sono 10 volte 1 h).

Attenzione: ogni tanto possono capitare quesiti in cui non si usano alcuni dati. In questo quesito non è necessario sapere la massa del cliente.

- ★ **9** Quale fra quelle di seguito elencate NON rappresenta una unità di misura dell'energia?

**A** elettronvolt                      **D** joule/s  
**B** caloria                      **E** watt · s  
**C** joule

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 55, 1997)

Essendo il joule l'unità di misura dell'energia nel SI, joule/secondo non può rappresentare una unità di misura di un'energia. Infatti 1 joule/secondo equivale a 1 watt, l'unità di misura della potenza nel SI. Tutte le altre risposte riportano unità di misura dell'energia.

- ★ **10** Joule, erg, caloria, elettronvolt, sono unità di misura dell'energia?

**A** nessuna                      **C** 2 sì 2 no                      **E** 3 sì 1 no  
**B** 1 sì 3 no                      **D** tutte e 4

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 66, 2003)

Il joule, l'erg, la caloria, l'elettronvolt sono unità di misura dell'energia.

Attenzione: in domande come questa una conoscenza anche parziale dell'argomento ti permette di escludere alcune risposte errate!

- ★ **11** Con l'unità di misura "erg" si misura:

**A** l'energia nel Sistema Internazionale  
**B** l'energia nel sistema CGS  
**C** la potenza nel sistema CGS  
**D** la potenza nel Sistema Internazionale  
**E** la forza nel sistema CGS

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 63, 2002)

L'erg è l'unità di misura dell'energia nel sistema CGS. Ricorda che  $1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$ .

- 12** Un kilowattora è equivalente a:

**A** 3 600 000 J                      **D** 1000 cal  
**B** 3 600 000 W                      **E** 1000 watt  
**C** 3600 J

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 65, 2002)

1 kilowattora equivale a 1000 wattora; il wattora è definito come l'energia necessaria a fornire una potenza di un watt per un'ora. Quindi

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 1000 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 3600 \text{ s} = 3 600 000 \text{ J}.$$

## Il lavoro e la potenza

Ricordando che il kilowattora misura un'energia, potresti escludere le risposte B e E per motivi dimensionali. Eseguendo i calcoli, potresti inoltre verificare che sono errate anche le risposte C e D.

**13** Utilizziamo un pozzo per irrigare un terreno, pompando l'acqua in superficie. Abbiamo bisogno di 2 L di acqua ogni secondo, e il dislivello da superare è di 8 m. Quale potenza deve avere, come minimo, la pompa che useremo (si assumano trascurabili sia gli attriti che l'energia cinetica dell'acqua)?

- A** circa 160 W                      **D** circa 16 W  
**B** circa 200 W                      **E** circa 20 W  
**C** circa 2 W

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 2010)

La pompa da usare deve avere una potenza minima di 160 W. Infatti il lavoro da svolgere è:  $L = mgh = 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 8 \text{ m} = 160 \text{ J}$  (2 L d'acqua hanno massa di 2 kg e si è approssimato  $g$  a  $10 \text{ m/s}^2$ ). Sapendo che la potenza  $P$  è il rapporto tra lavoro e tempo ( $P = \frac{L}{\Delta t}$ ) si ha  $P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{160 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 160 \text{ W}$ .

**14** Un ciclista viaggia con velocità  $V$  in salita su strada con pendenza del 2 % (rapporto fra dislivello e percorso), la massa uomo + bici è  $m$ , l'accelerazione di gravità  $g$ , gli attriti siano trascurabili. Trovare la giusta risposta.

- A** Il peso e la forza di gravità sono forze uguali e opposte.  
**B** La forza di gravità compie lavoro positivo.  
**C** La potenza da sviluppare sarà  $(2/100) \cdot m \cdot g \cdot V$ .  
**D** La potenza da sviluppare sarà  $m \cdot g \cdot V/(2/100)$ .  
**E** Il ciclista compie lavoro negativo.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 67, 2004)

La componente della forza che il ciclista deve applicare lungo la salita è  $(2/100) \text{ mg}$ . In un tempo  $\Delta t$ , il ciclista avrà effettuato lo spostamento  $s$  pari a  $s = V\Delta t$  quindi la potenza da sviluppare sarà:

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{2 \cdot mg \cdot V \cdot \Delta t}{100 \cdot \Delta t} = \frac{2}{100} mgV$$

**15** Quale delle seguenti unità di misura NON si riferisce all'energia?

- A** caloria                      **D** joule  
**B** newton                      **E** erg  
**C** kilowattora

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 59, 1997)

Nel SI, il Newton è l'unità di misura della forza.

Escludendo la risposta B, tutte le altre opzioni riportano unità di misura dell'energia.

**16** Che relazione c'è tra erg e joule?

- A**  $1 \text{ erg} = 6,626 \cdot 10^{27} \text{ J}$   
**B**  $1 \text{ erg} = 1 \text{ J}$   
**C**  $1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$   
**D** Nessuna, perché non sono unità di misura della stessa grandezza fisica  
**E**  $1 \text{ J} = 4,18 \text{ erg}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 63, 2001)

L'erg è l'unità di misura dell'energia nel sistema c.g.s. Ricorda che  $1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$ .

La risposta B è chiaramente errata: se fosse vera vorrebbe dire che i fisici chiamano una stessa unità di misura sia erg che joule! La risposta D è errata: sono entrambe unità di misura dell'energia.

**17** La relazione che lega il watt alla corrispondente unità di misura del sistema CGS è:

- A**  $1 \text{ watt} = 10^7 \text{ erg}$                       **D**  $1 \text{ watt} = 10^7 \text{ dine}$   
**B**  $1 \text{ watt} = 10^5 \text{ dine/s}$                       **E**  $1 \text{ watt} = 1 \text{ J/min}$   
**C**  $1 \text{ watt} = 10^7 \text{ erg/s}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 66, 2002)

Il watt è l'unità di misura della potenza nel SI ed è definito come J/s. Ricorda che  $1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$ , da cui puoi ricavare che  $1 \text{ W} = 10^7 \text{ erg/s}$ .

Le risposte A, B, D sono errate per motivi dimensionali. La risposta E è da escludere perché il tempo si misura in secondi sia nel SI che nel CGS.

**18** Un kilowattora è uguale a:

- A**  $3,6 \cdot 10^6 \text{ s}$                       **C**  $1/3,6 \text{ J/s}$                       **E**  $3,6 \cdot 10^3 \text{ J}$   
**B**  $3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$                       **D**  $3600 \text{ s}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 65, 2002)

1 kilowattora equivale a 1000 wattora; il wattora è definito come l'energia necessaria a fornire una potenza di un watt per un'ora.

$$\text{Quindi } 1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 1000 \text{ J/s} \cdot 3600 \text{ s} = 3\,600\,000 \text{ J}$$

Le risposte A, C, D sono errate per motivi dimensionali: non sono energie!

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

Soluzioni:

**1** ●●● L'energia cinetica di un corpo di massa  $M$  e velocità  $V$  può essere negativa?

- ☐ A sì: se la velocità è negativa
- ☐ B sì: se la velocità del corpo diminuisce
- ☐ C sì: se il corpo viene frenato nel suo moto
- ☐ D mai: perché  $M$  è maggiore di zero e  $V^2$  è sempre maggiore (o uguale) a zero
- ☐ E sì: se il corpo si muove di moto uniformemente ritardato

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, 1999)

L'energia cinetica  $K$  di un corpo è l'energia di movimento espressa dalla relazione  $K = \frac{1}{2}mv^2$ . L'energia cinetica non può mai essere negativa, non esistendo corpi di massa negativa e perché il quadrato di una velocità è sempre maggiore o uguale a zero.

**2** ●●● La variazione di energia cinetica di un corpo di massa  $M$  e che si muove inizialmente con una velocità  $v_1$  può essere negativa?

- ☐ A sì: ma solo se il corpo è animato da un moto uniformemente accelerato (con accelerazione  $> 0$ ).
- ☐ B no: perché non ha senso parlare di energia cinetica negativa.
- ☐ C no: perché  $M > 0$  e  $v_1^2 > 0$ .
- ☐ D sì: se il corpo passa dalla velocità  $v_1$  a una velocità  $v_2$ , con  $v_2 < v_1$ .
- ☐ E sì, ma solo se il corpo si muove di moto circolare uniforme.

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 54, 1999)

L'energia cinetica  $K$  di un corpo non può essere negativa, ma può essere negativa la sua variazione. Infatti, da  $K = \frac{1}{2}mv^2$ , si ha  $\Delta K = \frac{1}{2}m\Delta v^2$ . Si avrebbe quindi un  $\Delta K$  negativo in presenza di un  $\Delta v^2$  negativo, nel caso in cui il corpo diminuisca la propria velocità passando da  $v_1$  a  $v_2$ , con  $v_2 < v_1$ .

🔍 Esaminiamo i distrattori. La risposta A è errata: in un corpo uniformemente accelerato (con accelerazione positiva) l'energia cinetica aumenta, e quindi la sua variazione è positiva. Potevi escludere le risposte B e C, perché anche se l'energia cinetica non è mai negativa, la sua variazione può esserlo. La risposta E è errata: in un moto circolare uniforme l'energia cinetica rimane costante (perché rimane costante il modulo della velocità) e quindi la sua variazione è nulla.

**3** ●●● Si consideri una palla di ferro, di massa 2 kg, in caduta libera. Nell'istante in cui la palla ha raggiunto una velocità di 2 m/s, allora, in quell'istante, l'energia cinetica della palla vale:

- ☐ A 8 J
- ☐ B  $2 \cdot 9,8 \cdot 2$  J/s
- ☐ C  $4 \cdot 10^7$  erg
- ☐ D 4 W
- ☐ E Non si può rispondere, per mancanza di dati sull'attrito dell'aria.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 64, 2002)

È sufficiente applicare  $K = \frac{1}{2}mv^2$ . Quindi  $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 4 \text{ J} = 4 \cdot 10^7 \text{ erg}$ , ricordando che  $1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$ .

🔍 Attenzione: la risposta non è data nel SI. Molti studenti potrebbero fare il calcolo esatto e dare come risposta 4 W, senza prestare attenzione alle unità di misura (il watt è l'unità di misura della potenza e non dell'energia).

★ **4** ●●● Calcolare il lavoro che bisogna compiere per far variare la velocità di un corpo di massa 2 kg da 4 m/s a 6 m/s.

- ☐ A 20 J
- ☐ B 24 J
- ☐ C 0,5 J
- ☐ D 6 J
- ☐ E 48 N

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi Dentaria, quesito 51, 1997)

Ricorda il teorema del lavoro e dell'energia cinetica:  $L = \Delta K$ .

L'energia cinetica iniziale è:  $K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = 16 \text{ J}$ .

L'energia cinetica finale è:  $K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 = 36 \text{ J}$ .

Il lavoro è quindi:  $L = 36 \text{ J} - 16 \text{ J} = 20 \text{ J}$ .

🔍 La risposta E si può escludere per motivi dimensionali: il newton misura la forza e non l'energia.

**5** ●●● Dimensionalmente l'energia è:

- ☐ A il quadrato di una velocità
- ☐ B il prodotto di una forza per uno spostamento
- ☐ C il rapporto tra una potenza e un intervallo di tempo
- ☐ D il rapporto tra una forza e uno spostamento
- ☐ E il prodotto di una forza per una velocità

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 67, 1999)

## L'energia e la sua conservazione

Il lavoro è una forma di energia e quindi sapendo che il lavoro è una forza per uno spostamento, puoi concludere che anche l'energia è il prodotto di una forza per uno spostamento.

🔍 Esaminiamo i distrattori. La risposta A è errata; pensa per esempio alla formula dell'energia cinetica: un'energia è una massa per il quadrato della velocità. Un'energia è il prodotto di una potenza per un intervallo di tempo, quindi anche la risposta C è da escludere. Dalla conclusione che il lavoro (quindi una forma di energia) è il prodotto di una forza per uno spostamento, si deduce che sono errate anche le risposte D ed E.

**6** ●●● **Dell'acqua scorre entro un tubo lungo circa 10 m e posto verticalmente. Alla sommità, lo alimenta un grande serbatoio. L'acqua in uscita dal tubo cade sulle pale di una ruota da mulino che è così indotta a ruotare facendo muovere i meccanismi della macina. Quale delle affermazioni seguenti è più adatta per identificare la conservazione dell'energia nel sistema descritto?**

- ☐ A Si conserva l'energia perché la temperatura dell'acqua resta costante.
- ☐ B Energia potenziale viene trasformata in energia cinetica e quindi in lavoro.
- ☐ C L'acqua acquista energia potenziale cadendo.
- ☐ D La massa dell'acqua si conserva e quindi si conserva la sua energia potenziale.
- ☐ E L'energia cinetica dell'acqua rimane costante e quindi trasformata in lavoro.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, 2006)

Il teorema di conservazione dell'energia meccanica totale afferma che in un sistema isolato, in assenza di attriti, la somma di energia cinetica e potenziale è costante. Nel caso in esame, l'energia potenziale dell'acqua all'inizio del tubo (dove l'energia cinetica è praticamente nulla) viene trasformata in energia cinetica alla fine del tubo (dove l'energia potenziale è praticamente nulla) e quindi in lavoro.

🔍 Esaminiamo i distrattori uno per uno. La risposta A è da escludere: l'energia si conserva anche con una variazione di temperatura. La risposta C è errata: l'acqua cadendo diminuisce la sua energia potenziale  $U$  ( $U = mgh$ ). Anche la risposta D è da scartare: è vero che la massa d'acqua si conserva, ma l'energia potenziale  $U$  dell'acqua varia. Infine, anche la risposta E è errata: l'energia cinetica non si conserva, anzi aumenta durante la caduta perché aumenta la velocità dell'acqua.

**7** ●●● **Un corpo puntiforme di massa  $M$  inizialmente in quiete, viene fatto cadere nel vuoto (sotto l'azione della sola forza gravitazionale; si escludono quindi durante il moto urti o**

**contatti) da una certa altezza  $h$  rispetto ad un piano orizzontale di riferimento. Quando il corpo arriva su tale piano, dove l'energia potenziale è nulla, l'energia cinetica è:**

- ☐ A minore dell'energia potenziale gravitazionale iniziale
- ☐ B minore dell'energia cinetica iniziale
- ☐ C uguale all'energia cinetica iniziale
- ☐ D uguale all'energia potenziale gravitazionale iniziale
- ☐ E maggiore dell'energia potenziale gravitazionale iniziale

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 58, 1999)

Per il teorema di conservazione dell'energia meccanica totale si ha che, trascurando gli attriti, il corpo giunge a terra con un'energia cinetica pari all'energia potenziale che il corpo aveva nel momento in cui è stato fatto cadere.

🔍 Potevi escludere tutti gli altri distrattori. La risposta A sarebbe stata vera in presenza di rilevanti attriti con l'aria. La risposta B è errata: l'energia cinetica aumenta con la caduta del corpo perché aumenta la sua velocità. La risposta C era da scartare, in quanto l'energia cinetica iniziale è nulla (nel testo dell'esercizio si specifica che il corpo viene "fatto cadere"). Nella situazione iniziale c'è solo energia potenziale e in nessun caso il corpo può avere energia maggiore di quella iniziale: anche la risposta E risulta quindi errata.

**8** ●●● **Un corpo di massa  $M$  lanciato verticalmente verso l'alto con velocità iniziale di 20 m/s raggiunge l'altezza di 15 m; si può concludere che:**

- ☐ A percorre una traiettoria parabolica
- ☐ B l'attrito esercitato dall'aria è trascurabile
- ☐ C il moto è uniforme
- ☐ D ha perduto energia a causa dell'attrito dell'aria
- ☐ E l'accelerazione di gravità varia apprezzabilmente durante il moto

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 69, 2007)

🔍 Puoi arrivare alla risposta esatta per esclusione. Nel testo si specifica che il moto è verticale, quindi puoi subito escludere la risposta A. Il moto è uniformemente accelerato, con accelerazione  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , e quindi puoi escludere le risposte C ed E (un moto è uniforme se il modulo del vettore velocità è costante). La risposta esatta è quindi la B o la D. Il corpo di massa  $M$  ha energia iniziale (quando viene lanciato) pari alla sua energia cinetica  $K$  ed energia finale (quando raggiunge l'altezza massima) pari alla sua energia potenziale  $U$ . Se si conservasse l'energia, si avrebbe  $K = U$ , ovvero

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$  (con  $m$  = massa,  $v$  = velocità,  $h$  = altezza).  
Da cui  $h = \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} \approx 20$  m (per facilità di calcolo approssimiamo  $g$  a  $10 \text{ m/s}^2$ ). Quindi se si conservasse l'energia, il corpo raggiungerebbe un'altezza di 20 m. Dato che il corpo ha raggiunto l'altezza di 15 m, si può concludere che lo stesso ha perso energia a causa dell'attrito dell'aria e che l'attrito dell'aria non è trascurabile.

★ **9** Un corpo pesante di massa  $m$  si muove (senza attriti) nel campo di forze conservativo della gravità ( $g = \text{cost.}$ ) con energia cinetica  $T$ , energia potenziale  $U$  ed energia totale  $E$ . Indicare l'equazione ERRATA:

- A**  $T = 1/2 m \cdot v^2$
- B**  $mg = m \cdot \Delta v / \Delta t$
- C**  $E = T - U$
- D**  $U = m \cdot g \cdot h$
- E**  $T = E - U$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 62, 1997)

🔍 Questo è il classico quesito in cui un buon ragionamento logico ti permette di escludere tanti distrattori. Ti viene chiesto di indicare l'UNICA equazione ERRATA. Le equazioni delle risposte C ed E sono in contraddizione algebrica. Se la risposta da segnare non fosse tra questa significherebbe che sono entrambe vere, e ciò è impossibile. La risposta da segnare è quindi o la C o la E. In questo modo hai già escluso 3 distrattori. La risposta ERRATA (quindi quella da segnare come corretta) è la C, perché per la legge di conservazione dell'energia meccanica vale  $E = U + T$ .

●●● **10** Una certa quantità d'acqua viene messa a bollire accendendo il fuoco di un fornello sotto la pentola che la contiene. Una pentola del tutto simile e con la stessa quantità d'acqua viene riscaldata e portata ad ebollizione per mezzo di un fornello elettrico; in un caso si usa gas metano, nell'altro la corrente elettrica, eppure si possono confrontare i costi dei due processi e decidere quale sia più conveniente, come mai?

- A** Una convenzione internazionale (annualmente rinnovabile) rende le quantità confrontabili.
- B** L'acqua è un bene universale ed è utilizzata come riferimento.
- C** In questo caso particolare potenza elettrica ed energia termica sono confrontabili.
- D** In entrambi i casi la grandezza di riferimento è l'energia spesa: è questa che costa.
- E** In realtà i due processi non sono confrontabili, i costi sono convenzionali.

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi Dentaria, quesito 70, 2006)

I costi dei due processi dipendono dall'energia spesa e quindi possono essere confrontati.

●●● **11** Marco lancia verso l'alto una biglia, che cade al suolo descrivendo una parabola. Enrico lascia cadere un'altra biglia, identica alla prima, direttamente a terra, con traiettoria verticale. Trascurando la resistenza all'aria, e supponendo che le biglie lascino le mani dei ragazzi alla stessa altezza, si può ragionevolmente affermare che, quando le biglie sono a 1 mm dal suolo:

- A** la forza alla quale è sottoposta la biglia di Marco durante il moto è maggiore di quella che subisce la biglia di Enrico
- B** la variazione di energia potenziale della biglia di Marco, rispetto al momento di lancio, è maggiore di quella della biglia di Enrico
- C** la velocità della biglia di Marco è uguale a quella della biglia di Enrico
- D** la variazione di energia cinetica rispetto al momento del lancio è uguale per entrambe le biglie
- E** l'energia meccanica totale della biglia di Marco è uguale a quella della biglia di Enrico

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2011)

Trascurando la resistenza dell'aria, il principio di conservazione dell'energia totale diventa  $K_i + U_i = K_f + U_f$ . Dalla precedente relazione ricavi per entrambe le biglie la variazione di energia cinetica:  $K_f - K_i = U_i - U_f$ . Le biglie hanno quindi la stessa variazione di energia cinetica, in quanto hanno la stessa variazione di energia potenziale, partendo dalla stessa altezza e giungendo entrambe a 1 mm dal suolo.

★ **12** Un corpo di massa  $m$ , posto nel vuoto a un'altezza  $h$  dal suolo, inizia a cadere e raggiunge il suolo con un'energia cinetica pari a:

- A**  $E = 0$
- B**  $E = mh/2$
- C**  $E = mgh$
- D**  $E = 1/2 mgh^2$
- E** manca il dato velocità per la valutazione dell'energia cinetica

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 61, 1998)

Nel vuoto, il principio di conservazione dell'energia totale è  $K_i + U_i = K_f + U_f$ . Il corpo nel momento in cui viene lasciato cadere ha solo energia potenziale ( $K_i = 0$ ) e questa si trasforma completamente in energia cinetica nel momento in cui raggiunge il suolo ( $U_f = 0$ ), come puoi evincere dalla relazione  $U_i = K_f$ . Quindi l'energia cinetica finale sarà uguale all'energia potenziale iniziale, ovvero  $mgh$ .

## L'energia e la sua conservazione

- 13** ●●● Un sasso lasciato cadere da 20 cm di altezza arriva a terra con una velocità  $V = 2$  m/s (circa). Se lo stesso sasso è lasciato cadere da un'altezza doppia arriverà a terra con una velocità di circa:

- A** 8 m/s  
**B**  $2 \cdot 9,8$  m/s  
**C** 4 m/s  
**D** dipende dalla massa del sasso  
**E**  $2\sqrt{2}$  m/s

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, 2007)

Nel vuoto, il principio di conservazione dell'energia totale è  $K_i + U_i = K_f + U_f$ . Nel nostro caso  $K_i = 0$  e  $U_i = 0$ . Quindi si ha che  $U_i = K_f$ , ovvero  $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ ; se l'altezza  $h$  raddoppia, allora raddoppia  $v^2$  e quindi la velocità  $v$  passa da 2 m/s a  $2\sqrt{2}$  m/s.

- 14** ●●● Una pallina di gomma viene lasciata cadere, da ferma, da una altezza di 1 m, e rimbalza sul pavimento. Si osserva che l'energia cinetica della pallina, tra l'istante subito prima e l'istante subito dopo ogni rimbalzo, diminuisce del 20%. Dopo il terzo rimbalzo, trascurando l'attrito con l'aria, a quale altezza massima ci aspettiamo che possa arrivare la pallina?

- A** circa 33 cm                      **D** meno di 10 cm  
**B** circa 40 cm                      **E** circa 20 cm  
**C** circa 51 cm

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 77, 2011)

L'energia cinetica diminuisce del 20% dopo ogni rimbalzo. Di conseguenza, per il teorema di conservazione dell'energia, diminuisce del 20% dopo ogni rimbalzo anche l'energia potenziale. L'energia potenziale  $U$  è legata all'altezza dalla relazione lineare  $U = mgh$ . Quindi anche l'altezza massima della pallina diminuisce del 20% dopo ogni rimbalzo. Partendo da un'altezza di 100 cm (1 m) ci aspettiamo dopo il primo rimbalzo un'altezza massima 80 cm; dopo il secondo rimbalzo un'altezza massima 64 cm; dopo il terzo rimbalzo un'altezza massima 51,2 cm.

- ★ **15** ●●● Un'automobile di massa  $m$  scende dalla quota  $h$  a velocità costante perché usa i freni e si porta al livello del mare (indichiamo con  $U$  l'energia potenziale di gravità e con  $T$  l'energia cinetica). In tale situazione:

- A**  $\Delta T = mgh$   
**B** non si può applicare il teorema della conservazione dell'energia meccanica  
**C**  $\Delta U = mgh$

- D** la  $\Delta U$  uguaglia la variazione di energia cinetica  
**E** l'energia dissipata per attrito uguaglia la variazione di energia cinetica

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 66, 2004)

Non si può applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica a causa della presenza dell'attrito. Infatti, frenando, il sistema dissipa energia sotto forma di calore.

- 🔍 Potevi escludere in vario modo tutti i distrattori. La risposta A è errata: sarebbe esatta se l'automobile non avesse frenato. La risposta C è da scartare, in quanto dimensionalmente errata. La relazione della risposta D non è valida. La risposta E non tiene conto della variazione dell'energia potenziale.

- 16** ●●● Due sfere di diametro identico, l'una di sughero e l'altra di piombo, sono ricoperte esternamente con la stessa vernice, rendendole identiche all'aspetto. Vengono lasciate cadere contemporaneamente dalla stessa altezza. In che modo è possibile distinguere la sfera di sughero da quella di piombo?

- A** La sfera di sughero ondeggia nell'aria mentre quella di piombo cade lungo una linea retta.  
**B** Questo esperimento non permette di distinguerle.  
**C** La sfera di piombo arriva prima di quella di sughero e lascia una traccia più profonda nel terreno.  
**D** La sfera di sughero arriva prima di quella di piombo e lascia una traccia meno profonda nel terreno.  
**E** Entrambe le sfere arrivano allo stesso tempo, ma quella di piombo lascia una traccia più profonda nel terreno.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 2009)

In presenza di attrito, la sfera di piombo arriva al suolo prima (ed è sufficiente questa informazione per segnare come esatta la risposta C).

- 🔍 È un quesito che ha suscitato molte discussioni nell'A.A. 2009/10. Il MIUR aveva indicato in un primo tempo come risposta esatta la E, ma si è corretto in seguito, indicando la risposta C come corretta. L'equivoco nasce dalla presenza o assenza di attrito. Nel testo non è precisato di trascurare l'attrito e quindi, in casi come questi, si deve considerare la caduta delle due sfere in presenza di attrito. Se fosse stato precisato di considerare l'esperimento in assenza di attrito, si avrebbe che le due sfere giungono a terra nello stesso istante, ma la sfera di piombo, a causa della sua massa, giunge a terra con energia cinetica  $K$  maggiore ( $K = \frac{1}{2}mv^2$ , con  $m$  = massa e  $v$  = velocità). Il terreno deve di conseguenza compiere un lavoro maggiore per arrestare la sfera di piombo rispetto alla sfera di sughero.

**17** Una centrale idroelettrica si avvale dell'acqua di un laghetto che si trova sopraelevato di  $h$ . Nell'ultimo trimestre ha consumato la massa  $m$  di acqua e  $g$  è l'accelerazione di gravità:

- A** la pressione presente sulla turbina era  $mgh$
- B** l'energia prodotta è stata  $mgh$
- C** l'energia prodotta è stata  $mg/h$
- D** la potenza prodotta è stata  $mg/h$
- E** la potenza prodotta è stata  $mgh$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 67, 2003)

Durante il trimestre, l'energia prodotta dalla massa d'acqua  $m$ , posta all'altezza  $h$  è  $U = mgh$ . Tale energia è stata poi trasformata in energia cinetica e quindi in lavoro.

Potevi escludere tutti i distrattori basandoti sull'analisi dimensionale:  $mgh$  è un'energia e non una pressione (risposta A) o una potenza (risposta E). O ancora,  $mg/h$  non è né un'energia (risposta C), né una potenza (risposta D).

**18** Se si possono trascurare gli effetti dovuti agli attriti, un corpo lasciato scivolare lungo un piano inclinato ed inizialmente ad altezza  $H$  dal suolo, o un corpo di massa doppia lasciato cadere lungo la verticale sempre da un'altezza  $H$  rispetto al suolo:

- A** il corpo di massa doppia acquisterà una velocità doppia nell'arrivare al suolo
- B** il corpo che percorre la stessa verticale arriverà al suolo sempre con velocità maggiore indipendentemente dalla sua massa
- C** le velocità di arrivo al suolo dipendono dall'inclinazione del piano inclinato
- D** avranno la stessa velocità al momento del loro arrivo al suolo
- E** arriveranno a terra nello stesso istante se partono allo stesso istante

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 2005)

Per il teorema di conservazione dell'energia, si ha  $K_i + U_i = K_f + U_f$ .

Per il corpo di massa  $m$  si ha

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

(con  $m$  = massa,  $v$  = velocità,  $h$  = altezza);

per il corpo di massa  $2m$  (massa doppia) si ha

$$2mgh = \frac{1}{2}2mv^2$$

(con  $m$  = massa,  $v$  = velocità,  $h$  = altezza);

Si conclude che entrambi i corpi giungono a terra con la stessa velocità, indipendentemente dalla propria massa e dal percorso.

**19** La forza d'attrito è NON conservativa, perché:

- A** è nulla la variazione di energia cinetica
- B** il lavoro fatto dalla forza di attrito dipende dal percorso
- C** l'energia per un sistema in cui è presente l'attrito non si conserva
- D** il lavoro fatto dalla forza di attrito lungo un percorso chiuso è sempre nullo
- E** nessuna delle altre risposte è corretta

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 65, 1997)

Una forza è non conservativa se il lavoro dipende dal percorso. La forza di attrito è un tipico esempio di forza non conservativa.

**20** Un sasso lasciato cadere da 20 cm di altezza produce sulla sabbia una buca cilindrica ad asse verticale di profondità 3 mm. Se lo stesso sasso è lasciato cadere da un'altezza doppia produrrà una buca profonda (circa):

- A** dipende dalla massa del sasso
- B** 1 cm
- C** 2 mm
- D** 6 mm
- E** 12 mm

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, 2007)

Saresti potuto arrivare alla risposta esatta anche basandoti sull'esperienza e aiutandoti con l'intuito.

**21** Un vaso cade da un'altezza di 5 m. Trascurando l'attrito con l'aria, si può ritenere che la sua velocità al momento dell'impatto col suolo sia circa:

- A** 10 m/s
- B** 100 m/s
- C** 20 m/s
- D** 5 m/s
- E** 50 m/s

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2012)

Applicando il teorema di conservazione dell'energia meccanica, trascurando l'attrito dell'aria, si ha  $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ , da cui  $v = \sqrt{2gh}$  con  $m$  = massa del corpo,  $g$  = accelerazione di gravità,  $h$  = altezza di caduta,  $v$  = velocità al momento dell'impatto.

15	16	17	18	19	20	21
8	9	10	11	12	13	14
1	2	3	4	5	6	7

Soluzioni:

1 È data una colonna di un liquido di densità assoluta  $\rho$ . Sia  $h$  l'altezza della colonna e sia  $g$  l'accelerazione di gravità. Il termine  $\rho hg$  è:

- A un'accelerazione elevata al quadrato
- B una forza
- C una pressione
- D un peso specifico
- E una potenza

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 41, 2000)

Per la legge di Stevino,  $p = p_0 + dgh$ , dove  $d$  è la densità, quindi il termine  $dgh$  (o  $\rho gh$  come nell'esercizio proposto) rappresenta una pressione.

2 Un contenitore cilindrico e un contenitore conico hanno la stessa altezza, pari a 10 cm, e la stessa area di base pari a  $10^3 \text{ cm}^2$ . Entrambi poggiano con la loro base su un piano orizzontale e sono interamente riempiti con un olio avente una densità di 900 g/L. Assumendo che sia  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , l'intensità della forza esercitata dall'olio sul fondo del recipiente è:

- A 9 N sia per il cilindro che per il cono
- B superiore, per l'elevata viscosità dell'olio, a quella che si sarebbe prodotta se i recipienti fossero stati riempiti di acqua distillata
- C 9 N per il cilindro e 3 N per il cono
- D 90 N sia per il cilindro che per il cono
- E 90 N per il cilindro e 30 N per il cono

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 2011)

Riportiamo tutti i dati nel S.I.

$$d = 900 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 900 \frac{\text{g}}{\text{dm}^3} = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$h = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$S = 10^3 \text{ cm}^2 = 10^{-1} \text{ m}^2$$

e calcoliamo la pressione esercitata dall'olio:

$$p = dgh = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,1 \text{ m} = 900 \text{ Pa.}$$

Usando la definizione di pressione si ha

$$F = p \cdot S = 900 \text{ Pa} \cdot 10^{-1} \text{ m}^2 = 90 \text{ N.}$$

Per la legge di Stevino, poiché i due contenitori hanno la stessa altezza, la pressione esercitata dall'olio sul fondo dei due recipienti è identica. Poiché inoltre i contenitori hanno la stessa superficie di base, sarà uguale anche la forza esercitata dall'olio sul fondo dei recipienti (ricorda che la forza è una pressione per una superficie). Ricordando questo, puoi escludere le risposte C ed E. La risposta B è errata: l'olio è più viscoso, ma meno denso dell'acqua. Quindi per la legge di Stevino, se i due recipienti fossero riempiti con acqua distillata, la pressione sul fondo sarebbe maggiore.

3 In un libro di fisiologia leggiamo che mediamente nei mammiferi la circolazione polmonare ha una pressione più bassa della circolazione sistemica. Quale tra le seguenti motivazioni potrebbe essere una plausibile giustificazione fisica?

- A Il volume del sangue immesso nella circolazione polmonare ogni secondo è assai minore di quello immesso nella circolazione sistemica.
- B Il sangue che scorre nei polmoni si muove lentamente, in modo da bene ossigenarsi.
- C Data la posizione relativa, la differenza di pressione idrostatica tra gli organi coinvolti nella circolazione polmonare è minore dell'analoga differenza di pressione nella circolazione sistemica.
- D Il sangue della circolazione sistemica, ricco di nutrienti, ha una pressione osmotica più alta.
- E Il sangue povero di ossigeno ha una pressione inferiore.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 2011)

Per la legge di Stevino, la pressione idrostatica è data da  $p = p_0 + dgh$ . La differenza della pressione idrostatica tra gli organi coinvolti nella circolazione polmonare è minore dell'analoga differenza di pressione nella circolazione sistemica a causa della posizione dei polmoni rispetto al corpo.

Potevi facilmente escludere le risposte A, B, D, perché non riportano una plausibile giustificazione fisica.

4 Le giraffe hanno un collo lungo circa 5 m. Assumendo per il sangue una densità pari a quella dell'acqua, che differenza di pressione ci aspettiamo alla base del collo tra quando la giraffa ha il collo disteso in verticale e quando ha il collo disteso in orizzontale?

- A circa 0,05 atm
- B circa 0,5 atm
- C circa 5 atm
- D circa 50 cmHg
- E circa 50 atm

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2010)

In acqua, la pressione aumenta di 1 atm per ogni 10 m di profondità. Quindi se la giraffa ha il collo lungo 5 m e la densità del sangue è paragonabile a quella dell'acqua, la differenza di pressione sarà di 0,5 atm. Potevi ricavare la risposta anche con la legge di Stevino:

$$p = dgh = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = 50000 \text{ Pa} \approx 0,5 \text{ atm}$$

★ **5** ●●● Sott'acqua al mare, a una profondità di 20 m sotto la superficie, la pressione idrostatica a cui è soggetto un subacqueo che sta nuotando orizzontalmente:

- A** vale zero, perché la pressione che si esercita sulla superficie superiore del corpo è controbilanciata da quella che si esercita sulla superficie inferiore
- B** dipende dall'orientamento del subacqueo e non dalla profondità a cui si trova
- C** aumenta di circa 2 atm rispetto alla pressione atmosferica che si esercita sulla superficie del mare
- D** vale all'incirca 21 atm (se la pressione atmosferica in superficie vale 1 atm)
- E** vale all'incirca 200 atm

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 79, 2001)

🔍 Puoi escludere facilmente quasi tutti i distrattori. La risposta B è errata: per la legge di Stevino, la pressione dipende dalla profondità. I calcoli della risposta D non sono corretti, infatti la pressione idrostatica varrebbe circa 21 atm a circa 200 m di profondità. Anche la risposta E è errata: per raggiungere una pressione di 200 atm dovrebbe raggiungere una profondità di 2000 m, mentre le massime profondità mai raggiunte sono di poco superiori ai 300 m.

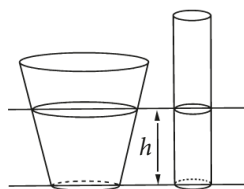
★ **6** ●●● La pressione che si trova in un liquido di densità costante in condizioni statiche, a una data profondità:

- A** dipende dalla viscosità del liquido
- B** dipende dal reciproco della profondità
- C** dipende linearmente dalla profondità
- D** dipende dal quadrato della profondità
- E** non dipende dalla densità del liquido

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 61, 1997)

Per la legge di Stevino,  $p = p_0 + dgh$ , quindi la pressione dipende linearmente dalla profondità.

★ **7** ●●● Sono dati due recipienti di forma e volume diversi e riempiti con uno stesso tipo di liquido. Sulla superficie libera dei due recipienti si esercita la stessa pressione atmosferica. Se nei due recipienti si raggiunge la stessa altezza del liquido rispetto alle rispettive superfici di fondo (piane e orizzontali), in quale di essi la pressione sul fondo sarà maggiore?



- A** In quello che ha una maggiore superficie di fondo.
- B** In entrambi i recipienti la pressione di fondo sarà uguale.

- C** In quello che ha una maggiore superficie libera.
- D** In quello che contiene un maggior volume di liquido.
- E** In quello che ha una minore superficie di fondo.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 71, 1999)

Ricorda la legge di Stevino,  $p = p_0 + dgh$ : nel caso in esame, essendo  $h$  uguale per entrambi i recipienti, la pressione sul fondo sarà uguale in tutti e due i recipienti.

🔍 Conoscendo la legge di Stevino potevi inoltre escludere le altre risposte: la A e la E in quanto nella legge di Stevino non compare la superficie di fondo; la C perché nella legge di Stevino non compare la superficie libera e la D perché non è coinvolto neanche il volume.

★ **8** ●●● Per misurare la pressione atmosferica, Torricelli utilizzò un tubo di vetro riempito di mercurio. La scelta del mercurio è dovuta principalmente:

- A** alla sua densità (un liquido meno denso avrebbe richiesto un tubo più lungo)
- B** al suo colore (un liquido trasparente avrebbe reso difficoltosa la lettura del livello raggiunto)
- C** alla sua elevata conducibilità termica (un liquido termicamente isolante sarebbe stato meno sensibile alle variazioni meteorologiche)
- D** alla sua bassa temperatura di fusione (altri liquidi non sarebbero utilizzabili nelle giornate molto fredde)
- E** alla sua bassa resistività elettrica (un liquido elettricamente isolante non consentirebbe di scaricare a terra le cariche in eccesso in caso di avverse condizioni atmosferiche)

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2012)

Nel suo esperimento, Evangelista Torricelli notò che, al livello del mare, la colonna di mercurio che rimaneva nella provetta e non andava nella bacinella piena di mercurio era alta  $h = 76$  cm. Se si effettuasse l'esperimento di Torricelli usando dell'acqua distillata ( $d = 1000 \text{ kg/m}^3$ ), per equilibrare la pressione atmosferica avremmo bisogno di una colonna d'acqua alta 10 m. La scelta del mercurio è quindi dovuta alla sua alta densità.

★ **9** ●●● Quali dei seguenti gruppi di unità contiene SOLO unità di misura della pressione?

- A** millilitro, millipascal, millijoule, milliwatt
- B** kilojoule, kilowattora, kilowatt, kilopascal
- C** millimetro di mercurio, pascal, watt, atmosfera
- D** pascal, newton/(metro quadro), bar, ettopascal
- E** pascal, centimetro d'acqua, watt, atmosfera

## La pressione nei liquidi e nell'atmosfera

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 1999)

Non farti confondere dai prefissi: millipascal è un sottomultiplo del pascal; ettopascal e kilopascal sono multipli del pascal, quindi tutte unità di misura della pressione.

🔍 Puoi escludere i vari distrattori associando le unità di misura alle rispettive grandezze. La risposta A è errata: il joule e il watt sono unità di misura rispettivamente di energia e potenza. Anche la risposta B è da scartare: il joule e il kilowattora sono unità di misura dell'energia, il watt della potenza. Le risposte C ed E sono da escludere perché il watt è l'unità di misura della potenza.

★ **10** Quale delle seguenti unità non si riferisce a una pressione?

- ☐ A pascal ☐ D torr  
☐ B newton ☐ E baria  
☐ C mm di Hg

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 65, 1998)

Il newton è l'unità di misura della forza. Tutte le altre sono unità di misura della pressione.

★ **11** La pressione nel Sistema Internazionale (SI) si esprime in:

- ☐ A N ☐ D baria  
☐ B Pa ☐ E atm  
☐ C kg/m<sup>2</sup>

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 46, 2000)

🔍 La risposta A è errata: il newton è l'unità di misura della forza.

La risposta C è errata:  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$  non misura una pressione.

La risposta D è errata: il baria è l'unità di misura della pressione del sistema c.g.s.

La risposta E è errata: l'atmosfera è un'unità di misura della pressione.

**12** Nel Sistema Internazionale delle Unità di Misura SI, una pressione  $p$  si misura in pascal e un volume  $V$  in metri cubi. In quali unità di misura dello stesso sistema viene quindi misurato il prodotto  $(p \cdot V)$ ?

- ☐ A watt  
☐ B kelvin  
☐ C newton  
☐ D joule  
☐ E Tale prodotto è adimensionale.

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 60, 1997)

Il prodotto  $pV$  si misura in  $\text{Pa} \cdot \text{m}^3 = \text{N}/\text{m}^2 \cdot \text{m}^3 = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$ . Ricorda che  $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ , perché il lavoro è la forza per lo spostamento.

**13** Quali tra seguenti unità può essere usata per misurare la pressione?

- ☐ A mm ☐ D dine · cm<sup>2</sup>  
☐ B joule ☐ E mmHg  
☐ C newton

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 64, 2001)

Il mmHg è un'unità di misura della pressione e rappresenta la pressione esercitata da una colonna di mercurio alta 1 mm.

**14** Se, in acqua di mare, il prodotto  $d \cdot g$  (densità · accelerazione di gravità) ha un valore numerico vicino a  $10^4$ , le adatte unità di misura saranno:

- ☐ A newton/m  
☐ B pascal/m<sup>2</sup>  
☐ C N/m<sup>3</sup>  
☐ D dyn/cm<sup>2</sup>  
☐ E joule/m<sup>2</sup>

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 1999)

🔍 Il prodotto  $dg$  si misura in

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{1}{\text{m}^3} \cdot \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{1}{\text{m}^3} \cdot \text{N} = \frac{\text{N}}{\text{m}^3}.$$

Ricordati che  $1 \text{ N} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , perché  $F = ma$ .

**15** Se un subacqueo scende alla profondità di 40 m sotto il livello del mare, la pressione è aumentata, rispetto al valore presente della superficie, di circa:

- ☐ A 1 atm  
☐ B 4 atm  
☐ C 2 atm  
☐ D 5 atm  
☐ E 3 atm

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 67, 1998)

Ricorda che in acqua, la pressione aumenta sostanzialmente di 1 atmosfera per ogni 10 metri di profondità (chiunque abbia fatto immersione si rende conto di questo effetto).

Quindi la pressione a 40 m di profondità è aumentata di 4 atm rispetto al valore presente alla superficie. Puoi anche applicare la legge di Stevino  $p - p_o = dgh$ .

**16** ●●● Assumendo per l'acqua di mare una densità costante di  $1,03 \text{ kg/dm}^3$ , calcolare la variazione del valore di pressione tra il fondo del mare e la sua superficie sapendo che il fondo dista 3 km dalla superficie:

- A** variazione di pressione =  $1,03 \cdot 10^4 \cdot 9,8 \cdot 3 \cdot 10^3 = 3,0 \cdot 10^8$  pascal
- B** variazione di pressione =  $1,03 \cdot 9,8 \cdot 3 \cdot 10^3 = 3,0 \cdot 10^4$  pascal
- C** variazione di pressione =  $1,03 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 3 \cdot 10^3 = 3,0 \cdot 10^7$  pascal
- D** variazione di pressione =  $1,03 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^3 = 3,0 \cdot 10^6$  pascal
- E** variazione di pressione =  $1,03 \cdot 9,8 \cdot 3 = 30$  pascal

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 69, 2008)

Per la legge di Stevino, la variazione di pressione tra superficie e fondo è  $dgh$ .

🔍 Riportiamo tutti i dati nel SI.

$$d = 1,03 \text{ kg/dm}^3 = 1,03 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$h = 3 \text{ km} = 3 \cdot 10^3 \text{ m}$$

e calcoliamo la variazione di pressione tra superficie e fondo:

$$P = dgh = 1,03 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \cdot 10^3 \text{ m} = 3,0 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

Per giungere alla soluzione potevi anche ricordarti che, in acqua, 3000 m di profondità corrispondono a un aumento di pressione di circa 300 atm (1 atm ogni 10 m). 300 atm corrispondono a circa  $3,0 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ .

**17** ●●● Una colonna d'acqua alta 10 m esercita sul fondo una pressione il cui valore:

- A** è superiore a 2 atm
- B** dipende dall'area della superficie d'appoggio della colonna
- C** è pari a 1000 mmHg
- D** supera di circa 1 atm la pressione esterna
- E** è inferiore a 700 mmHg

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 55, 1998)

In acqua, per ogni 10 metri di profondità, la pressione aumenta di 1 atmosfera. Quindi la colonna di 10 m d'acqua esercita sul fondo una pressione che supera di 1 atm la pressione esterna. Puoi anche applicare la legge di Stevino  $p - p_0 = dgh$ .

🔍 La risposta A è errata: sul fondo c'è una pressione di 2 atmosfere (1 dovuta alla pressione atmosferica +1 dovuta all'acqua) e non superiore alle 2 atmosfere. La risposta B è errata: per la legge di Stevino, la pressione non dipende dalla superficie d'appoggio della colonna. Le risposte C ed E sono errate per motivi di calcolo.

**18** ●●● In un liquido in condizioni statiche la pressione idrostatica dipende da varie grandezze. Tuttavia essa NON dipende:

- A** dalla accelerazione di gravità
- B** dal peso specifico del liquido
- C** dalla viscosità del liquido
- D** dalla profondità alla quale si misura la pressione
- E** dalla densità del liquido

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 62, 1997)

Un liquido in condizioni statiche è fermo e quindi ha velocità nulla. La viscosità è legata alla velocità del fluido e quindi la pressione idrostatica NON dipende dalla viscosità del liquido.

🔍 Dalla legge di Stevino potevi escludere gli altri distrattori: la risposta A è errata perché, per la legge di Stevino, la pressione idrostatica dipende dalla accelerazione di gravità. La risposta B è da scartare perché, per la legge di Stevino, la pressione idrostatica dipende dalla densità del liquido e quindi dal suo peso specifico (ricorda che il peso specifico è il prodotto della densità per l'accelerazione di gravità). Per la legge di Stevino, inoltre, la pressione idrostatica dipende dalla profondità alla quale si misura la pressione (risposta D) e dalla densità del liquido (risposta E).

**19** ●●● La pressione atmosferica:

- A** non varia con l'altitudine
- B** è virtualmente uguale alla pressione parziale dell'azoto atmosferico
- C** è proporzionale all'umidità
- D** è la somma delle pressioni parziali dei gas presenti nell'atmosfera
- E** è la media aritmetica delle pressioni parziali dei gas presenti nell'atmosfera

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 64, 1997)

La pressione atmosferica è la somma delle pressioni parziali dei gas presenti nell'atmosfera.

★ **20** ●●● Il teorema di Stevino  $p = p_0 + hgd$  relativo alla pressione idrostatica è valido:

- A** solo per i liquidi reali
- B** per liquidi e gas nel campo gravitazionale
- C** per liquidi e gas solo se sottratti ad azione gravitazionale
- D** solo per le sostanze aeriformi
- E** solo per i liquidi ideali

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, 1998)

La legge di Stevino vale per i liquidi e per i gas nel campo gravitazionale. Fai attenzione: compare  $g$  e quindi è essenziale la presenza di un campo gravitazionale.

## La pressione nei liquidi e nell'atmosfera

- ★ **21** La pressione alla base di un cilindro contenente un liquido è:

- ☐ A indipendente dalla sezione del cilindro
- ☐ B indipendente dall'accelerazione di gravità
- ☐ C indipendente dalla densità del liquido
- ☐ D indipendente dall'altezza del liquido
- ☐ E funzione solo della densità del liquido e della temperatura

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 56, 1997)

Conoscendo la legge di Stevino ( $p = p_0 + dgh$ ), puoi concludere che la pressione è indipendente dalla sezione del cilindro.

- ★ **22** Un recipiente cilindrico è riempito di liquido di densità data. La pressione sul fondo del recipiente dipende:

- ☐ A dalla sezione del cilindro
- ☐ B dal peso del liquido
- ☐ C dal volume del cilindro
- ☐ D dalla massa del liquido
- ☐ E dall'altezza del cilindro

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 67, 1998)

Per la legge di Stevino,  $p = p_0 + dgh$ , quindi la pressione dipende dall'altezza del cilindro.

- 🔍 La risposta A è errata: nella legge di Stevino non compare la sezione.  
 La risposta B è errata: nella legge di Stevino non compare il peso.  
 La risposta C è errata: nella legge di Stevino non compare il volume.  
 La risposta D è errata: nella legge di Stevino non compare la massa.

- ★★ **23** Nel 1644 Torricelli, seguendo un suggerimento di Galilei, fece fare un famoso esperimento. Lo sperimentatore riempì con mercurio una canna di vetro, lunga 120 cm e avente una estremità chiusa, la capovolse sopra un piatto contenente mercurio, e osservò che parte del mercurio rimaneva entro la canna per una altezza  $h$ , che si sperimentò essere variabile da un giorno all'altro secondo il clima.

- ☐ A Se avesse usato una canna più lunga l'esperimento sarebbe fallito.
- ☐ B Se avesse usato acqua, nulla sarebbe cambiato.
- ☐ C Se la lunghezza della canna fosse stata inferiore a 3/4 di metro l'esperimento sarebbe fallito.
- ☐ D Se avesse usato una canna più corta, avrebbe potuto usare l'acqua.
- ☐ E Se avesse operato in montagna, nulla sarebbe cambiato.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 65, 2004)

- 🔍 Puoi arrivare alla risposta corretta escludendo via via gli altri distrattori. Puoi escludere la risposta A: con una canna più lunga non sarebbe cambiato nulla. L'acqua ha una densità inferiore rispetto a quella del mercurio, quindi l'esperimento sarebbe cambiato e la risposta B va scartata. Proprio perché l'acqua ha densità minore del mercurio, con una canna più corta l'esperimento sarebbe fallito: anche la risposta D è quindi errata. Sai inoltre che in montagna la pressione atmosferica è inferiore: va esclusa anche la risposta E. La risposta esatta è pertanto la C: se la lunghezza della canna fosse stata di 75 cm l'esperimento sarebbe fallito. Infatti, a temperatura e pressione ambiente, la colonna di mercurio raggiunge un'altezza di 76 cm.

- ★★ **24** Il sangue che scorre nelle arterie dell'uomo, come noto, ha una certa pressione. Quale tra le seguenti unità di misura (o simboli) potrebbe essere correttamente usata per esprimere questa pressione, anche se l'unità è inusuale nel campo specifico?

- ☐ A  $\text{N/m}^3$
- ☐ B atm
- ☐ C  $\text{cm}^3$
- ☐ D  $\text{N} \cdot \text{m}^2$
- ☐ E millibar/ $\text{cm}^3$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 64, 2002)

L'unica unità di misura della pressione presente nelle risposte è l'atmosfera.

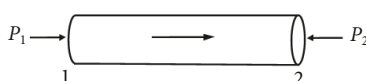
- ★ **25** La pressione idrostatica che si esercita alla profondità  $h$  in un liquido di densità  $d$ , se  $g$  è l'accelerazione di gravità, vale:

- ☐ A  $hg/d$
- ☐ B  $hdg$
- ☐ C  $gd/h$
- ☐ D  $h/dg$
- ☐ E  $hd/g$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, 2002)

È la legge di Stevino:  $p = dgh$ .

- ★★ **26** In un condotto orizzontale a pareti rigide, a sezione circolare costante, scorre con moto stazionario un liquido perfetto, assoggettato alle sole forze di gravità e pressione (vedi figura). Dette  $P_1$  la pressione in una sezione a monte, e  $P_2$  in una sezione a valle, quale delle seguenti relazioni è CORRETTA?




- A** Non si può dire nulla senza conoscere l'area (costante) della sezione.
- B** Non si può dire nulla senza conoscere la velocità (costante) del liquido.
- C**  $P_1 > P_2$
- D**  $P_1 = P_2$
- E**  $P_1 < P_2$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia quesito 72, 1999)

Per risolvere l'esercizio, è necessaria l'equazione di continuità: per un fluido ideale in moto stazionario in un condotto, si ha  $Q = Sv = \text{costante}$ , con  $Q$  = portata del condotto,  $S$  = sezione trasversale del condotto e  $v$  = velocità del fluido.

Si deve inoltre utilizzare il teorema di Bernoulli: considerati due punti 1 e 2 di un condotto in cui scorre un fluido ideale in moto stazionario, si ha  $P_1 + dgh_1 + 1/2dv_1^2 = P_2 + dgh_2 + 1/2dv_2^2$ , con  $P$  = pressione del fluido,  $d$  = densità del fluido,  $g$  = accelerazione di gravità,  $h$  = altezza rispetto a un riferimento orizzontale,  $v$  = velocità del fluido. Il condotto è orizzontale ed essendo la sezione costante (e di conseguenza, grazie all'equazione di continuità, è costante anche la velocità del fluido), per il teorema di Bernoulli si ha  $P_1 = P_2$ .

 Il teorema di Bernoulli trattato in questo esercizio negli ultimi anni non è più programma d'esame.

1	C	2	D	3	C	4	B	5	C	6	C	7	B	8	A	9	D	10	B	11	B	12	D	13	E	14	C	15	B	16	C	17	D	18	C	19	D	20	B	21	A	22	E	23	C	24	B	25	B	26	D
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---	----	---

Soluzioni:

★ **1** Un parallelepipedo di legno galleggia in una vaschetta piena d'acqua distillata. Nella vaschetta viene successivamente disciolto del sale da cucina. Indicate quale affermazione descrive più adeguatamente ciò che accade dopo lo scioglimento del sale nell'acqua:

- A** Il parallelepipedo scende leggermente rispetto alla linea di galleggiamento precedente.
- B** Il parallelepipedo affonda completamente nell'acqua.
- C** Il parallelepipedo rimane nella stessa posizione occupata precedentemente.
- D** Il parallelepipedo sale leggermente rispetto alla linea di galleggiamento precedente.
- E** Non vi sono dati sufficienti per fare una previsione attendibile.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2009)

Con il sale, aumenta la densità dell'acqua. Quindi la spinta di Archimede aumenta e di conseguenza il parallelepipedo sale leggermente rispetto alla linea di galleggiamento.

🔍 È un'esperienza che avrai fatto sicuramente: in acqua marina (salata, con densità maggiore) galleggi più facilmente che in piscina (priva di sale, con densità minore). È sufficiente aver verificato tutto ciò per dare la risposta esatta.

★ **2** La spinta di Archimede NON dipende:

- A** dalla densità del mezzo
- B** dal valore dell'accelerazione di gravità
- C** dalla profondità alla quale il corpo è immerso
- D** dal peso specifico del mezzo
- E** dal volume del corpo

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 64, 1998)

La spinta di Archimede è espressa dalla legge  $F = Vdg$ .

🔍 Per arrivare alla risposta è sufficiente ricordare la formula della spinta di Archimede, che dipende dalla densità del mezzo (puoi escludere la risposta A), dal valore dell'accelerazione di gravità (puoi escludere la risposta B), dalla densità del mezzo e quindi dal peso specifico (puoi escludere la risposta D), dal volume del corpo immerso (puoi escludere la risposta E). La forza di Archimede quindi NON dipende dalla profondità del corpo immerso. Ricorda che quando si parla di corpo "immerso" si intende "completamente immerso".

★ **3** Verso molto lentamente un olio, a densità 0,95 in unità del CGS, in un recipiente cilindrico di vetro, precedentemente riempito fino a metà con acqua (densità 1 in unità del CGS). Dopo un po' all'equilibrio, posso osservare che:

- A** il livello dell'acqua è decisamente sceso
- B** il livello dell'acqua non è cambiato (salvo possibili piccole variazioni ai bordi del recipiente, per effetto della tensione superficiale)
- C** il livello dell'acqua è decisamente salito
- D** non si può rispondere per mancanza di dati
- E** nessuna delle precedenti perché l'olio si disperde in acqua formando una soluzione e non si può più parlare di un "livello dell'acqua"

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 75, 2001)

L'olio ( $d = 0,95 \text{ g/cm}^3$ ) ha densità minore dell'acqua ( $d = 1 \text{ g/cm}^3$ ) e quindi l'olio galleggia sull'acqua. Si conclude quindi che versando dell'olio in un recipiente in cui c'è acqua, il livello di quest'ultima non cambia (salvo possibili piccole variazioni ai bordi, per effetto della tensione superficiale).

🔍 Puoi sperimentare facilmente quello che accade versando in un bicchiere un po' d'acqua e poi un po' d'olio. Nota che anche versando prima l'olio e poi l'acqua, l'olio galleggia e l'acqua raggiunge sempre lo stesso livello.

★ **4** In riferimento all'acqua e al ghiaccio quale delle seguenti affermazioni è CORRETTA?

- A** Il punto di massima densità dell'acqua è a zero gradi centigradi.
- B** Il ghiaccio è più denso dell'acqua ma galleggia perché contiene aria.
- C** L'acqua e il ghiaccio hanno la stessa densità ma diversa temperatura.
- D** L'acqua è meno densa del ghiaccio perché è più calda.
- E** Il ghiaccio galleggia nell'acqua perché è meno denso.

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, ripetizione 2007)

Il ghiaccio è meno denso dell'acqua e quindi galleggia sull'acqua. Una proprietà caratteristica dell'acqua è proprio che nel passaggio allo stato solido aumenta il volume e diminuisce la densità.

★ **5** Un ragazzo riempie di acqua una bottiglia di vetro, la chiude con un piccolo tappo e la deposita sull'acqua di uno stagno. Dica il candidato se:

- A** resta sotto il pelo dell'acqua
- B** non si può dire se galleggia o affonda
- C** affonda
- D** la discesa sarà con accelerazione crescente
- E** galleggia

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 65, 2003)

La bottiglia affonda perché globalmente la bottiglia (acqua + vetro + tappo) ha densità maggiore dell'acqua. È importante considerare tutto il sistema bottiglia, non solo l'acqua in essa contenuta.

★ **6** Un corpo ha una massa di 30 g e un volume di 50 cm<sup>3</sup>. Ponendolo in acqua cosa succede?

- A** Resta sospeso in un punto intermedio tra superficie e fondo del recipiente.
- B** Resta sospeso in prossimità del fondo del recipiente.
- C** Galleggia sulla superficie dell'acqua.
- D** Va ad adattarsi sul fondo del recipiente.
- E** Affonda, ma non è possibile prevedere a quale profondità.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 65, 1997)

La densità del corpo è  $d = \frac{m}{V} = \frac{30g}{50cm^3} = 0,6 g/cm^3$ :

è un valore minore della densità dell'acqua  $d_{acqua} = 1 g/cm^3$ . Il corpo quindi galleggia sulla superficie dell'acqua. Puoi arrivare alla risposta esatta anche senza fare calcoli: è sufficiente notare che 30 (il valore della massa) è minore di 50 (il valore del volume) e che quindi la densità del corpo è minore di 1 (densità dell'acqua nel sistema cgs).

🔍 Conoscendo i principi che regolano il galleggiamento dei corpi, potevi escludere facilmente le opzioni A e D: la risposta A è errata perché il corpo rimarrebbe sospeso in un punto intermedio solo nel caso avesse la stessa densità dell'acqua; la risposta D invece perché il corpo si adatterebbe sul fondo se avesse densità maggiore della densità dell'acqua.

★ **7** Una bottiglia vuota, un sughero, una nave da crociera possono galleggiare nell'acqua perché:

- A** la forma della loro superficie a contatto con l'acqua ne riduce l'attrito
- B** la massa d'acqua che spostano li spinge verso l'alto
- C** si muovono più velocemente delle onde
- D** hanno un ridotto volume
- E** i tre sistemi (nave, sughero, bottiglia) galleggiano per ragioni diverse tra loro

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 2006)

Per il principio di Archimede, i corpi galleggiano perché la massa d'acqua spostata li spinge verso l'alto.

★ **8** L'uomo galleggia facilmente in acqua: basta che trattenga il fiato (a fine inspirazione). Questo è dovuto al fatto che

la densità media dell'uomo in unità del sistema CGS è circa uguale a:

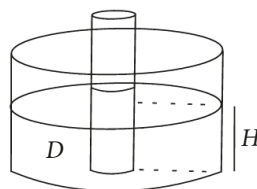
- A** 10
- B** 1
- C** 1000
- D** 0,1
- E** 100

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 2001)

Un corpo galleggia quando la sua densità è uguale a quella del liquido: significa che la densità media dell'uomo è circa 1 nel sistema cgs (ovvero confrontabile con quella dell'acqua).

🔍 Sapendo che la densità dell'acqua è 1 e basandoti sull'esperienza comune e sui principi che regolano il galleggiamento dei corpi, potevi escludere facilmente molti distrattori. Se la densità dell'uomo fosse 10 (risposta A), 1000 (risposta C) o 100 (risposta E) andremmo a fondo appena entrati in acqua. Anche la risposta D è errata: se la densità media dell'uomo fosse 0,1 (molto inferiore a quella dell'acqua) galleggeremmo molto facilmente e chiunque abbia iniziato a nuotare ha notato che all'inizio ci sono alcune difficoltà.

★ **9** Un cilindro galleggia in posizione verticale in un liquido di densità  $D_1$  e successivamente in un altro di densità  $D_2$  ( $D_1$  maggiore di  $D_2$ ). Indichiamo con  $H_1$  e  $H_2$  rispettivamente la lunghezza della parte immersa rispettivamente nei due liquidi. Quale delle seguenti affermazioni è CORRETTA?



- A**  $H_1 > H_2$
- B** Bisogna conoscere la viscosità del liquido.
- C**  $H_1 = H_2$
- D**  $H_1 < H_2$
- E** Bisogna conoscere la densità del materiale del cilindro.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 1999)

Il cilindro galleggia in entrambi i liquidi. La sua lunghezza di parte emersa sarà maggiore nel liquido con densità maggiore (dove appunto galleggia più facilmente). Quindi  $H_1 < H_2$ .

🔍 Esaminiamo i distrattori uno per uno. La risposta A sarebbe vera nel caso  $D_1 < D_2$ . La risposta B è da escludere perché la viscosità non è influente per il galleggiamento. La risposta C sarebbe vera se fosse  $D_1 = D_2$ . La risposta E è errata: la forza di Archimede non dipende dalla densità del cilindro, ma dalla densità del fluido in cui è immerso.

## La legge di Archimede e il galleggiamento

★  
10

Il principio di Archimede stabilisce che ogni corpo immerso in un fluido qualsiasi riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del fluido spostato. Cosa si può dire della spinta di Archimede sulla superficie lunare?

- ☐ A Sulla superficie lunare la spinta di Archimede è sempre nulla.
- ☐ B La spinta di Archimede è presente sulla superficie lunare ma assume, a parità di condizioni, valori più bassi di quelli che assume sulla superficie terrestre.
- ☐ C La spinta di Archimede è presente solo sulla superficie terrestre.
- ☐ D La spinta di Archimede dipende dalla massa del fluido spostato e quindi assume lo stesso valore in qualunque regione dello spazio all'interno del sistema solare.
- ☐ E Non dipendendo da forze gravitazionali, la spinta di Archimede si presenta (con la stessa intensità che assume sulla Terra) in qualunque punto dello spazio e quindi anche sulla superficie della Luna.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 1997)

La spinta di Archimede è espressa dalla legge  $F = Vdg$ . Sulla superficie lunare, l'accelerazione di gravità è  $1/6$  di quella sulla Terra. Quindi, la spinta di Archimede è presente sulla superficie lunare, ma assume a parità di condizioni valori più bassi di quelli che assume sulla superficie terrestre.

★★  
11

Sia dato un parallelepipedo rettangolo omogeneo e pieno, avente i lati  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , che galleggia su di un liquido di densità  $1,2 \text{ g/cm}^3$ , con il lato  $a$  perpendicolare alla superficie libera del liquido. La metà di  $a$  emerge, l'altra metà è sommersa. Quanto vale la densità del materiale con cui è fatto il parallelepipedo?

- ☐ A  $0,2 \text{ g/cm}^3$
- ☐ B  $0,4 \text{ g/cm}^3$
- ☐ C  $0,6 \text{ g/cm}^3$
- ☐ D  $2,4 \text{ g/cm}^3$
- ☐ E Non si può rispondere senza sapere i valori dei lati.

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 41, 2000)

Il parallelepipedo galleggia perché la sua forza peso ( $mg = dVg$ ) è uguale alla spinta di Archimede ( $d_L V_L g$ , con  $d_L$  = densità del liquido e  $V_L$  = volume del liquido spostato). Quindi  $dVg = d_L V_L g$ ,  $d = d_L/2 = 0,6 \text{ g/cm}^3$ .

🔍 Puoi arrivare alla soluzione anche osservando che il parallelepipedo galleggia, quindi la sua densità sarà minore di quella del liquido e, in particolare, il volume del liquido spostato è la metà del volume del parallelepipedo. Si può concludere allora che la densità del parallelepipedo sarà la metà della densità del liquido.

★★  
12

Sia indicata con  $M$  la massa, con  $L$  la lunghezza e con  $T$  il tempo. Sia inoltre dato un condotto in cui scorre un liquido. Quali sono le dimensioni della velocità con cui si muove il liquido, nel SI?

- ☐ A  $[M^3 T^{-1}]$
- ☐ B  $[L T^{-1}]$
- ☐ C  $[M L^{-1}]$
- ☐ D  $[M T^{-2}]$
- ☐ E  $[L^3 T^{-1}]$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2001)

La velocità ha sempre le stesse dimensioni:  $[L \cdot T^{-1}]$ .



Ricorda che la velocità è una grandezza cinematica, e quindi non può dipendere dalla massa  $M$ . Potevi così eliminare le risposte A, C, D.

★  
13

Per misurare la densità del sangue relativa all'acqua si può usare una miscela di xilene (densità relativa 0,87) e di bromobenzene (densità relativa 1,50). Quale delle seguenti tecniche sperimentali utilizzereste per la misura?

- ☐ A Si cambia la proporzione di miscela sino a che in due capillari miscela e sangue salgano della stessa quantità.
- ☐ B Si calcola il rapporto tra i pesi di pari volumi di sangue e miscela al 50% di xilene e bromobenzene.
- ☐ C Si cambia la proporzione nella miscela sino a che abbia lo stesso colore del sangue.
- ☐ D Si cambia la proporzione nella miscela sino a che le gocce di sangue immerse nella stessa rimangano in sospensione.
- ☐ E Si cambia la miscela sino a che abbia lo stesso pH del sangue.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, 2010)



Mettendo in un recipiente solo xilene (densità relativa 0,87), le gocce di sangue (che ha densità relativa maggiore) si depositano sul fondo. Si inseriscono quindi piccole quantità di bromobenzene (densità relativa 1,50) fino a quando le gocce di sangue salgono rimanendo in sospensione. Dalle quantità di xilene e bromobenzene, si ricava la densità della miscela, che in questo caso coincide con la densità del sangue.

★  
14

Una sfera di piombo, piena, non galleggia in acqua. La causa va ricercata nel fatto che:

- ☐ A a parità di peso, il volume del piombo (anche quando in forma di sfera piena, non vuota) è maggiore di quello dell'acqua spostata
- ☐ B il piombo ha densità maggiore di quella dell'aria che respiriamo
- ☐ C il peso specifico del piombo è maggiore di quello dell'acqua
- ☐ D il piombo è un solido mentre l'acqua è un liquido
- ☐ E la densità del piombo è minore di quella dell'acqua

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 66, 2002)

Per le leggi che regolano il galleggiamento dei corpi, una sfera di piombo piena non galleggia in acqua perché la sua densità è maggiore della densità dell'acqua. Di conseguenza è maggiore il suo peso specifico (ricorda che il peso specifico è il prodotto di densità e accelerazione di gravità:  $P_s = dg$ ).

★ **15** A parità di ogni altra condizione, la spinta di Archimede sulla Luna rispetto alla corrispondente spinta sulla Terra:

- ☐ A è uguale perché la densità dei corpi non dipende dal luogo in cui si misura
- ☐ B è minore perché sulla Luna tutti i pesi sono minori
- ☐ C è minore perché sulla Luna la costante di gravitazione universale  $G$  è minore
- ☐ D è uguale in quanto i volumi degli oggetti non cambiano
- ☐ E è uguale in quanto le masse degli oggetti non cambiano

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 69, 1998)

La spinta di Archimede è espressa dalla legge  $F = Vdg$  (con  $V$  = volume del liquido spostato,  $d$  = densità del liquido,  $g$  = accelerazione di gravità). Sulla superficie lunare, l'accelerazione di gravità è  $1/6$  di quella sulla Terra. Quindi, la spinta di Archimede è minore sulla Luna, perché tutti i pesi sulla Luna sono minori.

🔍 La risposta A è errata: sulla Luna, l'accelerazione di gravità è minore. La risposta C è errata: una "costante" non varia, assume gli stessi valori sulla Terra e sulla Luna. La risposta D è errata: non cambiano i volumi, ma cambia l'accelerazione di gravità. La risposta E è errata: non cambiano le masse, ma cambia l'accelerazione di gravità.

●●● **16** Nella dinamica dei fluidi ideali:

- ☐ A la densità è nulla
- ☐ B si trascurano le forze di superficie
- ☐ C la viscosità è supposta nulla
- ☐ D la portata è costante
- ☐ E si trascurano le forze di volume

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 63, 1997)

In un fluido ideale la viscosità è supposta nulla.

🔍 Negli ultimi anni, questo argomento non è più parte del programma d'esame.

●●● **17** Nel moto di un liquido in un condotto, che cosa è la portata?

- ☐ A La quantità di liquido unitaria che passa attraverso una sezione del condotto in 1 s.
- ☐ B La quantità di liquido che passa in una qualunque sezione del condotto.
- ☐ C La quantità di liquido che passa in una sezione del condotto, indipendentemente dal tempo.
- ☐ D La quantità di liquido che passa in una sezione unitaria del condotto.

- ☐ E Il rapporto fra la quantità di liquido che passa attraverso una sezione del condotto e l'intervallo di tempo in cui tale passaggio avviene.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 69, 1998)

La portata è definita come il rapporto tra la quantità di liquido che passa attraverso una sezione del condotto e l'intervallo di tempo in cui tale passaggio avviene.

🔍 Negli ultimi anni, questo argomento non è più parte del programma d'esame.

●●● **18** Un bambino, dopo una corsa, presenta 120 battiti cardiaci al minuto e a ognuno di essi l'arteria aortica riceve 40 mL di sangue, per cui:

- ☐ A la portata media dell'aorta è 40 cm<sup>3</sup>/s
- ☐ B l'aorta riceve 800 mL di sangue al secondo
- ☐ C la portata media dell'aorta è 80 cm<sup>3</sup>/s
- ☐ D il cuore batte 120 · 3600 volte all'ora
- ☐ E il cuore batte 20 volte al secondo

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 66, 2004)

Poiché la portata è il rapporto tra la quantità di liquido che passa attraverso una sezione del condotto e l'intervallo di tempo in cui tale passaggio avviene, nel caso in esame si può calcolare:

$$\frac{120 \cdot 40 \text{ mL}}{60 \text{ s}} = 80 \frac{\text{mL}}{\text{s}} = 80 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

Ricorda che 1 mL = 1 cm<sup>3</sup>.

★ **19** Un lastrone di ghiaccio è appena sufficiente a sostenere un orso bianco di massa pari a 300 kg. Assumendo per il ghiaccio una densità pari a 0,9 volte quella dell'acqua distillata e che l'acqua in cui galleggia il lastrone sia assimilabile ad acqua distillata, qual è il volume del lastrone?

- ☐ A circa  $3,33 \cdot 10^4 \text{ m}^3$
- ☐ B circa  $3 \cdot 10^3 \text{ m}^3$
- ☐ C circa  $3,33 \cdot 10^3 \text{ m}^3$
- ☐ D circa 3 m<sup>3</sup>
- ☐ E circa  $3 \cdot 10^2 \text{ m}^3$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2012)

🔍 Immaginiamo che il lastrone di ghiaccio sia immerso completamente e che la sua superficie superiore sia allineata al pelo dell'acqua.

In questo caso, la spinta di Archimede bilancia la forza peso dell'orso e del lastrone:

$d_{\text{acqua}} gV = mg + d_{\text{ghiaccio}} gV$  (con  $d$  = densità,  $g$  = accelerazione di gravità,  $V$  = volume occupato dal ghiaccio,  $m$  = massa dell'orso). Semplificando  $g$ , si ottiene:  $V = m / (d_{\text{acqua}} - d_{\text{ghiaccio}}) = 300 \text{ kg} / 100 \text{ kg/m}^3 = 3 \text{ m}^3$ .

Ricorda che la densità dell'acqua distillata è  $d_{\text{acqua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

15	16	17	18	19
20	21	22	23	24
25	26	27	28	29
30	31	32	33	34

Soluzioni:

★ **1** Una scatola di polistirolo (materiale sintetico bianco, leggero, a basso coefficiente di conducibilità termica) contiene 100 g di acqua alla temperatura di 30 °C e viene messa in frigorifero. Dopo 1000 s la temperatura è 20 °C:

- ☐ A l'acqua ha erogato mediamente la potenza di 1000 watt
- ☐ B il frigorifero ha sottratto 10 kcal all'acqua
- ☐ C la variazione della temperatura per unità di tempo è stata di  $-0,01$  °C/s
- ☐ D l'acqua ha perso 1000 joule
- ☐ E la capacità termica dell'acqua è calata di 1 kcal/°C

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, 2004)

Per giungere alla risposta esatta, non devi conoscere alcuna formula, ma è sufficiente ragionare. La scatola ha avuto una variazione di temperatura di  $-10$  °C in 1000 secondi. Quindi la variazione di temperatura per unità di tempo è  $-10$  °C/1000 s =  $-0,01$  °C/s.

★ **2** Due corpi hanno la stessa temperatura:

- ☐ A se hanno la stessa energia totale
- ☐ B se sono in equilibrio termico
- ☐ C se hanno lo stesso calore specifico
- ☐ D se hanno la stessa capacità termica
- ☐ E se possiedono la stessa quantità di calore

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 63, 1999)

Due corpi hanno la stessa temperatura quando sono in equilibrio termico.

★ **3** Due corpi hanno massa diversa e lo stesso calore specifico. Per quanto riguarda il loro equilibrio termico possiamo affermare che, dal punto di vista scientifico, essi:

- ☐ A sono in equilibrio termico se almeno due persone confermano la stessa sensazione di caldo
- ☐ B sono in equilibrio termico se, toccandoli con le mani, provocano la stessa sensazione termica
- ☐ C sono in equilibrio termico se, messi a contatto con lo stesso termoscopio, provocano la stessa dilatazione del mercurio
- ☐ D sono in equilibrio termico se il livello che si legge nel termoscopio è proporzionale alla loro massa
- ☐ E non possono essere in equilibrio termico perché hanno massa diversa

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, ripetizione 2007)

Due qualunque corpi sono in equilibrio termico se hanno la stessa temperatura, quindi se, messi a contatto con lo stesso termoscopio, provocano la stessa dilatazione del mercurio.

🔍 Esaminiamo i distrattori. Potevi escludere le risposte A e B, che implicherebbero una definizione soggettiva e non oggettiva di equilibrio termico. La risposta D è errata: due corpi in equilibrio termico hanno la stessa temperatura, a prescindere dalla loro massa. Analogamente, anche la risposta E è errata: due corpi di massa differente possono avere la stessa temperatura (pensa per esempio a una penna e a un libro in una stessa stanza).

★ **4** Nel Sistema Internazionale la temperatura si misura in:

- ☐ A gradi Fahrenheit
- ☐ B gradi Celsius
- ☐ C kelvin
- ☐ D calorie
- ☐ E indifferentemente in Celsius e in kelvin

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2001)

Nel SI la temperatura si misura in kelvin.

★ **5** Quali di queste grandezze non è misurabile in joule nel Sistema Internazionale SI?

- ☐ A temperatura assoluta
- ☐ B calore
- ☐ C lavoro
- ☐ D energia potenziale gravitazionale
- ☐ E energia cinetica

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 65, 1999)

Il joule è l'unità di misura di un'energia (quindi di lavoro, calore, energia potenziale e energia cinetica). Invece la temperatura si misura in kelvin.

🔍 Anche senza conoscere nulla di fisica, potevi escludere le risposte D e E: potevi intuire infatti che le energie potenziale gravitazionale e cinetica si misurano con la stessa unità di misura, essendo entrambe una forma di energia.

★ **6** Che cosa è il calore?

- ☐ A l'energia potenziale gravitazionale del corpo
- ☐ B una forma di energia
- ☐ C una proprietà caratteristica di ogni corpo, che dipende solo dal volume del corpo

- ☐ D l'energia interna del corpo
- ☐ E una proprietà caratteristica di ogni corpo, che è inversamente proporzionale alla temperatura

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 49, 1999)

🔍 Esaminiamo i distrattori uno per uno. La risposta A e la D sono errate: il calore, pur essendo una forma di energia, non coincide né con l'energia potenziale gravitazionale di un corpo, né con l'energia interna di un corpo. La risposta C è da scartare perché il calore non dipende solo dal volume del corpo e, analogamente, è da escludere anche la risposta E: il calore non è inversamente proporzionale alla temperatura.

★ **7** La propagazione del calore per conduzione è legata:

- ☐ A a una differenza di concentrazione
- ☐ B alla circolazione di un liquido
- ☐ C a una differenza di pressione
- ☐ D a una differenza di temperatura
- ☐ E a una differenza di calore

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 62, 1999)

La propagazione di calore per conduzione è espressa dalla legge  $Q = \lambda S \frac{\Delta T}{d} \cdot \Delta t$  (con  $\lambda$  = coefficiente di conducibilità termica del materiale,  $S$  = sezione del materiale,  $d$  = spessore del materiale,  $\Delta t$  = intervallo di tempo,  $\Delta T$  = differenza di temperatura). Dalla formula si ricava pertanto che la propagazione di calore per conduzione è legata alla differenza di temperatura.

🔍 Conoscendo la legge che regola la propagazione di calore per conduzione potevi escludere le risposte A, C ed E: non vi compaiono, rispettivamente, né la concentrazione, né la differenza di pressione, né la differenza di calore. La risposta B si poteva scartare ricordando che la conduzione del calore avviene principalmente per i solidi e non per i liquidi.

★ **8** In una giornata primaverile, ci sentiamo a nostro agio con una temperatura dell'aria di 20 °C. Se ci immergiamo completamente in acqua a 20 °C, invece, sentiamo freddo. Relativamente alla situazione descritta, quale è la spiegazione più plausibile?

- ☐ A L'aria prossima alla pelle, al contrario dell'acqua, assorbe il calore che emettiamo come radiazione infrarossa, trattenendolo vicino alla pelle.
- ☐ B È una sensazione a livello percettivo, senza un reale fondamento fisico.

- ☐ C La conduzione ha un ruolo importante nel passaggio di energia dal corpo all'esterno e la conducibilità termica dell'acqua è molto più grande di quella dell'aria.
- ☐ D L'acqua in contatto con la pelle evapora, sottraendoci calore.
- ☐ E Il meccanismo con cui il nostro corpo cede calore all'esterno è di tipo convettivo, ed è più efficace nell'acqua.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 79, 2011)

La conduzione ha un ruolo importante nel passaggio di energia dal corpo all'esterno. Le legge di conduzione è espressa dalla legge  $Q = \lambda S \frac{\Delta T}{d} \cdot \Delta t$ . Il coefficiente di conducibilità termica dell'acqua  $\lambda$  è molto più grande di quello dell'aria. Tutti gli altri parametri indicati nell'esercizio rimangono costanti per l'aria e per l'acqua.

★ **9** Quante calorie (cal) occorrono per portare 80 L di acqua da 20 °C a 80 °C?

- ☐ A 1,5 kcal
- ☐ B 6400 cal
- ☐ C 3200 kcal
- ☐ D 4800 kcal
- ☐ E 1600 cal

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2001)

Devi usare la legge  $Q = mc\Delta T$ . Ricorda che il calore specifico dell'acqua è 1 cal / (g · °C) oppure 4186 J/(kg · K). In questo caso conviene usare  $c = 1$  cal / (g · °C). Ricorda inoltre che 80 L d'acqua hanno massa di 80 kg. Quindi:

$$Q = 80\,000 \text{ g} \cdot 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 60 ^\circ\text{C} = 4\,800\,000 \text{ cal} = 4800 \text{ kcal}$$

★ **10** A causa del metabolismo umano, un adulto di media statura che entri in una stanza adiabatica, cioè isolata come un calorimetro, equivale mediamente a una stufetta da 80 W (se resta a riposo, come ipotizziamo). Dopo una permanenza di 4186 s:

- ☐ A la temperatura dell'adulto sarà scesa di 80/4,18 gradi centigradi
- ☐ B saranno state prodotte 80 kcal
- ☐ C saranno state prodotte 80/4186 kcal
- ☐ D la temperatura dell'aria sarà salita di 8 gradi centigradi
- ☐ E saranno state prodotte 80 kJ di calore

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 69, 2004)

## Temperatura e calore

Ricordando che la potenza è un'energia diviso un tempo,  $P = \frac{E}{\Delta t}$ , si ottiene  $E = P\Delta t = 80 \text{ W} \cdot 4186 \text{ s} = 80 \cdot 4186 \text{ J} = 80 \text{ kcal}$ , dalla relazione  $4186 \text{ J} = 1 \text{ kcal}$ .

★ **11** Due corpi di ugual massa, di ugual temperatura, ma caratterizzati da calori specifici molto diversi, vengono messi a contatto. Che cosa avviene?

- ☐ A Il calore passa dal corpo di calore specifico maggiore a quello caratterizzato da calore specifico minore.
- ☐ B La temperatura del corpo avente calore specifico maggiore diminuisce mentre aumenta quella dell'altro corpo.
- ☐ C I due corpi non si scambiano calore.
- ☐ D La temperatura del corpo avente calore specifico maggiore aumenta mentre diminuisce quella dell'altro corpo.
- ☐ E Il calore passa dal corpo di calore specifico minore a quello caratterizzato da calore specifico maggiore.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 46, 2000)

Se due corpi hanno la stessa temperatura, non si scambiano calore, a prescindere dalla massa e dal calore specifico.

🔍 Esaminiamo i distrattori. Le risposte A e E sono errate: il calore passa da un corpo a un altro se i corpi hanno temperatura differente. Anche le risposte B e D sono da escludere: se i corpi hanno già la stessa temperatura, rimarranno alla stessa temperatura anche quando vengono messi a contatto.

★ **12** Il calore specifico dell'acqua è circa 5 volte quello di un metallo M. Quindi:

- ☐ A la temperatura di fusione di M è 5 volte più alta di quella dell'acqua
- ☐ B per scaldare di  $1^\circ\text{C}$  1 kg di M occorrono 0,2 kcal
- ☐ C il peso specifico di M è 5 volte quello dell'acqua
- ☐ D la capacità termica di 5 kg di acqua uguaglia quella di 1 kg di M
- ☐ E per scaldare di  $1^\circ\text{C}$  1 L d'acqua occorrono 0,2 kcal

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, 2003)

Abbiamo visto che per scaldare 1 kg di acqua di  $1^\circ\text{C}$  occorre una quantità di calore che si trova applicando la formula  $Q = mc\Delta T$ . Sostituendo:

$$Q = mc\Delta T = 1000 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 1^\circ\text{C} = 1000 \text{ cal} = 1 \text{ kcal}$$

Se il metallo ha un calore specifico pari a  $1/5$  di quello dell'acqua significa che per scaldare di  $1^\circ\text{C}$  1 kg di M occorrono 0,2 kcal (ovvero  $1/5$  della quantità di calore che serve all'acqua).

🔍 Esaminiamo uno per uno i distrattori. Le risposte A è errata: la temperatura di fusione non è proporzionale al calore specifico. Analogamente, escludiamo la risposta C: il peso specifico non è proporzionale al calore specifico. Le risposte D è errata: la capacità termica C di 5 kg d'acqua è pari a 25 volte quella di 1 kg di M (basta ricordare che  $C = cm$ ). Infine, è da scartare anche la risposta E: per scaldare 1 L (ovvero 1 kg) di acqua di  $1^\circ\text{C}$  occorre 1 kcal.

★ **13** Due kilogrammi d'acqua alla temperatura di  $80^\circ\text{C}$  vengono introdotti in un calorimetro contenente un kilogrammo di acqua a  $20^\circ\text{C}$ . La temperatura di equilibrio raggiunta dopo un certo tempo nel calorimetro è:

- ☐ A  $60^\circ\text{C}$
- ☐ B  $50^\circ\text{C}$
- ☐ C  $33^\circ\text{C}$
- ☐ D  $30^\circ\text{C}$
- ☐ E Non vi sono dati sufficienti per rispondere.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 67, 1997)

Avendo più masse d'acqua (e pertanto della stessa sostanza), per conoscere la temperatura finale sarebbe sufficiente fare una media pesata che tiene conto delle masse differenti:  $\frac{80 + 80 + 20}{3} ^\circ\text{C} = 60^\circ\text{C}$ .

In alternativa, puoi usare la legge della temperatura di equilibrio per corpi con stesso calore specifico:

$$T_{eq} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 60^\circ\text{C}$$

🔍 Molti distrattori si possono escludere senza fare calcoli: se le masse d'acqua fossero uguali, la temperatura di equilibrio sarebbe la media aritmetica:  $50^\circ\text{C}$ . Essendo la massa a  $80^\circ\text{C}$  doppia di quella a  $20^\circ\text{C}$ , la temperatura di equilibrio deve essere superiore a  $50^\circ\text{C}$ . Puoi dunque escludere le risposte C, D, E.

★ **14** Mescolando 1 kg di acqua avente una temperatura pari a  $80^\circ\text{C}$  con una eguale massa di acqua a  $20^\circ\text{C}$ , quale temperatura assumerà la miscela (supponendo che il calore specifico non dipenda dalla temperatura stessa)?

- ☐ A  $(80 \cdot 20)/(80 - 20) = 26,67^\circ\text{C}$
- ☐ B  $(80 + 20)/2 = 50^\circ\text{C}$
- ☐ C  $(80 - 20) = 60^\circ\text{C}$
- ☐ D  $(80 - 20)^{1/2} = 40^\circ\text{C}$
- ☐ E Per rispondere bisogna conoscere il valore di tale calore specifico.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 65, 1997)

In questo quesito è sufficiente fare la media aritmetica di 80 °C e 20 °C, ovvero 50 °C. Fai molta attenzione: la temperatura di equilibrio è equivalente alla media delle temperature perché le sostanze hanno lo stesso calore specifico (due masse di acqua) e la stessa massa (1 kg). Inoltre, la temperatura di equilibrio sarebbe coincisa con la media delle temperature anche se le sostanze avessero avuto stessa capacità termica.

🔍 Le risposte C e D sono matematicamente e fisicamente infondate: a che cosa ti serve la differenza delle temperature? O la radice quadrata della differenza?

★ **15** Il calore specifico di un corpo:

- ☐ A nel Sistema Internazionale, è la quantità di calore impiegata per portare a 100 °C (partendo da 0 °C) 1 g della massa del corpo
- ☐ B è il rapporto tra capacità termica e massa del corpo
- ☐ C è la quantità di calore necessaria a innalzare la temperatura del corpo di 1 °C
- ☐ D è il prodotto tra la quantità di calore impiegata per cambiare la temperatura e la differenza di temperatura
- ☐ E è il rapporto tra la quantità di calore impiegata per cambiare la temperatura del corpo e la differenza di temperatura

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 44, 2000)

Poiché  $C = mc$  (con  $C$  = capacità termica,  $m$  = massa,  $c$  = calore specifico), si ricava il calore specifico come il rapporto tra la capacità termica e la massa del corpo ( $c = \frac{C}{m}$ ).

★ **16** Fornisco una quantità di calore  $Q$  a un corpo di massa  $M$  e ne provo un aumento di temperatura  $\Delta T$ . La capacità termica del corpo è data da:

- ☐ A  $Q/\Delta T$
- ☐ B  $\Delta T \cdot Q/M$
- ☐ C  $Q \cdot \Delta T \cdot M$
- ☐ D  $Q \cdot M/\Delta T$
- ☐ E  $M/\Delta T$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 45, 2000)

Dalla legge  $Q = C\Delta T$  (con  $C$  = capacità termica,  $\Delta T$  = differenza di temperatura), si ricava  $C = \frac{Q}{\Delta T}$ .

★ **17** A due corpi, alla stessa temperatura, viene fornita la stessa quantità di calore. Al termine del riscaldamento i due corpi avranno ancora pari temperatura se:

- ☐ A entrambi si trovano nel vuoto
- ☐ B hanno lo stesso volume e lo stesso calore specifico

- ☐ C hanno lo stesso calore specifico e la stessa massa
- ☐ D il calore è stato fornito ad essi allo stesso modo
- ☐ E hanno la stessa massa e lo stesso volume

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 66, 1997)

Dalla legge  $Q = mc\Delta T$ , si evince che se due corpi hanno la stessa temperatura e viene loro somministrata la stessa quantità di calore  $Q$ , arriveranno alla stessa temperatura se il prodotto di massa e calore specifico è lo stesso.

★ **18** Uno sperimentatore scalda un corpo di massa  $m$  con la fiamma: la temperatura iniziale è  $t_i$ , quella finale è  $t_f$ , il calore fornito  $\Delta Q$ , il calore specifico e la capacità termica del corpo sono  $c$  e  $k$ . Di conseguenza sarà:

- ☐ A  $\Delta Q = k \cdot (t_f - t_i) \cdot m$
- ☐ B  $t_f - t_i = \Delta Q / (c \cdot m)$
- ☐ C  $\Delta Q \cdot c \cdot m \cdot (t_f - t_i) = 0$
- ☐ D  $\Delta Q = k \cdot (t_f - t_i) / m$
- ☐ E  $t_f - t_i = \Delta Q \cdot k$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 68, 2004)

Dalla legge  $Q = mc\Delta T$ , (con  $m$  = massa,  $c$  = calore specifico,  $\Delta T$  = differenza di temperatura), ricavi  $\Delta T$  e sostituisci:  $\Delta T = t_f - t_i = \frac{\Delta Q}{c \cdot m}$ .

★ **19** Se mescoliamo tra loro in un recipiente adiabatico due masse di acqua, rispettivamente  $m_1$  alla temperatura  $t_1$  e  $m_2$  alla temperatura  $t_2$ , la temperatura di equilibrio  $t_f$  sarà:

- ☐ A  $t_f = (m_1 t_1 - m_2 t_2) / 2 (m_1 + m_2)$
- ☐ B  $t_f = (m_1 t_1 + m_2 t_2) / (m_1 + m_2)$
- ☐ C  $t_f = (m_1 t_1 + m_2 t_2) / 2 (m_1 + m_2)$
- ☐ D  $t_f = (m_1 t_1 + m_2 t_2) / 2$
- ☐ E  $t_f = (m_1 t_1 - m_2 t_2) / 2$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 58, 1998)

La temperatura di equilibrio diventa

$T_{eq} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$ , per corpi con lo stesso calore specifico.

🔍 Potevi escludere subito le risposte D ed E perché dimensionalmente errate (rappresentano una massa per una temperatura).

19 B	18 B	17 C	16 A	15 B
14 B	13 A	12 B	11 C	10 B
9 D	8 C	7 D	6 B	5 A
4 C	3 C	2 B	1 C	

Soluzioni:

- ★ **1** Nel Sistema Internazionale SI, l'unità di misura del calore latente di fusione è:

- ☐ A kcal · (°C)                      ☐ D kcal/(°C)  
☐ B J/kg                                ☐ E kcal/m<sup>2</sup>  
☐ C kJ

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 63, 1999)

Dalla legge dei passaggi di stato,  $\Delta E = \lambda_f m$  (con  $m$  = massa,  $\lambda_f$  = calore latente di fusione) ricavi che il calore latente di fusione è  $\lambda_f = \frac{E}{m}$  e quindi nel SI le sue unità di misura sono J/kg.

- ★ **2** Quando l'acqua pura bolle a pressione costante, con il passare del tempo, la sua temperatura:

- ☐ A dipende dal volume del liquido  
☐ B va sempre diminuendo  
☐ C è uguale a quella dell'ambiente esterno  
☐ D si mantiene costante  
☐ E va sempre aumentando

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, 1997)

Nel corso di un passaggio di stato, la temperatura rimane costante. Ricorda la curva della temperatura in funzione del tempo per i passaggi di stato.

- 🔍 La risposta A è errata: la temperatura non dipende dal volume del liquido. L'acqua, a pressione atmosferica, bolle sempre a 100 °C, qualunque sia il suo volume. Puoi escludere la risposta C basandoti sull'esperienza quotidiana: se l'acqua, a pressione atmosferica, bolle a 100 °C, vorrebbe dire che in cucina quando cuociamo la pasta abbiamo 100 °C, il che come sai non si verifica. Le risposte B ed E sono da scartare perché la temperatura non diminuisce e non aumenta nel corso di un passaggio di stato.

- ★ **3** Se la temperatura di un corpo è minore di quella dell'ambiente circostante, come si può cedere calore dal corpo all'ambiente?

- ☐ A solo per irraggiamento  
☐ B per evaporazione nell'ambiente di liquidi presenti sulla superficie del corpo  
☐ C per irraggiamento e conduzione  
☐ D solo per conduzione  
☐ E in nessuno dei modi precedenti

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 48, 1999)

Per cedere calore da un corpo all'ambiente, si potrebbero far evaporare nell'ambiente i liquidi presenti sulla superficie del corpo. Tale processo richiede infatti energia per il passaggio di stato dal liquido all'aeriforme; l'energia viene sottratta dalla superficie del corpo e quindi si può cedere calore dal corpo all'ambiente.

- 🔍 L'evaporazione del sudore è un ottimo modo che abbiamo per diminuire la nostra temperatura corporea.

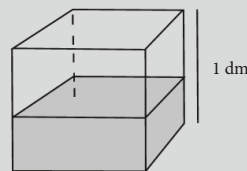
- ★ **4** Un recipiente a forma cubica di lato 1 dm è riempito per metà del suo volume di acqua. Le condizioni esterne sono tali da produrre un'evaporazione dell'acqua di 1 g/ora. Dopo dieci ore il livello dell'acqua:

- ☐ A è rimasto costante                      ☐ D è salito di 1 mm  
☐ B è sceso di 1 mm                            ☐ E è ridotto a zero  
☐ C è sceso di 10 mm

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 63, 2005)

Ricorda che 1 dm<sup>3</sup> = 1 L e la massa di 1 L d'acqua è pari a 1 kg. Dopo 10 ore saranno evaporati 10 g, ovvero 0,01 kg e di conseguenza 0,01 L = 0,01 dm<sup>3</sup>.

Quindi il livello d'acqua nel cubo è sceso di un centesimo di decimetro (ovvero 1 mm).



- 🔍 Esaminiamo i distrattori uno per uno. Poiché l'acqua evapora, ti puoi aspettare che il livello diminuisca: puoi subito eliminare le risposte A (il livello non rimane costante) e D (il livello non può aumentare). Puoi verificare con il calcolo che perché il livello scenda di 10 mm (risposta B) sarebbero necessarie 100 ore, perché invece scenda fino a zero (risposta E) ne servirebbero 1000.

- ★ **5** Quando l'acqua si trasforma in ghiaccio a pressione atmosferica:

- ☐ A viene assorbito calore dall'ambiente  
☐ B aumenta la temperatura del miscuglio acqua-ghiaccio  
☐ C si ha una contrazione di volume  
☐ D sviluppa calore cedendolo all'ambiente  
☐ E diminuisce la temperatura del miscuglio acqua-ghiaccio

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 63, 1998)

Quando l'acqua si trasforma in ghiaccio, cede calore all'ambiente.

🔍 La risposta A è errata: se l'acqua assorbisse calore dall'ambiente, aumenterebbe la sua temperatura. Puoi escludere le risposte B ed E sapendo che durante i passaggi di stato la temperatura rimane costante. La risposta C è errata, perché l'acqua quando diventa ghiaccio aumenta il suo volume.

**6** Il calore di fusione del ghiaccio è 80 kcal/kg. Se introduciamo in un termos 100 g di ghiaccio a 0 °C e 100 g di acqua a 60 °C, la temperatura di equilibrio del sistema sarà:

- A** 30 °C                                      **D** -20 °C  
**B** 20 °C                                      **E** 50 °C  
**C** 0 °C

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 1998)

Per risolvere l'esercizio, è necessario applicare la legge dei passaggi di stato:  $Q = \lambda_f m$ .

🔍 Dalla legge dei passaggi di stato,  $Q = \lambda_f m$  e dai dati a disposizione, puoi ricavare che il calore necessario per fondere 100 g di ghiaccio è  $Q_1 = \lambda_f m = 80 \text{ kcal/kg} \cdot 0,1 \text{ kg} = 8 \text{ kcal}$ . Ricorda che il calore specifico dell'acqua è  $1 \text{ cal/(g} \cdot ^\circ\text{C)}$  e quindi per portare i 100 g di acqua da 60 °C a 0 °C è necessario che l'acqua ceda una quantità di calore pari a:

$$Q_2 = mc \cdot T = 100 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 60 ^\circ\text{C} = 6000 \text{ cal} = 6 \text{ kcal}.$$

Essendo  $Q_1 > Q_2$ , il ghiaccio non riceve calore sufficiente per essere sciolto completamente. Mentre il ghiaccio si scioglie (come in tutti i passaggi di stato), la temperatura rimane costante, a 0 °C. La temperatura di equilibrio del sistema sarà quindi di 0 °C.

**7** Quale delle seguenti grandezze si può misurare in kcal/kg?

- A** variazione di entropia  
**B** equivalente meccanico della caloria  
**C** capacità termica  
**D** calore specifico  
**E** calore latente di fusione

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 48, 1998)

Il calore latente di fusione è un'energia diviso una massa:  $\lambda_f = \frac{Q}{m}$  (con  $m$  = massa,  $\lambda_f$  = calore latente di fusione).  
 Si può quindi misurare in kcal/kg.

🔍 La risposta A è errata: la variazione di entropia è un calore diviso una temperatura.  
 La risposta B è errata: l'equivalente meccanico del calore è noto, ed è pari a 4,186 J/cal.  
 La risposta C è errata: la capacità termica è un calore diviso una temperatura.  
 La risposta D è errata: il calore specifico è un calore diviso il prodotto di una massa e di una temperatura.

**8** La temperatura di ebollizione di un liquido a una data pressione:

- A** dipende sia dal tipo di liquido che dalla quantità di calore assorbito  
**B** dipende dalla massa del liquido  
**C** dipende esclusivamente dal tipo di liquido che si considera  
**D** dipende dalla superficie libera del liquido  
**E** dipende dalla quantità di calore assorbito

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 64, 1998)

La temperatura di ebollizione di un liquido a una data pressione dipende solo dal tipo di liquido. L'acqua, alla pressione atmosferica, bolle sempre a 100 °C.

**9** Per quali delle seguenti ragioni nelle pentole a pressione domestiche il cibo si cuoce prima che nelle pentole tradizionali?

- A** Al crescere della pressione aumenta la temperatura di ebollizione e quindi la velocità delle reazioni chimiche.  
**B** L'evaporazione è ridotta.  
**C** L'aumento della pressione frantuma le cellule.  
**D** Al crescere della pressione diminuisce la temperatura di ebollizione e quindi questa viene raggiunta prima.  
**E** Al crescere della pressione diminuisce la temperatura di ebollizione e quindi diminuisce la velocità delle reazioni chimiche.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 1997)

L'acqua in un recipiente posto su una sorgente di calore bolle quando la sua tensione del suo vapore uguaglia la pressione esterna. Quindi, in una pentola a pressione, il cibo si cuoce prima perché quando si aumenta la pressione esterna, l'acqua bolle a una temperatura superiore a 100 °C.

**10** Le molecole che evaporano da una tazza d'acqua a 80 °C, sono quelle che:

- A** pesano di più  
**B** hanno maggiore velocità  
**C** si sono ionizzate per riscaldamento  
**D** hanno minore velocità  
**E** risultano più leggere

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 2008)

Sono le molecole con maggiore velocità e quindi maggiore energia cinetica.

🔍 Le risposte A, C ed E sono dei distrattori: per l'evaporazione, il peso e la ionizzazione non sono influenti.  
 La risposta D è errata: le molecole con velocità bassa non evaporano.

## Temperatura e calore

★  
11

Rispetto a una comune pentola chiusa, una pentola a pressione permette di cuocere i cibi in minor tempo principalmente perché:

- ☐ A l'elevata pressione fa sì che il vapor acqueo penetri più in profondità nei cibi
- ☐ B il coperchio sigillato evita la dispersione di calore
- ☐ C l'elevato spessore del fondo della pentola consente una migliore distribuzione del calore
- ☐ D la temperatura di ebollizione dell'acqua è superiore a quella che si avrebbe in una comune pentola
- ☐ E la mancata dispersione dell'acqua permette di cuocere i cibi senza bruciarli

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 77, 2012)

Ricorda che la temperatura di ebollizione aumenta all'aumentare della pressione. Nella pentola a pressione, la pressione è maggiore rispetto a una comune pentola chiusa.

12

Un blocco di ghiaccio della massa di 0,5 kg alla temperatura di 0 °C viene trasformato a pressione atmosferica in acqua alla temperatura finale di +10 °C. Il blocco richiede un dispendio energetico di 188 kJ per apportare tale trasformazione. Calcolare il calore latente specifico di fusione del ghiaccio. [capacità termica specifica espressa in kJ / (kg · K): ghiaccio 2,12; acqua 4,18]

- ☐ A 167                      ☐ C 376                      ☐ E 372
- ☐ B 334                      ☐ D 355

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 60, 2013)

Sia  $x$  il calore latente di fusione del ghiaccio. Si hanno due processi:

- 1) processo di fusione del ghiaccio in acqua, che segue la legge  $E_1 = m \cdot x$
- 2) processo di riscaldamento dell'acqua da 0 °C a 10 °C, che segue la legge  $E_2 = m \cdot c \cdot \Delta T$

Con  $E_1 + E_2 = 188 \text{ kJ}$ .

Risolviendo l'equazione

$$0,5 \text{ kg} \cdot x + 0,5 \text{ kg} \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{(\text{kg} \cdot \text{K})} \cdot 10 \text{ K} = 188 \text{ kJ},$$

si ottiene la risposta esatta.

1 B 2 D 3 B 4 B 5 D 6 C 7 E  
8 C 9 A 10 B 11 D 12 B

Soluzioni:

★ **1** La differenza tra gas e vapore consiste nel fatto che il vapore:

- ☐ A può essere liquefatto per compressione isoterma
- ☐ B non è un aeriforme
- ☐ C è bianco, il gas è trasparente
- ☐ D conduce la corrente meglio del gas
- ☐ E è meno denso del gas

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 68, 1997)

Il vapore può diventare liquido per compressione isoterma.

★ **2** Una sostanza aeriforme si comporta come un gas perfetto se:

- ☐ A ha massa molare inferiore a 40 g/mol
- ☐ B obbedisce alla legge (pressione) · (volume) = costante
- ☐ C obbedisce alla legge di Van der Waals
- ☐ D si trova al di sotto della isoterma critica
- ☐ E si trova ad alte pressioni e basse temperature

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 67, 2004)

La relazione  $p \cdot V = k$  è espressione della legge di Boyle, una delle leggi dei gas perfetti.

★ **3** Se indichiamo con  $M$  la massa molare di un gas perfetto, con  $V_0$  il volume occupato in condizioni standard da una mole, con  $N_A$  il numero di Avogadro, qual è la giusta proposizione?

- ☐ A Il volume molare è  $V_0/N_A$ .
- ☐ B Il numero di molecole presenti in  $1 \text{ m}^3$  è  $N_A$ .
- ☐ C La densità assoluta del gas è  $M/V_0$ .
- ☐ D La densità assoluta del gas è  $V_0/N_A$ .
- ☐ E Il numero di molecole presenti in  $V_0$  è  $M \cdot N_A$ .

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e Odontoiatria, quesito 68, 2004)

Ricorda che la densità di un corpo è la sua massa diviso il suo volume. La densità assoluta del gas è  $M/V_0$ , ovvero la massa molare divisa per il volume occupato in condizioni standard da una mole.

🔍 Esaminiamo i distrattori. La risposta A è errata: il volume molare nell'esercizio è per definizione  $V_0$ . La risposta B è da scartare per la definizione di numero di Avogadro:  $N_A$  è il numero di molecole contenute in una mole di sostanza. Le risposte D ed E sono

entrambe errate per motivi dimensionali: l'opzione D esprime un volume e non una densità; in E invece il prodotto  $M \cdot N_A$  rappresenta una massa e non un numero di molecole.

★ **4** Una mole di  $^4\text{He}$  a temperatura  $0^\circ\text{C}$  e pressione 1 atm ( $N =$  numero di Avogadro):

- ☐ A ha  $N$  atomi
- ☐ B occupa  $22,4 \text{ m}^3$
- ☐ C occupa  $1 \text{ m}^3$
- ☐ D ha  $4N$  protoni
- ☐ E ha  $4N$  atomi

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 1997)

Il numero di Avogadro è per definizione il numero di particelle (ovvero atomi, molecole o ioni) contenute in una mole. Quindi una mole di qualunque sostanza ha un numero di Avogadro (nel quesito,  $N$ ) di atomi.

★ **5** In un contenitore c'è una millimole di He (il gas nobile elio), temperatura e pressione sono standard e indichiamo con  $N_A$  il numero di Avogadro, quindi certamente ...:

- ☐ A la pressione è  $0,001 \text{ atm}$
- ☐ B il numero di molecole è  $1000 \cdot N_A$
- ☐ C il numero di molecole è  $N_A/1000$
- ☐ D la temperatura è  $0 \text{ kelvin}$
- ☐ E la pressione è  $1000 \text{ atm}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 68, 2003)

Dalla definizione di numero di Avogadro  $N_A$  possiamo concludere che una millimole di qualunque sostanza contiene  $N_A/1000$  molecole.

🔍 Sapendo che la pressione standard è pari a 1 atm, potevi escludere subito le risposte A ed E. La risposta B è errata: 1000 moli hanno 1000  $N_A$  molecole. La risposta D è assurda: non si può raggiungere il valore di 0 K.

★ **6** Una data quantità di gas perfetto, contenuto in un recipiente a pareti rigide, viene riscaldata dalla temperatura di  $27^\circ\text{C}$  a quella di  $127^\circ\text{C}$ . La sua pressione è aumentata di un fattore:

- ☐ A  $3/2$
- ☐ B 2
- ☐ C 100
- ☐ D  $4/3$
- ☐ E 10


(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 71, 1998)

## Le leggi dei gas

La trasformazione è isocora ovvero a volume costante (si specifica che il recipiente è a pareti rigide).

Per la seconda legge di Gay-Lussac si ha  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1}$  (con  $p$  = pressione,  $T$  = temperatura assoluta).

La temperatura è passata da 300 K (27 °C) a 400 K (127 °C) e quindi  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{4}{3}$ . Quindi anche  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{4}{3}$


 Ricorda di trasformare la temperatura in kelvin!

★ **7** Un cilindro contiene gas perfetto mantenuto a temperatura costante  $T$ . Se il suo volume viene ridotto lentamente fino a raggiungere la metà del valore iniziale:

- ☐ A la temperatura interna diminuisce
- ☐ B la pressione esercitata dal gas si raddoppia
- ☐ C la temperatura interna aumenta
- ☐ D la pressione esercitata dal gas resta costante
- ☐ E anche la pressione esercitata dal gas si dimezza

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 69, 2007)

La trasformazione è a temperatura costante: per la legge di Boyle, si ha che pressione e volume sono inversamente proporzionali.

 Nel testo del quesito è specificato che la temperatura è mantenuta costante: puoi quindi eliminare subito le risposte A e C. Puoi escludere anche la risposta D proprio considerando che è la temperatura a rimanere costante, non la pressione. La risposta E è errata: pressione e volume sono inversamente proporzionali e pertanto la pressione si dimezzerebbe se il volume raddoppiasse.

●●● **8** Secondo l'equazione di stato dei gas perfetti (dove appaiono  $V, p, T, R, n$ ):

- ☐ A  $R$  e  $n$  sono variabili mentre  $V, p, T$  sono parametri
- ☐ B  $R$  è adimensionale
- ☐ C volume, pressione, temperatura possono variare liberamente
- ☐ D  $R$  è parametro mentre  $n$  è costante fisica
- ☐ E i valori di volume, pressione, temperatura sono vincolati su una superficie nello spazio delle variabili elencate

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 67, 2004)

L'equazione di stato dei gas perfetti è  $pV = nRT$ . Le variabili termodinamiche sono tre: pressione, volume e temperatura. Dalla legge dei gas perfetti è possibile ricavare una variabile in funzione delle altre due: questo rappresenta una superficie nello spazio.

★ **9** Una data quantità di gas perfetto, a partire da uno stato di equilibrio, subisce una trasformazione sino a raggiungere-

re un nuovo stato di equilibrio in cui sia il volume che la temperatura sono il doppio di quelle iniziali. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- ☐ A Dato che il volume del gas è aumentato, la pressione finale è diminuita, ma sono necessari ulteriori dati sulla trasformazione per quantificare la diminuzione.
- ☐ B Dato che il volume è raddoppiato, la pressione finale è la metà di quella iniziale.
- ☐ C Dato che la temperatura del gas è aumentata, la pressione finale è aumentata, ma sono necessari ulteriori dati sulla trasformazione per quantificare l'aumento.
- ☐ D Nessuna delle altre affermazioni è corretta.
- ☐ E Dato che la temperatura del gas è raddoppiata, la pressione finale è il doppio di quella iniziale.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 2010)

Ricorda la legge dei gas perfetti,  $pV = nRT$ .

★ **10** Una certa quantità di gas perfetto subisce, a partire da uno stato di equilibrio, una trasformazione irreversibile generica, sino a un nuovo stato di equilibrio, caratterizzato da un volume doppio rispetto a quello iniziale e da una pressione pari a metà di quella iniziale. Cosa possiamo dire della temperatura nello stato di equilibrio finale?

- ☐ A Non possiamo dire nulla, perché la trasformazione è irreversibile.
- ☐ B Dato che il sistema si è espanso, la temperatura finale è sicuramente inferiore a quella iniziale.
- ☐ C Dato che la temperatura è un parametro di stato e vale la legge dei gas perfetti, la temperatura finale è uguale a quella iniziale.
- ☐ D Sarebbe necessario specificare meglio come avviene la trasformazione, uscendo dalla genericità.
- ☐ E Dato che abbiamo una generica trasformazione irreversibile, la temperatura finale è maggiore di quella iniziale.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2012)

Dall'equazione  $pV = nRT$  puoi ricavare che se si raddoppia  $V$  e si dimezza  $p$ , la temperatura finale è uguale a quella iniziale.

●●● **11** A partire da uno stato di equilibrio, una data quantità di gas perfetto compie una serie di trasformazioni, alcune anche irreversibili, sino a raggiungere un nuovo stato di equilibrio, ma senza mai scambiare calore con l'esterno. Si osserva che il volume finale è maggiore del volume iniziale. Quale delle seguenti deduzioni è corretta?

- ☐ A Non avendo scambiato calore, la temperatura finale è sicuramente uguale a quella iniziale.

- B** La temperatura finale è sicuramente maggiore di quella iniziale, visto che abbiamo anche trasformazioni irreversibili.
- C** Non è possibile determinare univocamente i valori finali di temperatura e pressione.
- D** Non avendo scambiato calore ma avendo anche trasformazioni irreversibili, la temperatura finale sarà sicuramente maggiore o uguale a quella iniziale.
- E** La pressione finale è sicuramente uguale a quella iniziale.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 2011)

Applicando l'equazione di stato dei gas perfetti, se si conosce solo che il volume è aumentato, non è possibile stabilire in modo univoco i valori di temperatura e pressione.

**12** ●●● **Quand'è che volumi uguali di gas perfetti diversi possono contenere lo stesso numero di molecole?**

- A** quando hanno uguale temperatura e pressione diversa
- B** quando hanno uguale pressione e temperatura diversa
- C** sempre alla pressione di 1 bar
- D** quando hanno uguale pressione e uguale temperatura
- E** sempre alla temperatura di zero gradi Celsius

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 61, 1999)

Dall'equazione di stato dei gas perfetti ricaviamo che  $n = \frac{pV}{RT}$  e gas con lo stesso numero di moli, hanno lo stesso numero di molecole. Puoi pertanto concludere che volumi uguali di gas perfetti diversi possono contenere lo stesso numero di molecole se hanno uguale pressione e uguale temperatura.

★ **13** ●●● **Un gas perfetto è racchiuso in un cilindro e mantenuto a temperatura costante  $T$ . Se il suo volume viene fatto espandere lentamente fino a raggiungere il doppio del valore iniziale:**

- A** la temperatura interna aumenta
- B** la pressione esercitata dal gas resta costante
- C** la temperatura interna diminuisce
- D** la pressione esercitata dal gas si dimezza
- E** anche la pressione esercitata dal gas raddoppia

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 69, 2005)

Per la legge di Boyle, valida a temperatura costante,  $PV = \text{costante}$  (con  $P$  = pressione,  $V$  = volume). Se il volume raddoppia, la pressione si dimezza.

- 🔍 La risposta A è errata: è una trasformazione a  $T$  costante.
- La risposta B è errata: se  $T$  è costante e  $V$  varia, deve variare anche  $P$ .
- La risposta C è errata: è una trasformazione a  $T$  costante.
- La risposta E è errata: per la legge di Boyle,  $P$  e  $V$  non sono direttamente proporzionali.

★ **14** ●●● **Sappiamo che una mole di gas perfetto, in condizioni standard, occupa un volume di 22,4 L. Se lo lasciamo espandere isotermicamente fino a 44,8 L, allora:**

- A** la sua temperatura assoluta sarà il doppio di prima
- B** la sua pressione sarà 0,5 atm
- C** la sua pressione sarà pari a quella di prima
- D** la sua pressione sarà il doppio di prima
- E** la sua pressione sarà 101,325 Pa

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 68, 2003)

È sufficiente ricordare che per la legge di Boyle pressione e volume sono inversamente proporzionali e che in condizioni standard la pressione vale 1 atm.

★ **15** ●●● **Un contenitore chiuso è riempito di gas perfetto. In che relazione stanno la pressione e la temperatura del gas e il volume occupato?**

- A** Il prodotto di pressione e volume è proporzionale alla temperatura.
- B** La temperatura è proporzionale al rapporto tra pressione e volume.
- C** La pressione è proporzionale al prodotto di temperatura e volume.
- D** Il prodotto di pressione, temperatura e volume è una costante.
- E** Il volume è proporzionale al prodotto di pressione e temperatura.

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, 2009)

Per la legge dei gas perfetti,  $pV = nRT$  (con  $p$  = pressione,  $V$  = volume,  $n$  = numero di moli,  $R$  = costante dei gas perfetti,  $T$  = temperatura assoluta). Quindi il prodotto di pressione e volume è proporzionale alla temperatura.

★ **16** ●●● **Un recipiente con stantuffo contiene un gas mantenuto a temperatura costante. Considerando il gas perfetto e facendolo espandere lentamente fino a ottenere un volume doppio di quello iniziale, si ha che la pressione del gas:**

- A** raddoppia come il volume
- B** diventa un quarto di quello iniziale
- C** diventa la metà di quella iniziale

## Le leggi dei gas

- ☐ D rimane costante mentre il volume aumenta  
☐ E rimane costante perché il recipiente è chiuso

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 68, 2003)

Per la legge di Boyle, valida a temperatura costante,  $pV = \text{costante}$  (con  $p$  = pressione,  $V$  = volume). Se il volume raddoppia, la pressione si dimezza.

🔑 La risposta A è errata: per la legge di Boyle,  $p$  e  $V$  non sono direttamente proporzionali.

La risposta B è errata: per la legge di Boyle,  $p$  non è inversamente proporzionale al quadrato di  $V$ .

Le risposte D e E sono errate: se  $T$  è costante e  $V$  varia, deve variare anche  $p$ .

**17** Usando velocemente una pompa da bicicletta, si nota un aumento di temperatura della pompa. Ciò è dovuto:

- ☐ A a un processo di compressione quasi isoterma  
☐ B a cause diverse da quelle elencate  
☐ C a un processo di compressione quasi isovolumico  
☐ D a un processo di compressione quasi adiabatico  
☐ E all'attrito dello stantuffo

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 1998)

Usando velocemente una pompa da bicicletta, si ha una rapida compressione (in buona approssimazione) senza quasi nessuno scambio di calore con l'esterno. È quindi un processo di compressione quasi adiabatico.



**18** Una bollicina di gas si sposta verso l'alto dal fondo di un bicchiere di bibita frizzante termicamente in equilibrio. Cosa succede al gas della bollicina quando questa si sposta verso l'alto?

- ☐ A La pressione diminuisce ed il volume aumenta  
☐ B La pressione aumenta ed il volume diminuisce  
☐ C La temperatura e la pressione aumentano  
☐ D La temperatura ed il volume aumentano  
☐ E Il volume e la temperatura diminuiscono

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 60, 2013)

La pressione cresce linearmente con la profondità, quindi la bollicina, spostandosi verso l'alto, diminuisce la sua pressione. A temperatura costante, la pressione e il volume sono inversamente proporzionali. In conclusione, la pressione diminuisce e il volume aumenta.

🔑 Solo sapendo che la pressione aumenta con la profondità, potevi escludere le risposte B e C.

Soluzioni:

15 A	16 C	17 D	18 A
8 E	9 D	10 C	11 C
12 D	13 D	14 B	
1 A	2 B	3 C	4 A
5 C	6 D	7 B	

★ **1** Se una gragnuola di sassi viene lanciata in uno stagno colmo d'acqua, la temperatura dello stagno varia?

- A** No, perché i sassi non sono stati riscaldati.
- B** Sì, si abbassa perché i sassi non hanno la stessa densità dell'acqua.
- C** Sì, si alza, perché energia cinetica viene trasmessa alle molecole del liquido.
- D** Sì, si alza, perché il livello dell'acqua si alza.
- E** Sì, si abbassa perché la capacità termica del sistema è cambiata.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 66, 2005)

Ricorda che il calore è una forma di energia. In questo esempio, l'energia cinetica dei sassi viene trasformata in calore.

★ **2** Il primo principio della termodinamica descrive lo scambio di energie fra il sistema termodinamico e l'Universo esterno. Le grandezze coinvolte sono: la variazione  $\Delta U$  dell'energia interna  $U$ , il lavoro  $L$  fatto dal sistema (positivo se esce energia) e il calore  $Q$  scambiato (positivo se entra energia). Una sola affermazione è giusta.

- A**  $U + Q + L = 0$
- B**  $\Delta U = 0$  se la trasformazione è adiabatica
- C**  $Q = 0$  se la trasformazione è ciclica
- D**  $\Delta U = 0$  se la trasformazione è ciclica
- E**  $\Delta U = Q/L$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 69, 2004)

$U$  è una funzione di stato. Tutte le funzioni di stato hanno variazione nulla in una trasformazione ciclica.

★ **3** Il lavoro necessario per comprimere una mole di gas perfetto ben isolato termicamente:

- A** non dipende dal valore del volume finale a cui si giunge
- B** non può essere espresso in joule ma in pascal
- C** viene fornito dallo stesso gas
- D** è nullo perché non c'è scambio di calore con l'esterno
- E** non è mai nullo

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2008)

Il lavoro è dal punto di vista termodinamico  $W = p\Delta V$  (con  $W$  = lavoro,  $p$  = pressione,  $V$  = volume). Comprimendo una mole di gas perfetto, si ha  $\Delta V \neq 0$  (avviene una compressione) e quindi anche  $W$  non può essere nullo.

🔍 Puoi escludere facilmente alcuni distrattori. Per esempio, la risposta B è errata: il lavoro, essendo una forma di energia, si esprime in joule: il pascal è l'unità di misura della pressione. La risposta C si può escludere con il buon senso: in una compressione il lavoro viene effettuato dall'ambiente esterno.

★ **4** Quando si comprime un gas in un cilindro e si vuole allo stesso tempo mantenere costante la sua temperatura:

- A** siamo costretti a sottrarre calore al gas raffreddandolo
- B** siamo costretti a isolare termicamente il cilindro
- C** dobbiamo trasferire il minimo di energia possibile al gas
- D** dobbiamo fornire calore al gas riscaldandolo
- E** dobbiamo trasferire il massimo di energia possibile al gas

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2006)

Quando si comprime un gas in un cilindro, la temperatura del gas aumenta. Se vogliamo mantenere costante la temperatura, siamo costretti a sottrarre calore al gas raffreddandolo.

★ **5** Durante l'espansione adiabatica e reversibile di un gas perfetto, il lavoro compiuto dal sistema è uguale:

- A** alla variazione di entropia del gas
- B** alla diminuzione di energia cinetica elastica dello stesso gas
- C** alla diminuzione dell'energia potenziale intermolecolare
- D** alla variazione dell'energia cinetica totale delle molecole del gas
- E** alla quantità di calore assorbita dall'ambiente

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 62, 1998)

Nel caso di trasformazioni adiabatiche, il primo principio della termodinamica si esprime nella forma:  $\Delta U = -W$ . Ricorda inoltre che l'energia potenziale di un gas perfetto è nulla.

★ **6** Per calcolare il lavoro compiuto da un gas che si espande ad una pressione costante nota è sufficiente conoscere:

- A** la variazione di temperatura del gas
- B** la variazione di volume del gas
- C** la massa del gas
- D** la velocità di espansione del gas
- E** il volume iniziale del gas

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 1998)

## Il primo principio della termodinamica

Il lavoro in una trasformazione isobara (a pressione costante) è  $W = p\Delta V$ .

🔍 **Attenzione** alla risposta E: non è sufficiente conoscere il volume iniziale, perché nella formula compare la variazione di volume.

**7** Che cosa produce nella gomma per auto la pressione sufficiente per conservare la sua forma anche durante la corsa dell'auto?

- ☐ A la speciale miscela con cui sono costruite le gomme
- ☐ B l'aumento di volume delle molecole d'aria con la temperatura
- ☐ C l'urto delle molecole d'aria contro le pareti interne della gomma
- ☐ D lo spostamento, per forza centrifuga, dell'aria contenuta nella gomma
- ☐ E il surriscaldamento delle gomme

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 71, 2006)

🔍 Puoi escludere facilmente quasi tutti i distrattori. Per esempio, puoi escludere subito la risposta A basandoti sul buon senso. Puoi scartare anche le risposte D e E: la pressione non produce lo spostamento per la forza centrifuga dell'aria e neanche il surriscaldamento delle gomme (anche le gomme sgonfie si riscaldano).

**8** Un gas racchiuso ermeticamente in un cilindro viene riscaldato tramite un fornello. L'aumento di temperatura produrrà nel gas:

- ☐ A uno spostamento delle molecole verso la parte più vicina alla fonte di calore
- ☐ B un aumento dell'energia cinetica media delle sue molecole
- ☐ C uno spostamento delle molecole verso la parte più lontana dalla fonte di calore
- ☐ D una diminuzione, in media, delle dimensioni delle molecole
- ☐ E un rallentamento del moto delle molecole

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 71, 2006)

L'energia cinetica media delle molecole di un gas è direttamente proporzionale alla  $T$ .

🔍 Le risposte A e C sono errate: il calore è un'energia che si propaga in tutto il gas. Conoscendo la chimica, puoi escludere anche la risposta D: le dimensioni delle molecole non variano. Infine, anche la risposta E è errata: la velocità media delle molecole diminuirebbe se raffreddassimo il gas.

**9**  $10^{20}$  atomi di gas sono contenuti in un volume di  $1 \text{ m}^3$ . All'aumentare della temperatura aumenta la pressione del gas in quanto:

- ☐ A il gas si allontana dalla condizione di gas perfetto
- ☐ B l'energia cinetica delle molecole aumenta
- ☐ C il volume delle molecole aumenta
- ☐ D l'energia interna non varia
- ☐ E il gas tende alla condizione di gas perfetto

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 59, 1998)

Ricorda che l'energia cinetica media delle molecole di un gas è proporzionale alla temperatura assoluta. Quindi un aumento di temperatura produce un aumento di energia cinetica media delle molecole del gas, che ha come effetto un aumento di pressione.

🔍 La risposta C è errata: il volume delle molecole non aumenta.

La risposta D è errata: l'energia interna delle molecole varia perché varia la temperatura.

Le risposte A ed E, in cui si parla di gas perfetto, sono da escludere.

★ **10** A quale temperatura centigrada le molecole di un gas hanno energia cinetica media uguale alla metà di quella che hanno a temperatura ambiente (considerata di circa  $27^\circ\text{C}$ )?

- ☐ A  $-150^\circ\text{C}$
- ☐ B  $-123^\circ\text{C}$
- ☐ C  $13,5^\circ\text{C}$
- ☐ D  $54^\circ\text{C}$
- ☐ E  $150^\circ\text{C}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 60, 1998)

L'energia cinetica media è data dall'espressione

$$K_{\text{media}} = \frac{3}{2} k_B T.$$

🔍 Ricorda che la temperatura assoluta  $T$  si misura in Kelvin.  $27^\circ\text{C}$  sono circa  $300 \text{ K}$ . Dato che  $K_{\text{media}}$  e  $T$  sono proporzionali,  $K_{\text{media}}$  sarà dimezzata a  $150 \text{ K}$ . La risposta viene chiesta in gradi centigradi, pertanto è necessario rieffettuare l'equivalenza:  $150 \text{ K}$  corrispondono a  $-123^\circ\text{C}$ .

**11** Un gas perfetto racchiuso in un cilindro termicamente isolato, viene compresso fino a raggiungere la metà del suo volume iniziale, ne segue che:

- ☐ A l'energia interna del gas è diminuita
- ☐ B l'energia interna del gas è aumentata perché è aumentata la sua temperatura

- ☐ C l'energia interna del gas è rimasta costante pur aumentando la temperatura
- ☐ D il calore dissipato verso l'esterno impedisce all'energia interna del gas di aumentare
- ☐ E la temperatura del gas non è aumentata e nemmeno la sua energia interna

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 69, 2005)

$\Delta U = Q - L$  è il primo principio della termodinamica (con  $\Delta U$  = variazione di energia interna,  $Q$  = calore assorbito,  $L$  = lavoro svolto dal sistema). In un cilindro termicamente isolato, si ha  $Q = 0$  e quindi il primo principio diventa  $\Delta U = -L$ . Se il gas viene compresso, il lavoro svolto dal gas è negativo e quindi  $\Delta U$  sarà positivo. Quindi l'energia interna  $U$  è aumentata. Ricordando infine che  $U = 3/2 Nk_B T$ , si ha che è aumentata anche la temperatura del gas.

🔑 La risposta C è da scartare: se aumenta  $T$ ,  $U$  non può rimanere costante.

- ★ **1** In una trasformazione ciclica, il calore sottratto a un corpo è completamente trasformabile in lavoro?

- ☐ A sì, a condizione che la trasformazione riguardi un gas perfetto
- ☐ B sì, a condizione che la trasformazione sia reversibile
- ☐ C sì, a condizione che la trasformazione sia irreversibile
- ☐ D sì, per qualunque trasformazione
- ☐ E no, in quanto il rendimento di qualsiasi trasformazione ciclica è sempre inferiore al 100%

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 50, 1999)

Per il secondo principio della termodinamica è impossibile trasformare integralmente tutto il calore sottratto da una sorgente calda in lavoro.

- ★ **2** Si può trasferire del calore da un corpo che si trova a una temperatura di 350 K a uno che si trova a una temperatura di 87 °C?

- ☐ A Sì, solo se la trasformazione è reversibile.
- ☐ B Sì, solo se la pressione rimane costante.
- ☐ C Sì, ma solo compiendo un lavoro.
- ☐ D No, perché si violerebbe il primo principio della termodinamica.
- ☐ E Non è possibile rispondere perché le due temperature sono misurate usando scale diverse.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 58, 1997)

È possibile trasferire calore da un corpo che si trova a temperatura minore a un corpo che si trova a temperatura maggiore, a patto che si compia un lavoro sul sistema. Il frigorifero funziona in questo modo.

- ★ **3** (Premessa: calore e lavoro sono misurati utilizzando la stessa unità di misura). Il rendimento di una macchina termica è definito come:

- ☐ A (quantità di calore speso) / (temperatura finale)
- ☐ B (lavoro ottenuto) / (calore speso)
- ☐ C (quantità di calore speso) / (lavoro ottenuto)
- ☐ D (temperatura iniziale) / (temperatura finale)
- ☐ E (quantità di calore ottenuto) / (temperatura iniziale)

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 64, 1999)

Il rendimento è definito come il rapporto tra il lavoro compiuto e il calore speso dalla sorgente a temperatura maggiore.

- ★ **4** L'energia meccanica è completamente trasformabile in energia termica?

- ☐ A Sì, ma solo se si tratta di energia potenziale gravitazionale.
- ☐ B No.
- ☐ C Sì, ma solo se si tratta di una trasformazione reversibile.
- ☐ D Sì, ma solo se si tratta di energia cinetica.
- ☐ E Sì.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 64, 1999)

È possibile che tutta l'energia meccanica (cinetica e potenziale) si trasformi in energia termica. Pensa per esempio a un'automobile che scendendo da una discesa si ferma per l'attrito tra ruote e terreno: tutta l'energia meccanica si è trasformata in energia termica.

- 🔍 Puoi escludere le risposte A e D: non solo l'energia potenziale o quella cinetica si possono trasformare in energia termica.

- ★ **5** Il rendimento di una macchina NON può mai essere maggiore di 1 perché ciò violerebbe:

- ☐ A il principio della massima entropia
- ☐ B il principio di conservazione dell'energia
- ☐ C il principio di conservazione della quantità di moto
- ☐ D il teorema di conservazione dell'energia meccanica
- ☐ E il secondo principio della dinamica

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, 1998)

Come conseguenza del secondo principio della termodinamica, una macchina termica non può avere rendimento maggiore o uguale a 1.

- 🔍 Ricordando che il teorema di conservazione dell'energia meccanica, il principio di conservazione della quantità di moto sono leggi della meccanica e riconoscendo che invece il quesito in esame richiede conoscenze di termodinamica, potevi scartare facilmente le risposte C, D ed E.

- ★ **6** In ogni frigorifero una certa quantità di calore viene sottratta ogni secondo alla cella fredda e ceduta all'ambiente esterno a temperatura più alta, ossia del calore passa da un corpo più freddo ad uno più caldo. Scegli quale tra le seguenti proposte è CORRETTA:

- ☐ A Quanto sopra affermato è vero perché il secondo principio della termodinamica si applica solo alle macchine termiche che trasformano in lavoro il calore sottratto a una certa sorgente.

- B** Per spiegare il funzionamento di un frigorifero occorre fare ricorso alle leggi della meccanica quantistica.
- C** Quanto sopra affermato è vero perché il frigorifero è una delle macchine termiche che funziona indipendentemente dal secondo principio della termodinamica.
- D** Anche una macchina frigorifera deve funzionare rispettando il secondo principio della termodinamica; la spiegazione del suo funzionamento sta nel fatto che il passaggio di calore da un corpo più freddo a uno più caldo non è l'unico risultato che si ottiene durante ogni ciclo.
- E** Il funzionamento di un frigorifero si può spiegare solo tenendo presente che i cicli vengono compiuti da gas molto particolari, che non seguono la legge dei gas perfetti e che inquinano l'atmosfera.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 1997)

È possibile trasferire calore da un corpo che si trova a temperatura minore a un corpo che si trova a temperatura maggiore, a patto che si compia un lavoro sul sistema. Il frigorifero funziona in questo modo.

Ricorda che il secondo principio della termodinamica è valido per tutte le macchine termiche: potevi quindi scartare subito la risposta C.

- 7** Una macchina termica compie un ciclo di Carnot con i seguenti dati:  $L > 0$  (lavoro fatto verso l'esterno e utile per l'utente),  $T_1$  e  $T_2$  le temperature dei due termostati (con  $T_2 > T_1$ ),  $Q_1 < 0$  e  $Q_2 > 0$  le quantità di calore scambiate con i due termostati.

- A** il rendimento è maggiore di  $(T_2 - T_1)/T_2$
- B**  $Q_2 + Q_1 < 0$
- C**  $L = Q_2 + Q_1$
- D** il rendimento è pari a  $(T_2 - T_1)/T_1$
- E** il ciclo è stato percorso in verso antiorario

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, 2004)

Essendo  $Q_1 < 0$  e  $Q_2 > 0$ , si ha  $L = Q_2 + Q_1$ . Ovvero il lavoro è la differenza (il segno negativo è in  $Q_1$ ) tra il calore assorbito da una sorgente calda e quello ceduto a una sorgente fredda. Nota che la relazione  $L = Q_2 + Q_1$  (con  $Q_1 < 0$ ) è valida per tutte le macchine termiche che assorbono  $Q_2$  da una sorgente calda e cedono  $Q_1$  a una sorgente fredda e non solo per una macchina che compie un ciclo di Carnot.

La risposta A è errata: in un ciclo di Carnot il rendimento è  $(T_2 - T_1)/T_2$ . La risposta B è errata:  $Q_2$  è maggiore di  $|Q_1|$ , quindi  $Q_2 + Q_1 > 0$ . La risposta D è errata: in un ciclo di Carnot il rendimento è  $(T_2 - T_1)/T_2$ .

- 8** In una trasformazione ciclica reversibile, una macchina termica assorbe 450 kcal da un serbatoio di calore e cede 150 kcal a un altro serbatoio di calore a temperatura più bassa. Il rendimento del ciclo è:

- A**  $3/4$
- B**  $2/3$
- C**  $1/4$
- D**  $3/5$
- E**  $1/3$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 57, 1998)

Il rendimento  $r$  di una macchina termica è il rapporto tra il lavoro prodotto e il calore assorbito:  $r = W/Q_2$ , con  $W = Q_2 - Q_1$ , con  $Q_2$  = calore assorbito,  $Q_1$  = calore ceduto. Quindi  $r = (450 - 150)/450 = 2/3$ .

- 9** Un gas subisce una trasformazione ciclica rappresentata nel piano pressione/volume da un rettangolo che viene percorso in verso orario e avente lati  $(p_2 - p_1) > 0$  e  $(V_2 - V_1) > 0$  paralleli agli assi. La vera proposizione è:

- A** l'energia interna  $U$  è cresciuta ovvero  $\Delta U > 0$
- B** il gas non ha ricevuto calore
- C** il lavoro esterno è nullo
- D** la temperatura finale coincide con quella iniziale
- E** il lavoro esterno vale  $p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 69, 2004)

La temperatura è una funzione di stato. Tutte le funzioni di stato hanno variazione nulla in una trasformazione ciclica.

- ★ **1** ●●● La forza di Coulomb che si esercita tra due cariche elettriche puntiformi poste a una distanza  $R$ :

- A** è inversamente proporzionale al cubo di  $R$
- B** è direttamente proporzionale a  $R$
- C** è direttamente proporzionale al quadrato di  $R$
- D** è inversamente proporzionale a  $R$
- E** è inversamente proporzionale al quadrato di  $R$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 66, 1999)

Ricorda la legge di Coulomb:  $F = k_o \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$ . La forza è inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

- ★ **2** ●●● Tra due cariche elettriche puntiformi si esercita una forza (di attrazione o di repulsione) espressa dalla legge di Coulomb. Quale delle seguenti affermazioni è CORRETTA?

- A** Se la distanza tra le cariche raddoppia, la forza è 2 volte minore.
- B** Se la costante dielettrica si dimezza, la forza aumenta di 4 volte.
- C** Se la distanza tra le cariche raddoppia, la forza è 4 volte minore.
- D** Se una delle due cariche raddoppia, la forza aumenta di 4 volte.
- E** Se la costante dielettrica raddoppia, la forza aumenta di 2 volte.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 67, 1997)

Puoi scrivere la legge di Coulomb nella forma:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

- 🔍 Osservando la legge di Coulomb puoi arrivare alla risposta corretta. La risposta A e la risposta C ti chiedono che cosa succede se la distanza raddoppia:  $r$  diventa  $2r$  e puoi scrivere la nuova forza  $F_2$  nella forma:

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{(2r)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{4r^2} = \frac{F}{4}$$

La nuova forza quindi è quattro volte minore della forza iniziale (risposta C, corretta) e non due volte minore (risposta A, errata). Proviamo a esaminare anche gli altri distrattori. La risposta B è errata: la costante dielettrica non è al quadrato: se si dimezza, la forza raddoppia. Puoi scartare anche la risposta D: se solo una delle due cariche raddoppia, la forza raddoppia. La risposta E è errata: la costante dielettrica è al denominatore: se raddoppia, la forza si dimezza.

- ★ **3** ●●● Se le intensità di due cariche vengono raddoppiate e, contemporaneamente si raddoppia anche la loro distanza, la forza di attrazione delle cariche:

- A** si dimezza
- B** diventa otto volte maggiore
- C** si raddoppia
- D** rimane inalterata
- E** si quadruplica

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 66, 1997)

Anche in questo caso è sufficiente ricordare la legge di Coulomb e poi sostituire nella formula a  $Q_1$  e a  $Q_2$  il doppio,  $2Q_1$  e  $2Q_2$ , e a  $r$   $2r$ . Si ottiene:

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{2Q_1 \cdot 2Q_2}{(2r)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{4Q_1 Q_2}{4r^2} = F$$

- ★ **4** ●●● La costante dielettrica dell'acqua è 80. Se due cariche elettriche positive vengono poste a una certa distanza in acqua, esse, rispetto al vuoto:

- A** si attraggono con una forza 80 volte minore
- B** si respingono con una forza 80 volte minore
- C** si respingono con una forza 6400 volte minore
- D** si comportano allo stesso modo
- E** si attraggono con una forza 6400 volte minore

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 68, 1997)

Ricorda che  $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ ;  $\epsilon_0$  è una costante,  $\epsilon_r = 80$  per l'acqua mentre per il vuoto  $\epsilon_r = 1$ . Nella legge di Coulomb  $\epsilon$  è al denominatore, quindi la forza di Coulomb e la costante dielettrica sono inversamente proporzionali.

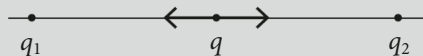
- 🔍 Le cariche sono positive, perciò la forza di Coulomb è repulsiva: puoi quindi escludere subito i distrattori A ed E.

- ★ **5** ●●● Due cariche elettriche puntiformi sono mantenute ad una distanza fissa pari a 1 cm. Le cariche valgono  $q_1 = 2\mu C$  e  $q_2 = 2\mu C$ . In quale punto della retta che congiunge le due cariche posso portare una terza carica di valore arbitrario  $q$  in modo che su di essa agisca una forza elettrica risultante nulla?

- A** nel punto di mezzo tra le due cariche
- B** a distanza di 1 cm dalla carica negativa
- C** a distanza di 1 cm dalla carica positiva
- D** dipende dal valore di  $q$  della terza carica
- E** in nessun punto

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 71, 2007)

Se le cariche hanno stessa intensità e stesso segno, nel punto medio della retta che le congiunge esercitano su una carica arbitraria due forze uguali e opposte, che quindi si annullano.



🔍 La risposta B è errata: le due cariche sono entrambe positive.

★ **6** Tre palline metalliche A, B e C uguali tra loro sono montate su supporti isolanti. La pallina A possiede carica  $+q$  mentre B e C sono scariche. A viene portata a contatto con B e poi, separatamente, con C. Alla fine la carica su A sarà:

- ☐ A  $+q/3$                       ☐ D  $+q/2$   
☐ B  $+q$                          ☐ E  $+q/4$   
☐ C  $+q/8$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 75, 1998)

Le palline sono uguali e quindi, per il fenomeno della conduzione della carica elettrica, si dividono equamente la carica a ogni contatto.

🔍 Esaminiamo i distrattori. La risposta A è errata: sarebbe esatta se le tre palline fossero state messe a contatto simultaneamente. La risposta B è da scartare perché una volta che A viene messa a contatto con altre palline, perde una parte della sua carica. La risposta D è errata: sarebbe stata vera se A fosse stata messa a contatto solo con la pallina B.

★ **7** Secondo la legge di Coulomb due cariche uguali, unitarie (nel SI) se sono distanti 1 m si respingono con forza  $F$  pari a 9 miliardi di newton circa, per cui:

- ☐ A se ciascuna carica è 1 mC allora  $F = 9000$  N  
☐ B se una carica è 1 mC e l'altra 1  $\mu$ C allora  $F = 9$  dyne  
☐ C se ciascuna carica è 1 mC allora  $F = 9$  mN  
☐ D se una carica è 1 nC e l'altra 1  $\mu$ C allora  $F = 9$  N  
☐ E se ciascuna carica è 1 nC allora  $F = 9$  N

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 2004)

🔍 Esaminiamo le risposte una per una per individuare quella corretta. Risposta A e risposta C: se ciascuna carica è 1 mC, entrambe sono diminuite di un fattore  $10^{-3}$ ; quindi la forza di repulsione è diminuita di un fattore:  $10^{-3} \times 10^{-3} = 10^{-6}$ . Se la forza era 9 000 000 000 N (9 miliardi di newton), diminuita di un fattore  $10^{-6}$  diventa 9000 N, che è proprio quanto affermato nella risposta A. Effettuando un ragionamento analogo negli altri casi, avremmo verificato che i valori non erano corretti: avremmo infatti ottenuto per la risposta B una forza di 9 N, per la risposta D 9  $\mu$ N, per la risposta E 1 nN.

★ **8** Una barretta di plastica strofinata con un panno di lana se avvicinata a pezzetti di carta li attira a sé:

- ☐ A per le particolari proprietà elettriche dell'aria  
☐ B perché vengono indotte delle cariche elettriche sulla carta  
☐ C per attrazione magnetica  
☐ D perché la carta è un buon conduttore elettrico  
☐ E perché il campo gravitazionale diminuisce intorno alla barretta

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, 2005)

Ricorda il fenomeno dell'induzione.

★ **9** Il potenziale elettrico in un generico punto, non lontano da una carica positiva:

- ☐ A è una grandezza adimensionale  
☐ B è un vettore  
☐ C si misura in volt/cm  
☐ D è uno scalare  
☐ E non esiste, non si può parlare di potenziale di un punto

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 50, 2000)

Il potenziale elettrico, come l'energia elettrica, è una grandezza scalare. La forza elettrica, come il campo elettrico, è una grandezza vettoriale.

🔍 Potevi escludere le risposte A e C ricordando le unità di misura del potenziale e del campo elettrico: il potenziale si misura in volt; il campo elettrico in volt/centimetro.

★ **10** Il flusso del campo elettrico (teorema di Gauss) uscente da una superficie chiusa  $S$  è proporzionale:

- ☐ A al potenziale dei punti di  $S$   
☐ B al prodotto delle cariche contenute entro  $S$   
☐ C alla somma algebrica delle cariche contenute entro  $S$   
☐ D al lavoro occorrente per portare le cariche all'interno della superficie  
☐ E alla somma algebrica delle cariche contenute entro  $S$  divisa per il potenziale dei punti di  $S$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 67, 2005)

Ricorda la definizione del teorema di Gauss.

★ **11** Un sistema di cariche è costituito da due cariche puntiformi uguali ed opposte collocate ad una certa distanza tra di loro. Che cosa si può dire del campo elettrico generato da tale sistema?

- ☐ A È dato dalla differenza dei campi elettrici prodotti dalle singole cariche.

## Carica e campo elettrico

- B** È identico a quello di una carica puntiforme di valore pari a metà della carica negativa.
- C** È dato dalla somma vettoriale dei campi elettrici prodotti dalle singole cariche.
- D** È identico a quello di una carica puntiforme di valore pari a metà della carica positiva.
- E** È dappertutto nullo perché le due cariche sono uguali e opposte.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 64, 2005)

Il campo elettrico è un vettore. Ognuna delle due cariche genera intorno a sé un campo elettrico. In ogni punto dello spazio, il campo elettrico è la somma vettoriale dei due campi elettrici generati dalle due cariche.

### 12 Quando un corpo conduttore è elettricamente carico ed è in equilibrio elettrostatico, le cariche elettriche si trovano:

- A** distribuite uniformemente in tutto il conduttore per cui il potenziale elettrico è uniforme
- B** solo al suo interno
- C** sia al suo interno che sulla superficie esterna, per cui il campo elettrico è uniforme
- D** solo sulla sua superficie e l'intensità del campo elettrico, al suo interno, è nulla
- E** concentrate nel baricentro del corpo

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, ripetizione 2007)

Ricorda che in un conduttore in equilibrio elettrostatico, le cariche elettriche si dispongono solo sulla superficie. Come conseguenza del teorema di Gauss, l'intensità del campo elettrico al suo interno è nulla.

### 13 L'intensità della forza agente su una carica elettrica puntiforme che si trova in un campo elettrico (costante in modulo, direzione e verso) di intensità $E$ :

- A** è inversamente proporzionale al quadrato di  $E$
- B** è direttamente proporzionale a  $E$
- C** è proporzionale al quadrato di  $E$
- D** è inversamente proporzionale a  $E$
- E** è proporzionale al cubo di  $E$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 66, 1999)

Ricorda che la forza elettrica  $\vec{F}$  e il campo elettrico  $\vec{E}$  sono legati dalla relazione  $\vec{E} = \vec{F}/q$ . Quindi l'intensità della forza  $\vec{F}$  agente su una carica  $q$  posta in una regione in cui è presente un campo elettrico  $\vec{E}$  è direttamente proporzionale a  $\vec{E}$ .

### 14 Una carica elettrica puntiforme è soggetta alla forza elettrostatica esercitata da un campo elettrico costante in modulo, direzione e verso. La carica è inizialmente in quiete. Quale moto assume la carica, in assenza di altre forze?

- A** circolare uniforme
- B** nessuno: rimarrà in quiete
- C** rettilineo uniforme (a velocità costante)
- D** rettilineo uniformemente accelerato
- E** rettilineo armonico

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 52, 1999)

Se  $\vec{E}$  è costante in modulo, direzione e verso, la particella carica è soggetta a una forza  $\vec{F} = \vec{E}q$ , costante in modulo, direzione e verso. Ricorda che per il secondo principio della dinamica ( $\vec{F} = m\vec{a}$ ), un corpo che subisce una sola forza costante si muove con accelerazione costante.

Esaminiamo i distrattori. La risposta A è errata: per avere il moto circolare uniforme, la forza dovrebbe essere centripeta e quindi la direzione non sarebbe costante. Anche la risposta B è errata: la particella subisce la forza elettrostatica e quindi non può rimanere in quiete. Puoi scartare anche la risposta C: un moto rettilineo a velocità costante è un moto che avviene in assenza di forza. Infine, devi eliminare anche la risposta E: per avere il moto armonico, la forza dovrebbe variare nel suo verso.

### 15 Qual è la CORRETTA definizione (o valore) della differenza di potenziale elettrico tra due punti A e B di un campo elettrico?

- A** È il rapporto tra il valore  $E$  del campo elettrico tra A e B e il valore della carica  $Q$  trasportata.
- B** È il rapporto tra il valore della carica elettrica  $Q$  trasportata da A e B e il lavoro del campo elettrico per trasportarla da A a B.
- C** È il rapporto tra il lavoro del campo elettrico per trasportare una carica elettrica  $Q$  da A a B, e il valore di  $Q$ .
- D** È il prodotto del valore  $E$  del campo elettrico tra A e B e il valore della carica  $Q$  trasportata.
- E** È il prodotto tra il lavoro del campo elettrico per trasportare una carica elettrica  $Q$  da A a B e il valore di  $Q$ .

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 53, 1999)

Per definizione, la differenza di potenziale elettrico tra due punti A e B di uno spazio è il rapporto tra il lavoro del campo elettrico per trasportare la carica elettrica  $Q$  da A a B, e il valore di  $Q$ .

🔍 Sapendo che il potenziale dimensionalmente è un lavoro diviso una carica, potevi escludere subito le risposte A, B, D, E e arrivare così alla risposta giusta per esclusione.

★ **16** Un sistema di cariche è costituito da due cariche puntiformi uguali e opposte collocate a una certa distanza tra di loro. Cosa si può dire del potenziale elettrico generato da un tale sistema?

- ☐ A È identico a quello di una carica puntiforme di valore pari a metà della carica negativa.
- ☐ B È dato dalla somma dei potenziali elettrici prodotti dalle singole cariche.
- ☐ C È dato dal valor medio dei potenziali generati dalle singole cariche.
- ☐ D È dappertutto nullo perché le due cariche sono uguali ed opposte.
- ☐ E È dato dalla differenza dei potenziali elettrici prodotti dalle singole cariche.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, 2007)

Ricorda che per il potenziale vale il principio di sovrapposizione.

★ **17** Due cariche elettriche uguali e opposte si trovano a una distanza  $D$ . Quanto vale il potenziale elettrico nel punto di mezzo tra le due cariche?

- ☐ A non è definito
- ☐ B la metà del potenziale dovuto a ogni singola carica
- ☐ C il doppio del potenziale dovuto a ogni singola carica
- ☐ D zero
- ☐ E tende all'infinito

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 2008)

Per il principio di sovrapposizione, il potenziale è dato dalla somma algebrica dei potenziali elettrici prodotti dalle singole cariche. Quindi nel punto di mezzo tra le due cariche il potenziale è nullo.

🔍 La risposta C sarebbe esatta se le cariche fossero dello stesso segno. Potevi escludere anche la risposta E: il potenziale tende all'infinito in coincidenza della carica che lo genera.

★ **18** Siano  $M$  e  $N$  due punti di un campo elettrico. Una carica puntiforme  $q$  si sposta da  $M$  a  $N$  seguendo uno dei percorsi indicati in figura e le forze del campo

compiono il lavoro  $L$ . Delle seguenti affermazioni quale è quella CORRETTA?



- ☐ A La differenza di potenziale tra  $N$  e  $M$  è  $Lq$ .
- ☐ B La differenza di potenziale tra  $N$  e  $M$  è  $L/q$ .
- ☐ C Il lavoro  $L$  dipende dal percorso seguito dalla carica  $q$  per spostarsi da  $M$  a  $N$ .
- ☐ D La differenza di potenziale è una grandezza vettoriale.
- ☐ E La differenza di potenziale tra  $N$  e  $M$  è uguale al lavoro  $L$ .

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 2007)

Per la definizione di potenziale, si ha che la differenza di potenziale tra  $N$  e  $M$  è  $L/q$ .

🔍 Potevi escludere subito le risposte A e E per motivi dimensionali: il potenziale è il rapporto tra lavoro e carica. La risposta C è errata: il campo elettrico è conservativo e quindi il potenziale non dipende dal percorso. La risposta D è errata: il potenziale è una grandezza scalare.

★ **19** Sia  $S$  una superficie equipotenziale di un campo elettrico qualsiasi. In un punto  $P$  di  $S$  il vettore campo elettrico  $\vec{E}$ :

- ☐ A è tangente a  $S$
- ☐ B è perpendicolare a  $S$
- ☐ C è nullo
- ☐ D forma con la normale a  $S$  un angolo acuto
- ☐ E ha una direzione che dipende dalla distribuzione di cariche che genera il campo

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 66, 2005)

Ricorda che le linee di campo elettrico sono sempre perpendicolari alle superfici equipotenziali.

★ **20** Gli squali sono dotati di organi in grado di rilevare debolissimi campi elettrici, sino a valori di  $1\mu\text{V/m}$ . A che distanza dovremmo porre due piani conduttori paralleli a cui applichiamo una differenza di potenziale di  $1,5\text{mV}$  per avere campi elettrici dell'ordine di quelli rilevati da uno squalo?

- ☐ A  $15\mu\text{m}$
- ☐ B  $1,5\mu\text{m}$
- ☐ C  $1,5\text{m}$
- ☐ D  $1,5\text{km}$
- ☐ E  $1,5\text{mm}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, 2010)

## Carica e campo elettrico

Il campo elettrico  $E$  è legato alla differenza di potenziale  $\Delta V$  tramite l'espressione  $d = \frac{\Delta V}{E}$  (con  $d$  = distanza).

🔍 Per ottenere la risposta esatta, è sufficiente sostituire i dati nella formula:

$$d = \frac{\Delta V}{E} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{10^{-6} \text{ V/m}} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ m} = 1,5 \text{ km}$$

**21** Un campo elettrico si può misurare in:

- ☐ A J/C                                      ☐ D V/J  
☐ B J · C                                      ☐ E V/m oppure in N/C  
☐ C Pa oppure in N/m<sup>2</sup>

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, 2001)

Il campo elettrico si misura in V/m o N/C. Si ricava dalle relazioni l'espressione  $E = \frac{\Delta V}{d}$  o l'espressione  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ .

**22** Come unità di misura del potenziale elettrico possono essere utilizzate alternativamente tutte quelle elencate, salvo una che è ERRATA. Quale?

- ☐ A volt  
☐ B joule / coulomb  
☐ C watt / ampere  
☐ D (newton · metro)/coulomb  
☐ E newton / coulomb

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 67, 1999)

🔍 L'unità di misura del potenziale elettrico è il volt. Però il potenziale si può misurare anche in joule/coulomb (si ricava dalla formula energia = carica · potenziale), watt/ampere (si ricava da potenza = intensità di corrente · potenziale), (newton · metro)/coulomb (si ricava da energia = forza · spostamento = carica · potenziale), ma non in newton/coulomb. Il newton/coulomb è l'unità di misura di un campo elettrico.

★ **23** Due sferette elettricamente cariche con carica di segno opposto vengono collocate vicine l'una all'altra, ciascuna sospesa a un filo inizialmente verticale. Indicare la descrizione più adeguata tra le seguenti:

- ☐ A Le sferette si respingono.  
☐ B Le sferette oscillano indefinitamente.  
☐ C Le sferette si attraggono  
☐ D Le sferette si mettono a ruotare.  
☐ E Le sferette non si muovono dalla posizione iniziale.

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 74, 2009)

Le sferette hanno carica opposta e quindi si attraggono per la legge di Coulomb.

★ **24** Il lavoro fatto CONTRO le forze del campo elettrico per portare una carica elettrica  $q$  puntiforme da distanze molto grandi ad un punto vicino a una seconda carica elettrica  $Q$  vale  $L$ . Ne segue che:

- ☐ A il potenziale elettrico associabile a quel punto vale  $L/q$   
☐ B il potenziale elettrico associabile a quel punto vale  $L$   
☐ C il potenziale elettrico associabile a quel punto vale  $L/2$   
☐ D il potenziale elettrico associabile a quel punto vale  $L \cdot q$   
☐ E non può essere associato un potenziale elettrico a quel punto

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 69, 2005)

All'infinito il potenziale è nullo. Per definizione di potenziale, si ha pertanto che il potenziale elettrico associabile a quel punto vale  $L/q$ .

**25** Il lavoro per portare due cariche puntiformi ed uguali  $Q$ , inizialmente molto distanti fra loro, a distanza  $a$  fissata sia  $L$ . Quanto sarà il lavoro speso per portare tre cariche dello stesso tipo e valore  $Q$  ai vertici di un triangolo equilatero di lato sempre uguale ad  $a$  anch'esse inizialmente a distanze molto grandi tra di loro?

- ☐ A I dati non sono sufficienti per rispondere.  
☐ B  $(L)^3$   
☐ C  $2L$   
☐ D  $3L$   
☐ E  $6L$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 68, 2005)

🔍 Il lavoro per portare due cariche a distanza  $a$  è  $L$ . Quando la terza carica viene avvicinata alla seconda a distanza  $a$ , è necessario ancora un lavoro  $L$ . Infine, avvicinando la terza carica alla prima fino a distanza  $a$  è necessario un altro lavoro  $L$ . Quindi il lavoro speso per portare le tre cariche  $Q$  ai vertici di un triangolo equilatero di lato  $a$  è  $3L$ .

22 E	23 C	24 A	25 D
15 C	16 B	17 D	18 B
8 B	9 D	10 C	11 C
14 D	13 B	12 D	13 B
7 A	6 E	5 A	4 B
3 D	2 C	1 E	

Soluzioni:

★ **1** L'intensità di corrente elettrica in un filo conduttore:

- ☐ A è il numero di elettroni che circola nel conduttore in un secondo
- ☐ B dipende dalla differenza di potenziale agli estremi del filo
- ☐ C si misura in volt/secondo
- ☐ D si misura in coulomb · secondo
- ☐ E è il numero di cariche che attraversano una sezione del conduttore in un determinato tempo

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 66, 1998)

Per la prima legge di Ohm, in un filo conduttore, l'intensità di corrente elettrica è proporzionale alla differenza di potenziale agli estremi del filo:  $\Delta V = iR$ .

🔍 Ricordando che l'intensità di corrente si misura in amper (o volt/ohm o coulomb/secondo) potevi escludere le risposte C e D.

★ **2** In un voltmetro a nitrato d'argento  $\text{AgNO}_3$  si fa passare corrente 0,1 A per 10 s:

- ☐ A l'argento si deposita al catodo in ragione di 1,118 mMol
- ☐ B non vi sarà aumento di temperatura della soluzione
- ☐ C sarà passata una carica di 1 C
- ☐ D al catodo vi sarà sviluppo di idrogeno nascente
- ☐ E l'argento si deposita nell'anodo

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 2003)

Utilizzando la definizione di intensità di corrente  $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ , puoi ricavare  $\Delta q = i\Delta t = 0,1 \text{ A} \cdot 10 \text{ s} = 1 \text{ C}$ .

🔍 Se non ricordi il significato dei termini anodo e catodo, puoi andare alla lezione sulle pile della sezione di chimica.

★ **3** Una batteria da automobile, una volta caricata, è in grado di fornire una carica elettrica complessiva di  $1,08 \cdot 10^5 \text{ C}$ . Se è forzata a erogare una corrente uniforme di 10 A quanta autonomia avrà?

- ☐ A 108 minuti
- ☐ B 2 ore
- ☐ C 3 ore
- ☐ D 1 minuto
- ☐ E 10 ore

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, 2007)

Utilizzando la definizione di intensità di corrente  $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ , puoi ricavare  $\Delta t = \frac{\Delta q}{i}$ .

🔍 Sostituendo i dati dell'esercizio si ottiene:

$$\Delta t = \frac{\Delta q}{i} = \frac{1,8 \cdot 10^5 \text{ C}}{10 \text{ A}} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ s} = 10\,800 \text{ s} = 3 \text{ h}$$

★ **4** Ai capi di una resistenza di  $50 \Omega$  si applica una differenza di potenziale di 100 V; l'intensità della corrente prodotta è:

- ☐ A 150 A
- ☐ B 0,5 A
- ☐ C 2 A
- ☐ D 50 A
- ☐ E 500 A

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 62, 1997)

È sufficiente ricavare l'intensità di corrente dalla formula che esprime la prima legge di Ohm:  $i = \Delta V/R$ .

🔍 Sostituendo i dati forniti:  $i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{100 \text{ V}}{50 \Omega} = 2 \text{ A}$ .

★ **5** La corrente elettrica che passa nel filamento di una lampadina a incandescenza (quelle comunemente usate nelle nostre case), convenzionalmente, è assunta come moto di cariche positive. In realtà è data dal moto di:

- ☐ A nuclei degli atomi di cui è costituito il filamento
- ☐ B neutroni
- ☐ C elettroni
- ☐ D fotoni
- ☐ E neutrini

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 50, 2000)

Nei conduttori, la corrente elettrica è data dal moto degli elettroni.

🔍 Puoi facilmente escludere le risposte B, D, E perché i neutroni, i fotoni e i neutrini non sono carichi.

★ **6** Quando si preme l'interruttore per illuminare una stanza, la lampada si accende immediatamente perché:

- ☐ A premendo l'interruttore si apre il circuito
- ☐ B la differenza di potenziale del generatore si trasforma in energia elettrica
- ☐ C diminuisce la velocità di agitazione termica degli elettroni di conduzione per il collegamento al generatore

## La corrente elettrica

- D** gli elettroni di conduzione, già presenti in tutto il circuito, si spostano in massa per la differenza di potenziale generando la corrente elettrica
- E** la velocità degli elettroni di conduzione è molto elevata per cui raggiungono immediatamente la lampada

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, ripetizione 2007)

Dal punto di vista microscopico, quando si chiude un circuito, gli elettroni di conduzione si spostano in massa per la differenza di potenziale generando la corrente elettrica.

🔍 Puoi escludere la risposta A ricordando che quando premi un interruttore per illuminare una stanza, chiudi un circuito, non lo apri.

★ **7** La maggior presenza di ossigeno in camera operatoria rende pericolosa la formazione di scintille. Al solo fine di scongiurare il rischio di produzione di scintille per via elettrostatica, gli operatori sanitari dovrebbero:

- A** indossare scarpe isolanti per impedire pericolose scariche a terra
- B** indossare scarpe in grado di condurre, per scaricare a terra qualsiasi carica
- C** evitare di strofinare con un panno bagnato gli aghi metallici, che potrebbero disperdere cariche per effetto della dispersione delle punte
- D** indossare guanti di materiale isolante per ostacolare il passaggio delle cariche
- E** tenere bassa l'umidità dell'aria perché l'aria secca non disperde le cariche

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 78, 2011)

Per evitare le scintille, gli operatori sanitari dovrebbero indossare scarpe in grado di condurre l'elettricità, così da scaricare a terra qualsiasi carica elettrica.

★ **8** In un circuito elettrico si ha trasformazione di energia elettrica in energia termica, per effetto Joule. Indicare tra le seguenti affermazioni quella CORRETTA.

- A** L'effetto Joule si manifesta in corrente continua ma non in corrente alternata.
- B** L'effetto Joule si manifesta sia in corrente continua che in corrente alternata.
- C** L'energia termica prodotta dipende dall'intensità di corrente ma non dalla resistività del conduttore.
- D** La presenza di un condensatore amplifica l'effetto Joule per l'accumulo di energia elettrica, sia in corrente continua che alternata.

- E** Per calcolare l'energia termica prodotta basta conoscere la resistenza elettrica del circuito.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, ripetizione 2007)

L'effetto Joule si manifesta sia per le correnti continue che per le correnti alternate. Infatti, per entrambi i tipi di corrente, la potenza dissipata per effetto Joule è  $P = \Delta V \cdot i$ .

★ **9** Una stufetta elettrica assorbe dalla rete una potenza  $P$  pari a 2 kW se sottoposta alla differenza di potenziale di 200 V in corrente continua. Se si potesse aumentare la tensione dell'alimentatore al valore di 400 V senza mutare la struttura della stufa, la potenza assorbita risulterebbe:

- A**  $P$                       **C**  $4P$                       **E**  $2P$
- B**  $P^2$                       **D**  $P/2$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2007)

🔍 Puoi arrivare alla risposta senza fare calcoli, ma ricordando le formule. La potenza dissipata per effetto Joule è  $P = Ri^2$ . Sostituiamo a  $i$  l'espressione della prima legge di

$$\text{Ohm } \left( i = \frac{\Delta V}{R} \right): \text{ si ottiene } P = R \left( \frac{\Delta V}{R} \right)^2 = R \frac{\Delta V^2}{R^2} = \frac{\Delta V^2}{R}.$$

Dalla relazione scritta puoi dedurre che se la tensione raddoppia (da 200 V a 400 V), la potenza quadruplica.

★ **10** Una resistenza attraversata da una corrente di 5 A dissipa per effetto Joule 200 W. Se si raddoppia l'intensità della corrente, la potenza dissipata diventa:

- A** 400 W                      **C** 100 W                      **E** 300 W
- B** 200 W                      **D** 800 W

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 71, 1998)

Per ricavare la relazione tra intensità di corrente e potenza dissipata puoi manipolare le formule della potenza dissipata per effetto Joule ( $P = \Delta V \cdot i$ ) e la prima legge di Ohm  $\left( i = \frac{\Delta V}{R} \right)$ , da cui  $\Delta V = iR$ . Si ottiene  $P = i^2 R$ : se l'intensità di corrente raddoppia, la potenza quadruplica.

★ **11** Per trasportare l'energia elettrica su lunghe distanze si utilizzano linee elettriche ad alta tensione che viene poi ridotta alla tensione di utilizzo nella rete urbana (220 V) da apposite centrali di trasformazione e distribuzione. Qual è il principale motivo di tale scelta?

- A** Si riducono le possibilità di allacciamenti illegali alla rete.
- B** Si riducono i costi di generazione dell'energia elettrica.
- C** Si riducono le dispersioni di elettricità nell'atmosfera.

- D** A parità di energia elettrica trasportata, si aumenta la corrente circolante.
- E** A parità di energia elettrica trasportata, si riduce la dissipazione termica.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 2009)

Ogni centrale produce una potenza elettrica costante. La potenza elettrica è data da  $P = \Delta V \cdot i$ . Pertanto, se si aumenta la tensione ( $\Delta V$ ) si riduce l'intensità di corrente che passa nei cavi per il trasporto dell'energia ( $i$ ). La dispersione termica è data dalla relazione  $P = i^2 R$ , quindi è proporzionale al quadrato dell'intensità di corrente. Aumentare la tensione ha dunque come effetto quello di ridurre l'intensità di corrente trasportata e quindi quello di ridurre la dispersione termica.

- ★ **12** Una resistenza di  $2 \Omega$  è attraversata da una corrente e la potenza sviluppata è di  $18 \text{ W}$ . Quanto vale la differenza di potenziale ai capi della resistenza?

- A**  $4,5 \text{ V}$  **D**  $36 \text{ V}$   
**B**  $6 \text{ V}$  **E**  $9 \text{ V}$   
**C**  $1,8 \text{ V}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 60, 1999)

Devi applicare la formula della potenza dissipata per effetto Joule nella forma  $P = \frac{\Delta V^2}{R}$ .

- ★ **13** Una batteria ideale fornisce una differenza di potenziale di  $6 \text{ V}$ . Se tra i terminali viene collegata una resistenza di  $24 \Omega$ , quale sarà la potenza dissipata per effetto Joule?

- A**  $84 \text{ W}$   
**B**  $3 \text{ W}$   
**C**  $1,5 \text{ W}$   
**D**  $9 \text{ W}$   
**E**  $0,3 \text{ W}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 47, 1997)

Ricorda la relazione che lega la potenza dissipata, la differenza di potenziale e la resistenza:  $P = \Delta V^2 / R$ .

- 🔍 Sostituendo valori forniti nell'esercizio:  
 $P = 36 / 24 = 1,5 \text{ W}$ .

- ★ **14** La differenza di potenziale elettrico ai capi di una lampadina è costante e pari a  $100 \text{ V}$ . Per un periodo di tempo pari a  $1000 \text{ s}$  la lampadina assorbe una potenza elettrica di  $160 \text{ W}$ . Sapendo che la carica dell'elettrone è pari a  $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , quanti elettroni si può ritenere abbiano at-

traversato una sezione trasversale del filo che alimenta la lampadina nell'intervallo di tempo considerato?

- A**  $10^{23}$  **D**  $1,60 \cdot 10^{22}$   
**B**  $10^{-16}$  **E**  $6,02 \cdot 10^{23}$   
**C**  $10^{22}$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 2011)

- 🔍 Per arrivare alla risposta esatta, devi combinare alcune formule ed effettuare dei calcoli, sostituendo nelle formule i valori dati nell'esercizio. Scriviamo la potenza dissipata per effetto Joule come  $P = \Delta V \cdot i$  e ricaviamo l'intensità di corrente: quindi  $i = \frac{P}{\Delta V} = \frac{160 \text{ W}}{100 \text{ V}} = 1,6 \text{ A}$ .

Usando la definizione di intensità di corrente  $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ , si

ricava  $\Delta q = i \Delta t = 1,6 \text{ A} \cdot 1000 \text{ s} = 1600 \text{ C}$ . Dal rapporto tra la carica totale e la carica dell'elettrone si ottiene il numero di elettroni che attraversa la sezione trasversale del filo:

$$\frac{1600 \text{ C}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = \frac{1,6 \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 10^{22}.$$

- ★ **15** Un pannello fotovoltaico è un generatore di corrente elettrica continua. Supponiamo che la potenza della radiazione luminosa solare incidente sia di circa  $500 \text{ W/m}^2$ , che, dopo opportune trasformazioni mediante apparati elettronici, sia disponibile una corrente incognita, alla tensione continua di  $200 \text{ V}$ , e che globalmente si abbia un rendimento energetico del 20%. Possiamo dedurre che:

- A** la resistenza elettrica di  $1 \text{ m}^2$  di pannello è circa  $320 \Omega$   
**B** la corrente ottenibile da  $1 \text{ m}^2$  di pannello è circa  $0,5 \text{ A}$   
**C** la corrente ottenibile da  $1 \text{ m}^2$  di pannello è circa  $2,5 \text{ A}$   
**D** i dati forniti non consentono di calcolare la corrente disponibile  
**E** la resistenza elettrica di  $1 \text{ m}^2$  di pannello è circa  $80 \Omega$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 78, 2011)

- 🔍 Il rendimento energetico è del 20%. Quindi, la potenza disponibile è di  $100 \text{ W/m}^2$ . Dalla potenza dissipata per effetto Joule,  $P = \Delta V \cdot i$ , ricavi che l'intensità di corrente per metro quadro è:  $i = \frac{P}{\Delta V} = \frac{100 \text{ W/m}^2}{200 \text{ V}} = 0,5 \text{ A/m}^2$ .

- ★ **16** Una resistenza è alimentata da una tensione di  $220 \text{ volt}$  e una corrente di  $3000 \text{ mA}$ . Quanta potenza dissipa?

- A**  $75 \text{ W}$   
**B**  $1200 \text{ J}$   
**C**  $660 \text{ W}$   
**D**  $660\,000 \text{ W}$   
**E**  $660 \text{ J}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 64, 1997)

## La corrente elettrica

È sufficiente applicare la formula  $P = \Delta V \cdot i$ , ricordando che  $3000 \text{ mA} = 3 \text{ A}$ .

Le risposte B ed E sono da escludere immediatamente per motivi dimensionali (il joule è l'unità di misura dell'energia, non della potenza).

**17** Si abbia un conduttore di estremi A e B percorso da una corrente continua di intensità  $i$  e sia  $V$  la differenza di potenziale tra A e B. Detta  $R$  la resistenza del conduttore, l'energia  $W$  dissipata in un tempo  $t$  nel conduttore è data dalla formula:

- ☐ A  $W = iVt/R$ 
☐ D  $W = V^2Rt$   
☐ B  $W = i^2Rt$ 
☐ E  $W = iVRt$   
☐ C  $W = iV/t$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2007)

Dalla formula della potenza dissipata per effetto Joule ricordando la prima legge di Ohm si ottiene:  $P = \Delta V \cdot i = i^2R$ . L'energia  $W$  è una potenza per un tempo, pertanto:  $W = Pt = i^2Rt$ .

**18** La potenza dissipata da un conduttore ohmico di resistenza elettrica  $R$  è data dalle formule  $W = VI = I^2 \cdot R = V^2/R$ . Quale delle seguenti affermazioni è CORRETTA?

- ☐ A La resistenza del conduttore diminuisce proporzionalmente al quadrato della corrente che lo attraversa.  
☐ B La resistenza del conduttore non dipende né dalla tensione né dalla corrente.  
☐ C Raddoppiando la tensione applicata al conduttore la potenza dissipata raddoppia.  
☐ D La resistenza del conduttore aumenta proporzionalmente al quadrato della tensione applicata.  
☐ E Raddoppiando la corrente che passa nel conduttore la potenza dissipata raddoppia.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 1998)

Per la seconda legge di Ohm si ha:  $R = \rho \frac{L}{A}$ . Da questa relazione puoi dedurre che la resistenza del conduttore non dipende né dalla tensione, né dalla corrente, ma solo dal materiale (tramite la resistività) e dalla geometria (rapporto tra lunghezza e area trasversale del filo).

Dalla formula della prima legge di Ohm avresti potuto escludere le risposte A e D. Per valutare se la risposta C è errata, devi ricordare la formula  $P = \frac{\Delta V^2}{R}$ : osserva che raddoppiando la tensione, la potenza quadruplicherebbe. Per la risposta E devi ricordare che  $P = i^2R$ . Pertanto, raddoppiando la corrente, la potenza quadruplica.

**19** Come si definisce la resistività elettrica di un materiale?

- ☐ A Come la resistenza elettrica di un filo di tale materiale avente lunghezza unitaria, con sezione qualsiasi.  
☐ B Come la resistenza meccanica alla deformazione di un filo di tale materiale.  
☐ C Come la resistenza elettrica di un filo di tale materiale avente sezione (costante) unitaria, di lunghezza qualsiasi.  
☐ D Come la resistenza elettrica di un filo di tale materiale avente lunghezza unitaria e sezione (costante) unitaria.  
☐ E Come la resistenza termica alle alte temperature di un filo di tale materiale.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 50, 2000)

Ricorda la seconda legge di Ohm:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

**20** Tre lampade di 50 W, 50 W e 100 W, rispettivamente, sono connesse in parallelo e alimentate in corrente continua da una batteria che fornisce una tensione costante di 25 V. Quanto vale la corrente erogata dalla batteria?

- ☐ A Dipende dalle dimensioni della batteria.  
☐ B 5 C al secondo  
☐ C 4 A  
☐ D 8 A  
☐ E 8 C

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, 2008)

Quando sono collegate in parallelo, si sommano le potenze delle singole lampade:  $(50 + 50 + 100) \text{ W} = 200 \text{ W}$ .

$$\text{Da } P = \Delta V \cdot i, \text{ si ottiene } i = \frac{P}{\Delta V} = \frac{200 \text{ W}}{25 \text{ V}} = 8 \text{ A}.$$

★ **21** Una stufetta elettrica da 770 W è collegata alla rete elettrica domestica che eroga 220 V. Qual è il valore efficace della corrente elettrica circolante?

- ☐ A 62,8 A
 ☐ D 12,25 mA  
☐ B 1,75 mA
 ☐ E 0,28 A  
☐ C 3,5 A

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 2009)

È sufficiente applicare la formula:

$$i = \frac{P}{\Delta V}$$

**22** Due pile da 4,5 V ciascuna vengono collegate in serie per alimentare una resistenza da 90 Ω.

- A** La corrente sarà 810 A.
- B** La temperatura della resistenza crescerà di 9 °C.
- C** La corrente sarà 10 A.
- D** La potenza sarà poco inferiore a 1 W.
- E** La potenza sarà 810 W.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 70, 2003)

Quando le pile vengono collegate in serie si ha una differenza di potenziale di  $9\text{ V} = (4,5\text{ V} + 4,5\text{ V})$ . La potenza è  $P = \frac{\Delta V^2}{R} = \frac{81\text{ V}^2}{90\text{ }\Omega} = 0,9\text{ W}$ , quindi di poco inferiore a 1 W.

Eseguendo i calcoli per ottenere il valore dell'intensità di corrente, potevi escludere le risposte A e C: la corrente è  $i = \Delta V/R = 9\text{ V}/90\text{ }\Omega = 0,1\text{ A}$ . La risposta E è da escludere perché il valore ottenuto per la potenza non è 810 W.

**23** Il passaggio della corrente elettrica attraverso una soluzione acquosa è legato al moto di:

- A** ioni positivi nel verso della corrente e ioni negativi nel verso opposto
- B** ioni positivi nel verso della corrente in assenza di moto di tutte le altre cariche
- C** ioni positivi e negativi nel verso della corrente
- D** elettroni nel verso opposto a quello convenzionale della corrente
- E** ioni positivi nel verso della corrente ed elettroni nel verso opposto

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 1997)

Ricorda il fenomeno dell'elettrolisi: nelle soluzioni acquose, il passaggio di corrente elettrica è legato al moto di ioni positivi e negativi. Quando si mette il cloruro di sodio (NaCl) in acqua distillata, si ottengono ioni  $\text{Na}^+$  e  $\text{Cl}^-$ . Applicando agli elettrodi una differenza di potenziale, gli ioni si muoveranno in verso opposto.

La risposta B è errata: non si muovono solo gli ioni positivi.  
La risposta C è errata: ioni positivi e negativi non si possono muovere nello stesso verso.  
La risposta D è errata: non è un filo metallico, ma una soluzione acquosa.  
La risposta E è errata: oltre agli ioni positivi, ci sono gli ioni negativi.

**24** In un conduttore di rame percorso da corrente elettrica le cariche elettriche che si muovono sono:

- A** in alcuni casi tutte positive, in altri tutte negative
- B** negative

- C** contemporaneamente positive, negative e neutre
- D** positive
- E** neutre

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 67, 1999)

Nei conduttori la corrente elettrica è data dal moto degli elettroni, che hanno carica negativa.

Le risposte C e E sono da escludere: la corrente elettrica non può essere data dal moto di cariche neutre.

**25** In un circuito elettrico alimentato da una batteria sono inserite due resistenze in parallelo. Perché la corrente erogata dalla batteria è la somma delle correnti che attraversano le singole resistenze?

- A** per il principio di conservazione della carica elettrica
- B** perché gli elettroni hanno carica negativa
- C** perché si conserva l'energia cinetica degli elettroni
- D** perché l'effetto Joule nel circuito è nullo
- E** perché la differenza di potenziale erogata dalla batteria è costante nel tempo

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 70, 2006)

La prima legge di Kirchhoff in cui si afferma che in un nodo la somma delle correnti entranti è uguale alla somma delle correnti uscenti è diretta conseguenza del principio di conservazione della carica elettrica.

**26** Una pila elettrica alimenta una piccola radio e una bella musica si diffonde nella stanza: perché è necessaria l'energia della pila per permettere il funzionamento della radio?

- A** perché senza pila la radio può solo emettere segnali ma non raccogliarli
- B** per abbattere la resistenza dei fili
- C** per permettere all'antenna di sollevarsi e raccogliere il segnale acustico
- D** per captare e amplificare il segnale che proviene dalla stazione emittente
- E** per riscaldare l'amplificatore e mandare segnali alla stazione emittente

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, 2006)

Le pile alimentano una radio per captare il segnale che proviene dalla stazione emittente e per amplificarlo nella stanza.

La risposta A è errata: senza pila la radio non può emettere segnali.  
La risposta B è errata: le pile non servono per abbattere la resistenza dei fili.

## La corrente elettrica

La risposta C è assurda: le pile non permettono all'antenna di sollevarsi.

La risposta E è errata: le pile non servono per riscaldare l'amplificatore.

- 27** Ho 4 pile, ciascuna è da 1,5 V. Le collego in serie (collego il + della prima al - della seconda, il + della seconda al - della terza e, infine, il + della terza al - della quarta). Quanto vale la differenza di potenziale d.d.p. (in valore assoluto) tra il - della prima e il + della quarta, a circuito aperto?

- ☐ A Si ottiene una d.d.p. da 1,5 V, ma di maggiore durata.
- ☐ B Si annullano le cariche, quindi non succede nulla, ma si ottiene comunque 0 V.
- ☐ C Si ottiene una d.d.p. di ~ 6 V.
- ☐ D Si ottiene una d.d.p. da 1,5 V di minor durata, ma più precisa e più stabile.
- ☐ E Si crea un immediato cortocircuito, per cui immediatamente si ha 0 V.

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 44, 2000)

Collegando 4 pile da 1,5 V in serie (il polo + della prima al polo - della seconda, il polo + della seconda al polo - della terza ecc...), la d.d.p. tra il polo - della prima e il polo + della quarta è 6 V, ovvero  $(1,5 + 1,5 + 1,5 + 1,5)V$ .

Le risposte A e D sono errate: non si ha una d.d.p. di 1,5V.

Le risposte B e E sono errate: non si ha una d.d.p. di 0 V.

22	D	23	A	24	B	25	A	26	D	27	C
15	B	16	C	17	B	18	B	19	D	20	D
8	B	9	C	10	D	11	E	12	B	13	C
1	B	2	C	3	C	4	C	5	C	6	E
7	B	14	C	15	B	16	C	17	B	18	B
21	C	22	D	23	A	24	B	25	A	26	D

Soluzioni:

- ★ **1** Una corrente di 2 A viene erogata da una batteria a corrente continua e alimenta due lampadine collegate in parallelo che offrono una resistenza di 100 Ω ciascuna, quanto vale la potenza (in watt) erogata dalla batteria?

**A** 40 W  
**B** 200 W  
**C** 1/40 W  
**D** 400 W  
**E** 1/50 W

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 73, 2008)

Dalla formula  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  ottieni:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{ e nel caso le due resistenze siano}$$

$$\text{uguali: } R_{eq} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}.$$

- ★ **2** Due resistenze elettriche (di valore diverso) si dicono collegate in parallelo se:

**A** sono sempre caratterizzate da identiche dissipazioni di corrente elettrica  
**B** gli estremi dell'una sono collegati agli estremi dell'altra in modo tale che sono soggette a una stessa differenza di potenziale elettrico  
**C** hanno un solo estremo (o morsetto) in comune  
**D** sono sempre caratterizzate da identiche dissipazioni di energia elettrica (a parità di tempo)  
**E** sono sempre percorse dalla stessa intensità di corrente

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 51, 1999)

Due resistenze sono in parallelo se gli estremi dell'una sono collegati agli estremi dell'altra. Ricorda che due resistenze in parallelo sono soggette a una stessa differenza di potenziale elettrico.

- 🔍 La risposta A è errata: due resistenze in parallelo non dissipano la stessa corrente elettrica. Dalla definizione di resistenze in parallelo puoi escludere la risposta C: non è sufficiente un solo estremo in comune. La risposta D è errata: la dissipazione di energia elettrica dipende dal valore delle singole resistenze. La risposta E identifica resistenze in serie, non in parallelo.

- ★ **3** Un circuito elettrico è costituito da tre resistenze collegate in parallelo. Le prime due hanno un valore di 20 e 40 Ω rispettivamente, mentre il valore resistivo della terza è ignoto. Misurando la resistenza totale del circuito si ricava

un valore di 12 Ω. Qual è il valore più probabile della terza resistenza?

**A** 240 Ω **D** 32 Ω  
**B** 48 Ω **E** 72 Ω  
**C** 120 Ω

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 74, 2009)

Per le resistenze in parallelo vale la legge:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

- 🔍 Per individuare la risposta corretta è sufficiente sostituire i dati forniti dall'esercizio nella formula generale: Sostituendo i dati si ha:

$$\frac{1}{12 \Omega} = \frac{1}{20 \Omega} + \frac{1}{40 \Omega} + \frac{1}{R_3} \text{ da cui}$$

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{12 \Omega} - \frac{1}{20 \Omega} - \frac{1}{40 \Omega} = \frac{10 - 6 - 3}{120 \Omega} = \frac{1}{120 \Omega}$$

Passando ai reciproci, si ottiene che  $R_3 = 120 \Omega$ .

- ★ **4** A una batteria da automobile da 12 V vengono collegati in serie 2 elementi resistivi così costituiti:

- 1** due resistenze da 60 e 120 Ω collegate tra loro in parallelo  
**2** una resistenza da 40 Ω

Trascurando la resistenza dei conduttori, qual è il valore più probabile della corrente circolante nel circuito?

**A** 960,0 mA **D** 150,0 mA  
**B** 66,6 mA **E** 54,5 mA  
**C** 600,0 mA

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 2009)

- 🔍 È necessario calcolare prima la resistenza totale e poi ricavare l'intensità di corrente, applicando la prima legge di Ohm. Per calcolare la resistenza totale è necessario calcolare prima la resistenza equivalente delle due resistenze da 60 e 120 Ω collegate tra loro in parallelo, e poi sommare il risultato al valore della resistenza collegata in serie, pari a 40 Ω. Il parallelo di 60 e 120 Ω è 40 Ω. Infatti:  $\frac{1}{R} = \frac{1}{60 \Omega} + \frac{1}{120 \Omega} = \frac{3}{120 \Omega} = \frac{1}{40 \Omega}$ . La resistenza equivalente è quindi 40 Ω + 40 Ω = 80 Ω. Applicando la prima legge di Ohm, si ottiene infine l'intensità di corrente:  $i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{12 \text{ V}}{80 \Omega} = 0,15 \text{ A} = 150 \text{ mA}$ .

- ★ **5** Il valore della resistenza da aggiungere in parallelo alla resistenza di carico R di un circuito elettrico per ridurne il valore a 1/3 è:

**A** R/2 **D** R  
**B** 2 · R **E** R/4  
**C** 3 · R

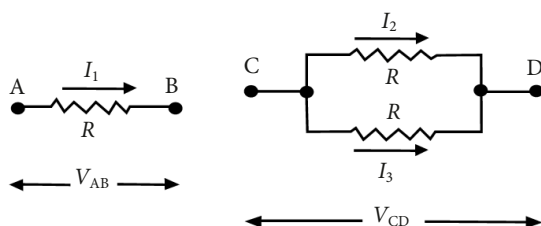
(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 74, 1998)

## Resistenze e condensatori

Devi applicare la formula per ricavare la resistenza equivalente di due resistenze in parallelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

- 6** Ai morsetti A e B della resistenza  $R$  è applicata una differenza di potenziale  $V_{AB}$ , che produce una corrente  $I_1$ . Una uguale differenza di potenziale  $V_{CD} = V_{AB}$  è applicata ai morsetti C e D di due resistenze in parallelo, ciascuna pure di valore  $R$ , che sono percorse rispettivamente da due correnti  $I_2$  e  $I_3$ .



Quali delle seguenti affermazioni è ERRATA?

- A**  $I_1 = I_2 + I_3$
- B** La resistenza equivalente tra CD è uguale a  $(1/2) R$ .
- C**  $I_1 = I_2 = I_3$
- D** La corrente totale tra i morsetti CD è doppia di  $I_1$ .
- E** La potenza dissipata tra i morsetti AB è metà di quella dissipata tra i morsetti CD.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 65, 1999)

- 🔍 Come puoi notare le risposte A e C sono in contraddizione tra loro: la risposta ERRATA è necessariamente la A o la C. Appliciamo ora le leggi della fisica. Tra i punti C e D, si ha una resistenza equivalente pari a  $R/2$ . Quindi  $I_2 = I_1$  e  $I_3 = I_1$  in modo tale che tra C e D passi il doppio della corrente  $I_1$ . Quindi la risposta A è ERRATA.

- 7** Siano date due resistenze elettriche (ohmiche)  $R_A$  e  $R_B$ , con  $R_B > R_A \neq 0$ . Quando poste in serie la resistenza equivalente valga  $R_S$ ; quando poste in parallelo la resistenza equivalente valga  $R_P$ . Quale tra le seguenti relazioni è possibile?

- A**  $R_S = R_P$
- B**  $R_S < R_P$
- C**  $R_S > R_P$
- D**  $R_P > R_B$
- E**  $R_S < R_A$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 69, 2001)

Ricorda che  $R_S$  (serie di resistenze) è sempre maggiore di  $R_A$  e  $R_B$  e che  $R_P$  (parallelo di resistenze) è sempre minore di  $R_A$  e  $R_B$ .

- 8** In un circuito elettrico vi sono una pila da 10 V e due resistenze in serie  $R_1$  e  $R_2$ . Se la potenza totale è 50 W e  $R_2 = 3 \cdot R_1$ , quanto vale  $R_1$  in Ohm?

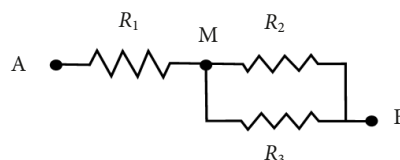
- A** 128/7
- B** 64/14
- C** 64/7
- D** 1/2
- E** 1

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 53, 1997)

- 🔍 La potenza è  $P = \frac{V^2}{R}$ , quindi  $R = \frac{V^2}{P} = \frac{100 \text{ V}^2}{50 \text{ W}} = 2 \Omega$ ,  $R$  è la resistenza equivalente delle resistenze  $R_1$  e  $R_2$ , collegate in serie. Se  $R_2 = 3R_1$ , si ha  $R = R_1 + 3R_1 = 4R_1$ .

Quindi  $4R_1 = 2 \Omega$ , da cui  $R_1 = \frac{1}{2} \Omega$ .

- 9** Dato il circuito di figura in cui  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 20 \Omega$ ,  $V_A = 10 \text{ V}$ ,  $V_B = 0$ , allora:



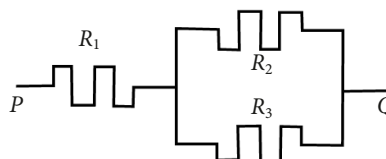
- A** la corrente complessiva è 10/40 A
- B** le 3 resistenze equivalgono a una resistenza totale di 30  $\Omega$
- C**  $V_M = 5 \text{ V}$
- D**  $V_M = (40/50) \cdot 10 \text{ V}$
- E** la potenza complessiva è 100/30 W

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 70, 2004)

Il parallelo tra  $R_2$  e  $R_3$  vale 10  $\Omega$ , come  $R_1$ . Quindi Se  $V_A = 10 \text{ V}$ ,  $V_M = 5 \text{ V}$ .

- 🔍 La risposta A è errata:  $i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{10 \text{ V}}{20 \Omega} = 0,5 \text{ A}$ , dove  $R$  è la resistenza totale.  
La risposta B è errata: la resistenza totale è di 20  $\Omega$ .  
La risposta D è errata:  $R_1$  e il parallelo di  $R_2$  e  $R_3$  sono equivalenti.  
La risposta E è errata: la potenza complessiva è 100/20 W.

- 10** Tre resistenze  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  sono inserite in un circuito, tra i punti P e Q, come indicato nel grafico. Qual è la resistenza totale del tratto di circuito PQ, supponendo trascurabile la resistenza dei tratti di filo conduttore che connettono le resistenze con i punti P e Q e le resistenze tra loro?



- A**  $R = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$       **D**  $R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$   
**B**  $R = \frac{1}{R_1} + \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3}$       **E**  $R = R_1 + R_2 + R_3$   
**C**  $R = R_1 + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 71, 2005)

La resistenza totale è  $R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$ , ossia la serie tra  $R_1$  e il parallelo tra  $R_2$  e  $R_3$ .

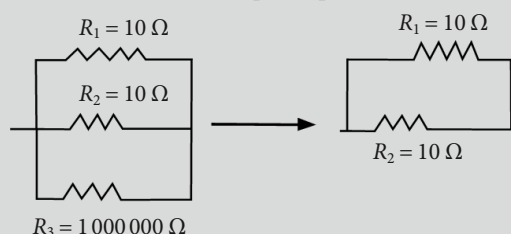
❏ Puoi escludere subito le risposte A, B e C perché errate dimensionalmente.

★ **11** Siano date 3 resistenze elettriche, ohmiche, poste in parallelo. Due di esse valgano  $10 \Omega$ , la terza valga  $1 \text{ M}\Omega$ . La resistenza equivalente vale:

- A** circa  $10 \Omega$       **D** circa  $2/10 \Omega$   
**B** circa  $5 \Omega$       **E** circa  $1 \text{ M}\Omega$   
**C** circa  $1/20 \text{ M}\Omega$

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 66, 2002)

La resistenza di  $1 \text{ M}\Omega$  è talmente grande rispetto alle altre da far considerare aperto quel tratto di circuito.



Quindi la resistenza equivalente vale circa  $5 \Omega$  (ovvero il parallelo di due resistenze da  $10 \Omega$ ).

❏ Ricorda che la resistenza equivalente di resistenze in parallelo è sempre minore dei valori delle singole resistenze che la compongono: puoi escludere le risposte A, C ed E.

★ **12** Siano date 3 resistenze elettriche, ohmiche, una da  $10 \Omega$ , una da  $20 \Omega$  e una da  $30 \Omega$ . Siano poste in parallelo. La resistenza equivalente vale:

- A** più di  $30 \Omega$   
**B**  $20 \Omega$   
**C** meno di  $10 \Omega$   
**D**  $30 \Omega$   
**E**  $10 \Omega$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 65, 2002)

La resistenza equivalente di resistenze in parallelo è sempre minore dei valori delle singole resistenze che la compongono.

❏ Puoi escludere tutte le risposte che non sono minori di  $10 \Omega$ , valore minore tra le resistenze che compongono il parallelo, senza fare alcun calcolo: rimane solo la risposta esatta.

★ **13** A casa ho 3 lampadine a incandescenza, identiche tra loro. Al fine di illuminare la stanza, le collego in parallelo e confronto il risultato con quello ottenuto usando una sola delle lampadine. Considero anche il consumo di energia elettrica e osservo che:

- A** faccio meno luce, ma spendo di meno  
**B** faccio più luce e spendo di meno  
**C** faccio meno luce e spendo di più  
**D** non aumenta la luce, ma spendo di meno  
**E** faccio più luce, ma spendo di più

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 68, 2002)

Chiamando  $R$  il valore delle resistenze, il valore equivalente delle resistenze in parallelo sarà di  $R/3$ . Per la prima legge di Ohm, il valore dell'intensità di corrente sarà  $i = 3V/R$ , cioè triplicato.

★ **14** Una lampadina da  $100 \text{ W}$  e un ferro da stiro da  $1 \text{ kW}$  possono consumare la stessa energia?

- A** No, in nessun caso.  
**B** Sì, se funzionano per tempi direttamente proporzionali alla loro potenza.  
**C** Sì, quando sono alimentati in serie.  
**D** Sì, se funzionano per tempi uguali.  
**E** Sì, se funzionano in tempi inversamente proporzionali alla loro potenza.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 1998)

La potenza è il rapporto tra energia e tempo:  $P = \frac{E}{\Delta t}$ .

❏ La lampadina ha potenza di  $100 \text{ W}$  e il ferro da stiro di  $1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$ . Possono consumare la stessa energia se per esempio la lampadina è accesa per  $100 \text{ s}$  e il ferro da stiro per  $10 \text{ s}$ . Quindi consumano la stessa energia se funzionano per tempi inversamente proporzionali alla loro potenza.

★ **15** Sia dato un condensatore di capacità  $C$ . Sia  $Q$  la carica. Sia  $V_1$  la differenza di potenziale tra le armature. Quale è il giusto legame tra le grandezze citate?

- A**  $C = QV^2$       **D**  $C = V/Q$   
**B**  $C = Q/V$       **E**  $C = QV$   
**C**  $C = Q^2/V$

## Resistenze e condensatori

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 49, 2000)

La capacità di un condensatore è il rapporto tra carica e potenziale:  $C = \frac{Q}{V}$ .

**16** Introducendo un dielettrico tra le armature di un condensatore, la sua capacità aumenta perché:

- ☐ A il dielettrico non permette il passaggio delle cariche elettriche
- ☐ B il dielettrico si polarizza
- ☐ C per la presenza del dielettrico le armature sono più distanziate
- ☐ D aumenta la differenza di potenziale tra le due armature
- ☐ E aumenta l'intensità del campo elettrico tra le due armature

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, 2007)

Un dielettrico inserito tra le armature di un condensatore piano si polarizza. La polarizzazione causa un aumento della capacità del condensatore, come si evince anche dalla formula  $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{S}$ .

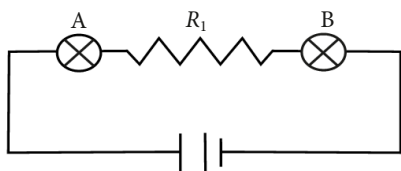
**17** In un condensatore piano con d.d.p. = 100 V e dielettrico il vuoto, un elettrone si stacca dall'armatura negativa con velocità nulla. Qual è la sua energia cinetica a metà della traiettoria?

- ☐ A 10 eV
- ☐ B 25 eV
- ☐ C 2500 eV
- ☐ D 50 eV
- ☐ E 5000 eV

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 75, 1999)

Puoi calcolare l'energia cinetica dell'elettrone utilizzando il teorema della conservazione dell'energia totale:  $K_i + U_i = K_f + U_f$  ( $f$  = metà della traiettoria,  $i$  = iniziale). L'elettrone parte da fermo, quindi  $K_i = 0$  e pertanto:  $K_f = U_i - U_f$ . Ricorda che la relazione tra energia potenziale  $U$  e potenziale  $V$  è  $U = eV$ , che in un condensatore a facce piane e parallele il campo elettrico tra le due armature è uniforme e il potenziale elettrico dipende linearmente dalla distanza dall'armatura. Calcoliamo:  $K_f = e(V_i - V_f) = e \cdot 50 \text{ V} = 50 \text{ eV}$ .

**18** Nel circuito in figura le lampade A e B hanno le stesse caratteristiche e sono separate da un resistore di resistenza  $R_1$ . In un secondo momento, il resistore è sostituito con un altro di resistenza  $R_2 < R_1$ .



Come brillano le lampade nei due casi, quando sono attraversate dalla corrente elettrica?

- ☐ A Con la resistenza  $R_2$ , A brilla più di B.
- ☐ B In entrambi i casi A brilla come B.
- ☐ C Con la resistenza  $R_1$ , A brilla meno di B.
- ☐ D Con la resistenza  $R_2$ , A brilla meno di B.
- ☐ E Con la resistenza  $R_1$ , A brilla più di B.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, ripetizione 2007)

Se  $R_1$  viene sostituita da  $R_2$ , con  $R_2 < R_1$ , l'intensità di corrente aumenta (per la prima legge di Ohm). In ogni caso, fissata la resistenza ( $R_1$  o  $R_2$ ), l'intensità di corrente che attraversa le lampade A e B non varia tra A e B e quindi in entrambi i casi la lampada A brilla come la lampada B.

**19** Tra due morsetti A e B di un circuito elettrico sono collegate IN PARALLELO tre resistenze: due da 200  $\Omega$  e una da 100  $\Omega$ . La resistenza equivalente tra A e B è:

- ☐ A uguale alla somma delle resistenze
- ☐ B maggiore della resistenza più elevata
- ☐ C uguale alla media delle resistenze
- ☐ D uguale alla resistenza più piccola
- ☐ E minore di ciascuna delle resistenze

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 61, 1997)

Ricorda che la resistenza equivalente di resistenze in parallelo è sempre minore dei valori delle singole resistenze che compongono il parallelo. Non hai bisogno di fare calcoli per individuare la risposta esatta.

La risposta A è errata: sarebbe esatta se le resistenze fossero in serie.

**20** Due lampadine costruite per funzionare in corrente continua e alla differenza di potenziale di 9 V, vengono erroneamente collegate in serie (invece che in parallelo) e poi collegate ad una batteria che eroga 9 V. L'intensità della luce da esse emessa in questa errata configurazione...

- ☐ A non emettono luce perché destinate a bruciarsi quasi immediatamente
- ☐ B è più intensa del normale e la loro durata ridotta alla metà
- ☐ C è circa la metà della normale intensità luminosa perché la corrente è dimezzata
- ☐ D è la stessa, ma la corrente raddoppia e la batteria si scarica rapidamente
- ☐ E restano spente perché la batteria non può funzionare in questa configurazione

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 72, 2006)

🔍 Sia  $R$  il valore delle resistenze delle lampadine; il valore equivalente delle resistenze in serie sarà di  $2R$ . Per la prima legge di Ohm, il valore dell'intensità di corrente sarà  $i = V/2R$ , cioè dimezzato.

**21** Un addobbo natalizio è costituito da 12 lampadine a incandescenza uguali, tra loro in serie, collegate alla rete di alimentazione domestica. Una delle lampadine si rompe: per utilizzare l'addobbo, togliamo la lampadina rotta e ricollegiamo i due spezzoni di filo, in modo che le 11 lampadine rimaste siano ancora in serie. Il risultato sarà:

- A** si produce la stessa intensità luminosa, visto che abbiamo rimosso una lampadina ma la corrente che scorre nell'addobbo aumenta
- B** si produce meno intensità luminosa a causa dell'interferenza, dato che nel punto in cui il filo è stato tagliato la distanza tra le lampadine è cambiata
- C** si produce circa  $1/11$  di intensità luminosa in più, dato che la resistenza elettrica totale è diminuita
- D** non possiamo dire nulla a priori, il risultato dipende dalla resistenza elettrica delle lampadine, che non è nota
- E** si produce circa  $1/12$  di intensità luminosa in meno, visto che abbiamo tolto una lampadina

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 73, 2010)

🔍 È diminuita la resistenza equivalente (11 lampadine rispetto a 12): puoi scartare subito le risposte A, B, E.

★ **22** Siano date due lampadine A e B a incandescenza (di quelle normalmente usate nelle nostre case) entrambe da 60 W ed entrambe da 220 V. Le collego in serie e le alimento a 220 V utilizzando una presa di casa. La potenza assorbita da esse vale:

- A** 3600 W      **C** 30 W      **E** 0 W
- B** 120 W      **D** 60 W

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 76, 2001)

Chiamando  $R$  il valore della resistenza di ciascuna lampadina, il valore equivalente delle resistenze in serie sarà  $2R$ . Per la prima legge di Ohm, il valore dell'intensità di corrente è  $i = \frac{V}{2R}$ , cioè risulta dimezzato. Di conseguenza, poiché la potenza è  $P = Vi$ , il voltaggio rimane uguale e la corrente si dimezza, la potenza assorbita dalla resistenza varrà 30 W (ovvero la metà di 60 W).

**23** Siano date 2 lampadine a incandescenza (di quelle normalmente usate nelle nostre case) A e B, entrambe da 60 W ed entrambe da 220 V. Le collego in parallelo e le alimento a 220 V utilizzando una presa di casa. Quali tra le seguenti affermazioni è applicabile a questo caso?

- A** Si accendono entrambe con la stessa intensità luminosa di quella che ha ciascuna lampadina quando accesa da sola (una per volta).

- B** Si accendono entrambe, ciascuna con intensità luminosa metà di quando accese da sole (una per volta).
- C** Entrambe le lampadine restano spente.
- D** Si accendono entrambe, ciascuna con intensità luminosa doppia di quando accesa da sola (una per volta).
- E** Si accende solo una delle due lampadine.

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 63, 2001)

La luminosità di una lampadina a incandescenza è legata alla potenza dissipata per effetto Joule:

$P = \frac{V^2}{R}$  (con  $V$  = differenza di potenziale,  $R$  = resistenza). Ricorda che se le lampadine sono in parallelo (e quindi ai capi di ogni lampadina c'è la stessa differenza di potenziale), la potenza dissipata in ogni lampadina è la stessa di quando c'era un'unica lampadina accesa.

Attenzione: in generale vale che se si hanno lampadine in parallelo, aumenta la luminosità complessiva per ogni lampadina che aggiungiamo, ma ogni lampadina ha la stessa luminosità di una sola lampadina (accesa una per volta).

🔍 Le risposte C ed E sono chiari distrattori: le lampadine si accendono.

La risposta B è errata: la luminosità non diventa la metà. La risposta D è errata: la luminosità non diventa doppia.

★ **24** Alcune lampade sono collegate in parallelo a una d.d.p. costante. Se il filamento di una di esse si interrompe:

- A** aumenta il consumo di energia delle altre
- B** l'intensità di corrente nelle altre rimane invariata
- C** diminuisce l'intensità di corrente nelle altre
- D** si spengono anche le altre
- E** aumenta la luminosità delle altre

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 68, 1998)

Ricorda che le lampade sono in parallelo se ai capi di ogni lampada c'è la stessa differenza di potenziale. Per la prima legge di Ohm, la corrente che circola in ogni lampada è  $i = V/R$ . Tale corrente rimane invariata se il filamento di una di esse si interrompe perché  $V$  e  $R$  non variano.

**25** Ho un lampadario in cui è montata una lampadina da 100 W. Questo numero è il valore:

- A** del rapporto numerico tra corrente e tensione
- B** della potenza assorbita dalla lampadina
- C** dell'intensità di corrente che passa nella lampadina
- D** della tensione di alimentazione della lampadina
- E** del rapporto numerico tra tensione e corrente

## Resistenze e condensatori

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 80, 2001)

Il watt è l'unità di misura di una potenza. L'unica risposta che rappresenta una potenza è la B.

- ★ **26** Se un circuito, formato da due resistenze  $R_1$  e  $R_2$ , viene collegato a un generatore di tensione continua a 10 V, dissipa 20 W. Qual è una possibile configurazione del circuito?

- ☐ A  $R_1 = 6 \Omega, R_2 = 30 \Omega$ , in parallelo  
☐ B  $R_1 = 3 \Omega, R_2 = 2 \Omega$ , in parallelo  
☐ C  $R_1 = 2 \Omega, R_2 = 2 \Omega$ , in parallelo  
☐ D  $R_1 = 10 \Omega, R_2 = 10 \Omega$ , in serie  
☐ E  $R_1$  molto grande,  $R_2$  circa 5  $\Omega$ , in serie

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 78, 2012)

Ricorda che  $P = V^2/R$ . Con  $R_1 = 6 \Omega$  e  $R_2 = 30 \Omega$ , collegate in parallelo, si ha  $R_{eq} = 5 \Omega$ .

- ★ **27** Una resistenza  $R_1 = 5 \Omega$  e una seconda resistenza  $R_2$  ignota, collegate in serie, dissipano 10 W se collegate a un generatore di tensione continua da 20 V. Quanto vale  $R_2$ ?

- ☐ A 35  $\Omega$  ☐ D circa 5,7  $\Omega$   
☐ B 15  $\Omega$  ☐ E 1  $\Omega$   
☐ C circa 3,3  $\Omega$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 76, 2012)

Dalla formula dell'effetto Joule  $P = V^2/R_{eq}$  ricavi la formula inversa:  $R_{eq} = V^2/P = (20 \text{ V})^2/10 \text{ W} = 40 \Omega$ . Se due resistenze sono in serie, la resistenza equivalente è  $R_{eq} = R_1 + R_2$ . Con  $R_1 = 5 \Omega$  e  $R_{eq} = 40 \Omega$ , ricavi  $R_2 = R_{eq} - R_1 = 35 \Omega$ .

- 28** Un condensatore da 0,001  $\mu\text{F}$  ed uno da 3000 pF vengono collegati in serie. Quale dei seguenti valori rappresenta la capacità equivalente dei due condensatori?

- ☐ A 0,00075  $\mu\text{F}$   
☐ B 0,004  $\mu\text{F}$   
☐ C 3,001  $\mu\text{F}$   
☐ D 0,00099  $\mu\text{F}$   
☐ E 3001  $\mu\text{F}$

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 58, 2013)

La capacità equivalente di due condensatori in serie è data da  $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ . Riporta tutte le capacità in microfarad ( $\mu\text{F}$ ) e ottieni  $C = 0,00075 \mu\text{F}$ .

28 A	27 A	26 A	25 B	24 B	23 A	22 C
15 B	16 B	17 D	18 B	19 E	20 C	21 C
8 D	9 C	10 D	11 B	12 C	13 E	14 E
1 B	2 B	3 C	4 D	5 A	6 A	7 C

Soluzioni:

**1** Pascal, baria, watt, tesla sono unità di misura:

- ☐ A 2 di pressione, 2 di induzione magnetica
- ☐ B 3 di pressione, una di potenza
- ☐ C 1 di pressione, 2 di potenza, una di induzione magnetica
- ☐ D 2 di pressione, una di potenza, una di induzione magnetica
- ☐ E 2 di pressione, 2 di potenza

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 67, 2003)

🔍 Nota bene che nel presente quesito ministeriale,  $\vec{B}$  (che si misura in tesla) è chiamato “induzione magnetica”. In tutti gli altri quesiti ministeriali,  $\vec{B}$  viene chiamato “campo magnetico”.

**2** Intorno a un filo metallico percorso da corrente elettrica si stabilisce:

- ☐ A un campo di etere
- ☐ B un campo gravitazionale
- ☐ C una differenza di potenziale elettrico
- ☐ D un campo magnetico
- ☐ E un campo elettrico

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 67, 2005)

Un filo percorso da corrente genera un campo magnetico.

**3** Una particella elettricamente carica che si muove di velocità costante attraversa una zona in cui è presente un campo magnetico. Cosa possiamo dire della velocità della particella?

- ☐ A viene bruscamente annullata
- ☐ B subisce variazioni in modulo e direzione
- ☐ C subisce variazioni in modulo ma non in direzione
- ☐ D subisce variazioni in direzione ma non in modulo
- ☐ E non subisce variazioni di sorta

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 71, 2008)

Una particella carica con velocità  $\vec{v}$  in un campo magnetico subisce la forza di Lorentz. La forza di Lorentz è espressa dalla relazione  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ , è sempre perpendicolare al vettore velocità  $\vec{v}$ , fa deviare la particella, ma non fa variare il modulo della velocità.

**4** Una carica elettrica positiva, ferma tra i poli di un magnete:

- ☐ A non subisce alcuna forza da parte del magnete
- ☐ B subisce una forza perpendicolare al campo magnetico

- ☐ C è attratta dal polo nord del magnete
- ☐ D subisce una forza parallela al campo magnetico
- ☐ E è attratta dal polo sud del magnete

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 45, 2000)

La forza di Lorentz ( $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ ) è nulla se la carica elettrica è ferma, in quanto è nulla la velocità.

★ **5** La calamita è un magnete permanente. Se spezziamo una calamita in due parti...

- ☐ A ognuno dei due pezzi perde il suo magnetismo
- ☐ B si separano i due poli della calamita
- ☐ C diminuisce la temperatura dei due pezzi
- ☐ D si ottengono due calamite piccole
- ☐ E si genera elettricità

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 68, ripetizione 2007)

🔍 Puoi escludere la risposta B ricordando che non esiste un polo magnetico senza l'altro.

★ **6** Una calamita attira pezzetti di limatura di ferro:

- ☐ A perché il ferro è un buon conduttore elettrico
- ☐ B per le particolari proprietà magnetiche dell'aria
- ☐ C perché induce un momento di dipolo magnetico nei pezzetti di ferro
- ☐ D perché induce delle cariche elettriche nei pezzettini di ferro
- ☐ E perché il campo gravitazionale diminuisce intorno alla calamita

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 68, 2005)

La calamita induce un momento di dipolo magnetico nei pezzetti di ferro e quindi li attira.

🔍 La risposta A è errata: il ferro è un buon conduttore elettrico, ma non è la causa dell'attrazione magnetica. La risposta B è errata: l'attrazione magnetica avverrebbe anche nel vuoto. La risposta D è errata: non induce cariche “elettriche”. La risposta E è errata: il campo gravitazionale non diminuisce intorno alla calamita.

★ **7** Un oggetto di ferro di massa 4 kg è appoggiato sopra una superficie con attrito trascurabile e accanto a esso è collocata una piccola calamita che ha la massa di 50 g. A causa dell'attrazione magnetica, si prevede che:

- ☐ A l'oggetto di ferro resterà fermo, avendo la massa molto più grande, mentre la calamita si avvicinerà a esso con moto rettilineo e uniforme

## Il magnetismo

- B** l'oggetto di ferro si muoverà lentamente, con velocità costante, perché attratto dalla calamita che rimarrà ferma al suo posto
- C** i due oggetti si muoveranno uno verso l'altro con moto accelerato e l'oggetto più pesante avrà l'accelerazione minore
- D** entrambi i corpi rimarranno fermi al loro posto perché l'oggetto di ferro è troppo pesante per essere attirato dalla calamita
- E** la calamita resterà ferma al suo posto mentre l'oggetto di ferro si avvicinerà a esso con moto accelerato

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 72, ripetizione 2007)

Per il terzo principio della dinamica i due oggetti si scambiano la stessa forza (in questo caso magnetica). Per il secondo principio della dinamica le accelerazioni dei due corpi sono inversamente proporzionali alle rispettive masse ( $\vec{a} = \vec{F}/m$ ).

- ★ **8** Il campo magnetico terrestre esercita un momento di forza sull'ago di una bussola. Una delle seguenti affermazioni è certamente sempre vera:

- A** Le interazioni magnetiche sono uno degli esempi in cui i principi della meccanica non sono validi.
- B** Data la natura dei momenti di forza, è necessario un meccanismo di richiamo altrimenti l'ago comincerebbe a ruotare, senza indicare il Nord.
- C** Per il terzo principio della dinamica, l'ago della bussola esercita un analogo momento di forza sulla Terra.
- D** A causa della natura vettoriale del momento di forza, la bussola funziona correttamente solo nell'emisfero boreale.
- E** Per il secondo principio della dinamica, nell'emisfero australe l'ago della bussola comincia ad accelerare verso il polo Nord.

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 77, 2011)

Ricorda il terzo principio della dinamica, noto come principio di azione e reazione.

- 🔍 La risposta A è assurda: i principi della meccanica sono sempre validi.  
 La risposta B è errata: gli aghi magnetici non hanno "meccanismi di richiamo"  
 La risposta D è assurda: una bussola funziona in entrambi gli emisferi, australe e boreale.  
 La risposta E è errata: l'ago ruota fino a trovare una posizione di equilibrio.

- ★ **9** Se avviciniamo rapidamente una potente calamita a una spira formata da un filo di rame chiuso a cerchio, si può notare che:

- A** la spira si deforma trasformandosi in un'ellisse molto stretta e lunga
- B** la spira inizia a ruotare con velocità costante intorno ad un suo diametro
- C** il rame dapprima neutro acquista una forte carica elettrica indotta
- D** nella spira viene indotta una circolazione di corrente elettrica
- E** la spira si illumina

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, 2006)

Quando varia il flusso del campo magnetico in una spira, si genera una corrente elettrica indotta. Tale fenomeno è noto come fenomeno di induzione elettromagnetica ed è regolato dalla Legge di Faraday-Neumann-Lenz.

- ★ **10** Perché una dinamo di una bicicletta possa permettere alla lampadina di accendersi deve:

- A** essere collegata a una pila alcalina
- B** essere fatta di materiale superconduttore
- C** avere una buona calamita
- D** avere olio refrigerante per disperdere il calore
- E** avere un condensatore per accumulare cariche elettriche

(Test di ammissione a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 72, 2008)

La dinamo è un alternatore, ovvero un dispositivo che trasforma energia cinetica in energia elettrica.

- 🔍 Potevi escludere diverse risposte basandoti sull'esperienza: le dinamo delle biciclette non sono alimentate da pile (risposta A), non sono fatte da materiali superconduttori (B) e non si usa olio refrigerante sulle dinamo (D).

- ★ **11** Uno dei seguenti apparecchi può funzionare SOLO in corrente alternata. Quale?

- A** elettromagnete
- B** lampada a filamento
- C** trasformatore
- D** campanello elettrico
- E** stufa elettrica

(Test di ammissione a Medicina Veterinaria, quesito 73, ripetizione 2007)

I trasformatori funzionano solamente con una corrente variabile.

La corrente alternata, o in generale una corrente variabile, che circola nel circuito primario del trasformatore, genera un flusso magnetico che varia nel tempo. Per la legge di Faraday-Neumann-Lenz, la variazione del flusso del campo magnetico induce, nel circuito secondario, una corrente che si oppone all'effetto che l'ha prodotto.

Un trasformatore non può funzionare con una corrente continua: una corrente continua produce un flusso magnetico costante e quindi non induce alcuna corrente.

🔍 La risposta A è errata: l'elettromagnete funziona in corrente continua.

La risposta B è errata: la lampada a filamento funziona in corrente continua.

La risposta D è errata: il campanello elettrico funziona in corrente continua.

La risposta E è errata: la stufa elettrica funziona in corrente continua.

**12** Una spira di rame è posata sul pavimento. Uno sperimentatore tiene in mano una calamita a forma di barra e ne avvicina il polo nord alla spira con movimento verticale. Si può prevedere che durante il movimento della calamita:

- ☐ A nella spira circolerà corrente
- ☐ B il campo magnetico indotto nella spira sarà tale da attrarre la calamita
- ☐ C la spira verrà attirata dalla calamita
- ☐ D gli effetti elettromagnetici saranno trascurabili perché il rame non è un materiale ferromagnetico
- ☐ E si creerà una corrente indotta se e solo se lo sperimentatore avrà cura di seguire le linee del campo magnetico terrestre

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia, quesito 79, 2012)

Quando varia il flusso del campo magnetico concatenato in una spira, si genera nella stessa una corrente elettrica indotta. Tale fenomeno è noto come fenomeno di induzione elettromagnetica ed è regolato dalla legge di Faraday-Neumann-Lenz:

$$i_{\text{indotta}} = \frac{f_{\text{em indotta}}}{R} = - \frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{R\Delta t}$$

★  
13

Un cavo percorso da corrente in un campo magnetico può subire una forza dovuta al campo.

Perché tale forza non sia nulla quale condizione ulteriore deve essere soddisfatta?

- ☐ A L'angolo tra il cavo e il campo magnetico non deve essere zero
- ☐ B L'angolo tra il cavo e il campo magnetico deve essere di 90 gradi
- ☐ C Il campo magnetico non deve cambiare
- ☐ D Il cavo deve essere dritto
- ☐ E La corrente deve alternarsi

(Test di ammissione a Medicina e Chirurgia e a Odontoiatria e Protesi dentaria, quesito 59, 2013)

La forza che subisce un cavo percorso da corrente è nulla se campo magnetico e cavo sono paralleli.

Infatti tale forza è data dalla relazione  $\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$ , in cui compare un prodotto vettoriale, che si annulla quando i due vettori sono paralleli.

🔍 Attenzione alla risposta B: quando campo magnetico e cavo percorso da corrente sono perpendicolari, la forza magnetica è massima.